Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

www.inatel.br

C201 – Introdução à Engenharia - Computação

Conjuntos

Prof. Guilherme Augusto Barucke Marcondes

Baseado no livro: Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação – Judith L. Gersting – Quinta Edição e Matemática Discreta para Computação e Informática – Núm. 16 – Paulo B. Menezes – Segunda Ed.

Conjuntos

Elementos do conjunto A

Exemplo: violeta, verde, amarelo

A = {violeta, verde, amarelo} e |A| = 3 (total de elementos)

violeta $\in$ A

azul $\notin$ A

Relação entre Conjuntos

Se todos os elementos do conjunto A pertencem ao conjunto B, A é subconjunto de B.

Exemplo:

$A = \{1, 4, 7\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A \subset B$

Operações

- União

  Se $C = A \cup B$, então a C pertencem todos os elementos de A e de B.

- Interseção

  Se $C = A \cap B$, então a C pertencem todos os elementos que sejam comuns a A e a B.

  Exemplos:

  $A = \{1, 4, 7\}$ $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 9\}$

  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ / $|A \cup B| = 9$

  $A \cap B = \{1\}$ / $|A \cap B| = 1$

Operações

- Complemento

  O complemento de A são todos os elementos do conjunto Universo (U) que não fazem parte de A.

  Exemplo:

  A = {2, 4}   U = {Todos os pares} ➔ A' = {Todos os pares menos 2 e 4}

- Conectivos Lógicos x Operações sobre Conjuntos

Conectivos Lógicos	Operações sobre Conjuntos
Conjunção - ^	Interseção - ∩
Disjunção - v	União - U
Negação – '	Complemento – '

Operações

$A \subset (A \cup B)$ e $B \subset (A \cup B)$

$(A \cap B) \subset A$ e $(A \cap B) \subset B$

$(A \cap A') = \emptyset$ e $(B \cap B') = \emptyset$

$(A \cup A') = U$ e $(B \cup B') = U$

Operações

Exemplos

Sejam os conjuntos

A={0,3,4,7,10} B={1,4,5,8,9,10,12} C={0,4,5,6,10,11,13} U={0,1,...,14,15}

Encontre

AUB	AUC	BUC	AUBUC
A∩B	A∩C	B∩C	A∩B∩C
A’	B’	C’	
(AUB)’∩C	(A∩B)U(B∩C)	(AUB)’∩(BUC)	
|AUB|	|C’|	|A∩B∩C|	|BUC|
|(AUB)’∩(BUC)|			

Operações – Solução

Exemplos

Sejam os conjuntos

A={0,3,4,7,10} B={1,4,5,8,9,10,12} C={0,4,5,6,10,11,13} U={0,1,...,14,15}

Encontre

AUB={0,1,3,4,5,7,8,9,10,12} AUBUC={0,1,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13}

A∩B={4,10} A∩C={0,4,10} B∩C={4,5,10} A∩B∩C={4,10}

A'={1,2,5,6,8,9,11,12,13,14,15} C'={1,2,3,7,8,9,12,14,15}

(AUB)'={2,6,11,13,14,15} (AUB)'∩C={6,11,13}

(BUC)={0,1,4,5,6,8,9,10,11,12,13} (AUB)'∩(BUC)={6,11,13}

|AUB|=10 |BUC|=11 |(AUB)'∩(BUC)|=3

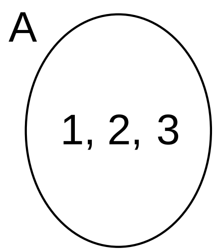
Diagramas de Venn

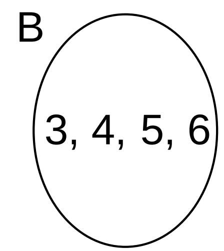
Outra forma de representar os conjuntos.

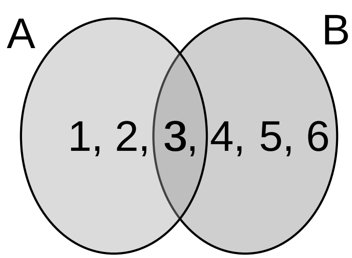
Exemplo:

A = {1, 2, 3}

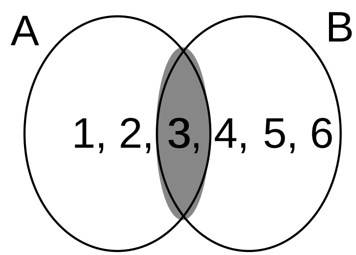
B = {3, 4, 5, 6}







A U B

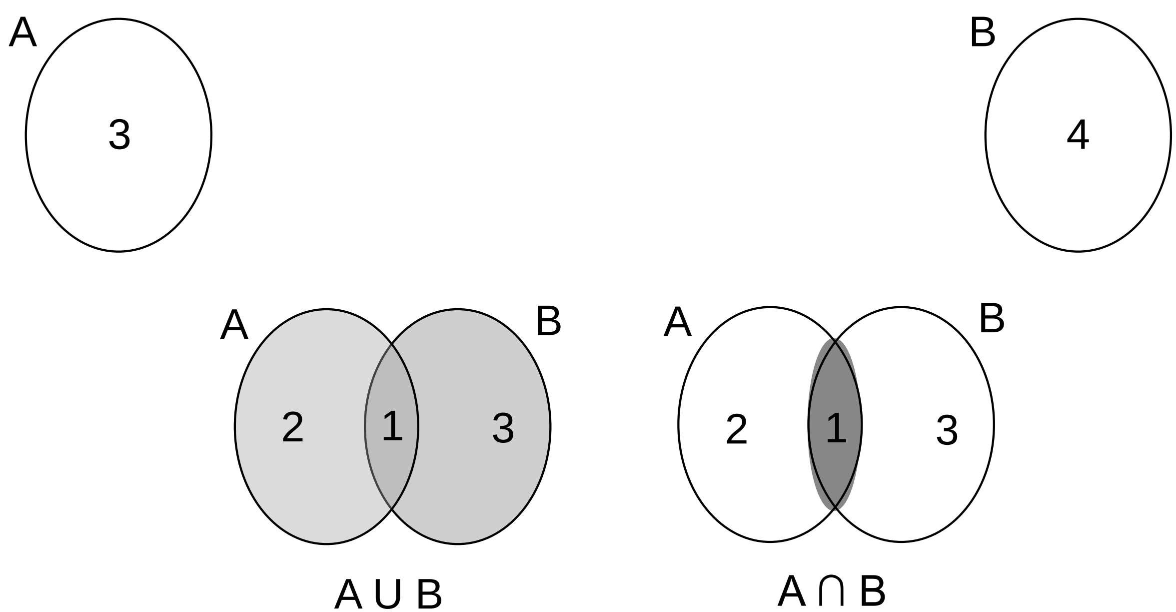


A ∩ B

Diagramas de Venn

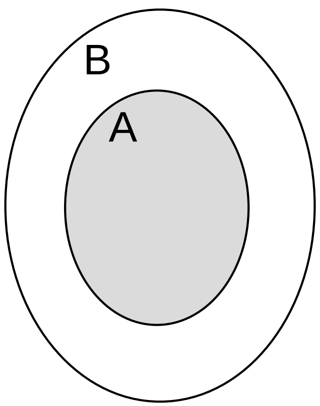
Exemplo:

A = {1, 2, 3} / |A| = 3 B = {3, 4, 5, 6} / |B| = 4

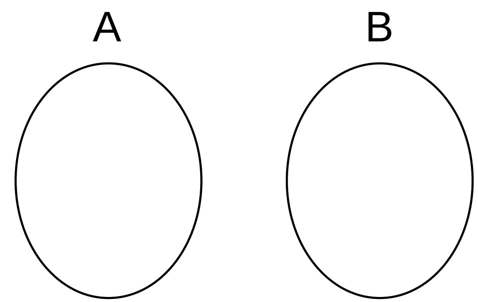


Diagramas de Venn

$$A \subset B$$



$$A \cap B = \varnothing$$



Diagramas de Venn

Um grupo de estudantes planeja encomendar pizzas. Se 13 comem calabresa, 10 comem salame italiano, 12 comem queijo extra, 4 comem tanto calabresa quanto salame, 5 comem tanto salame quanto queijo extra, 7 comem tanto calabresa quanto queijo extra e 3 comem de tudo, quantos estudantes há no grupo?

C = {estudantes que comem calabresa}

S = {estudantes que comem salame}

Q = {estudantes que comem queijo extra}

Diagramas de Venn

Um grupo de estudantes planeja encomendar pizzas. Se 13 comem calabresa, 10 comem salame italiano, 12 comem queijo extra, 4 comem tanto calabresa quanto salame, 5 comem tanto salame quanto queijo extra, 7 comem tanto calabresa quanto queijo extra e 3 comem de tudo, quantos estudantes há no grupo?

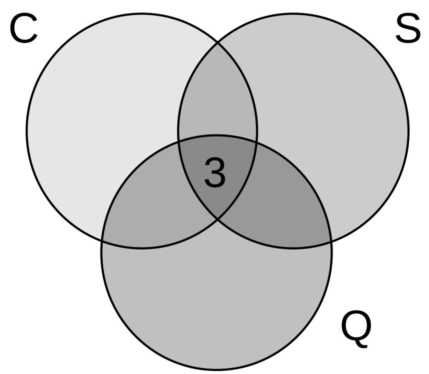
C = {estudantes que comem calabresa}

S = {estudantes que comem salame}

Q = {estudantes que comem queijo extra}

$|C| = 13$ $|S| = 10$ $|Q| = 12$ $|C \cap S| = 4$ $|C \cap Q| = 7$ $|S \cap Q| = 5$ $|C \cap S \cap Q| = 3$

$|C \cup S \cup Q| = ??$



Diagramas de Venn

Um grupo de estudantes planeja encomendar pizzas. Se 13 comem calabresa, 10 comem salame italiano, 12 comem queijo extra, 4 comem tanto calabresa quanto salame, 5 comem tanto salame quanto queijo extra, 7 comem tanto calabresa quanto queijo extra e 3 comem de tudo, quantos estudantes há no grupo?

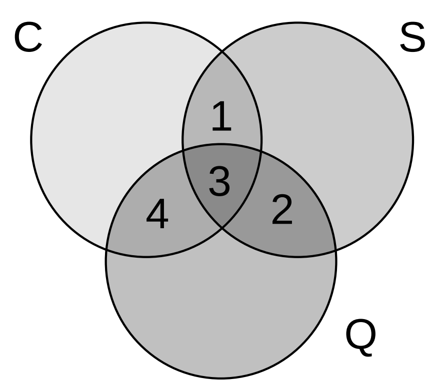
C = {estudantes que comem calabresa}

S = {estudantes que comem salame}

Q = {estudantes que comem queijo extra}

$|C| = 13$ $|S| = 10$ $|Q| = 12$ $|C \cap S| = 4$ $|C \cap Q| = 7$ $|S \cap Q| = 5$ $|C \cap S \cap Q| = 3$

$|C \cup S \cup Q| = ??$



Diagramas de Venn

Um grupo de estudantes planeja encomendar pizzas. Se 13 comem calabresa, 10 comem salame italiano, 12 comem queijo extra, 4 comem tanto calabresa quanto salame, 5 comem tanto salame quanto queijo extra, 7 comem tanto calabresa quanto queijo extra e 3 comem de tudo, quantos estudantes há no grupo?

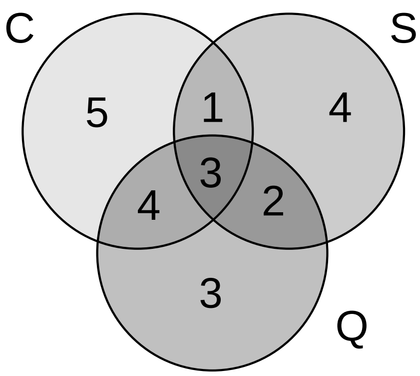
C = {estudantes que comem calabresa}

S = {estudantes que comem salame}

Q = {estudantes que comem queijo extra}

$|C| = 13 \quad |S| = 10 \quad |Q| = 12 \quad |C \cap S| = 4 \quad |C \cap Q| = 7 \quad |S \cap Q| = 5 \quad |C \cap S \cap Q| = 3$

$|C \cup S \cup Q| = ??$



22 estudantes

Diagramas de Venn

Um feirante vende brócolis, cenoura e quiabo. Em um dia, ele atendeu 207 pessoas. Se 114 compraram brócolis, 152 compraram cenoura, 25 compraram quiabo, 64 compraram brócolis e cenoura, 12 compraram cenoura e quiabo e 9 compraram os três produtos, quantas pessoas compraram brócolis e quiabo?

B = {pessoas que compraram brócolis}

C = {pessoas que compraram cenoura}

Q = {pessoas que compraram quiabo}

Diagramas de Venn

Um feirante vende brócolis, cenoura e quiabo. Em um dia, ele atendeu 207 pessoas. Se 114 compraram brócolis, 152 compraram cenoura, 25 compraram quiabo, 64 compraram brócolis e cenoura, 12 compraram cenoura e quiabo e 9 compraram os três produtos, quantas pessoas compraram brócolis e quiabo?

B = {pessoas que compraram brócolis}

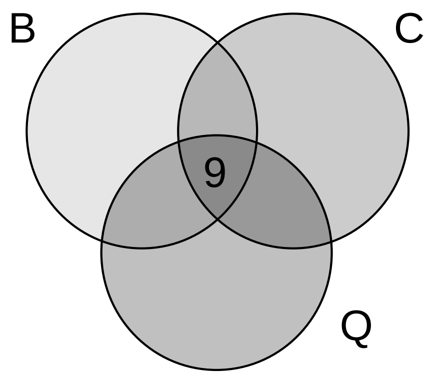
C = {pessoas que compraram cenoura}

Q = {pessoas que compraram quiabo}

$|B| = 114$ $|C| = 152$ $|Q| = 25$ $|B \cap C| = 64$ $|C \cap Q| = 12$ $|B \cap C \cap Q| = 9$

$|B \cup C \cup Q| = 207$

$|B \cap Q| = ??$



Diagramas de Venn

Um feirante vende brócolis, cenoura e quiabo. Em um dia, ele atendeu 207 pessoas. Se 114 compraram brócolis, 152 compraram cenoura, 25 compraram quiabo, 64 compraram brócolis e cenoura, 12 compraram cenoura e quiabo e 9 compraram os três produtos, quantas pessoas compraram brócolis e quiabo?

B = {pessoas que compraram brócolis}

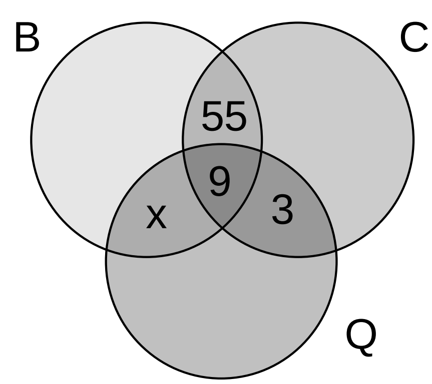
C = {pessoas que compraram cenoura}

Q = {pessoas que compraram quiabo}

$|B| = 114$ $|C| = 152$ $|Q| = 25$ $|B \cap C| = 64$ $|C \cap Q| = 12$ $|B \cap C \cap Q| = 9$

$|B \cup C \cup Q| = 207$

$|B \cap Q| = ??$



Diagramas de Venn

Um feirante vende brócolis, cenoura e quiabo. Em um dia, ele atendeu 207 pessoas. Se 114 compraram brócolis, 152 compraram cenoura, 25 compraram quiabo, 64 compraram brócolis e cenoura, 12 compraram cenoura e quiabo e 9 compraram os três produtos, quantas pessoas compraram brócolis e quiabo?

B = {pessoas que compraram brócolis}

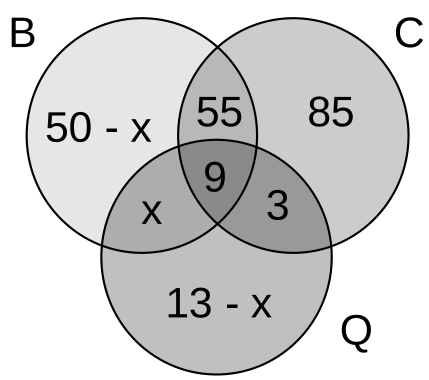
C = {pessoas que compraram cenoura}

Q = {pessoas que compraram quiabo}

$|B| = 114$ $|C| = 152$ $|Q| = 25$ $|B \cap C| = 64$ $|C \cap Q| = 12$ $|B \cap C \cap Q| = 9$

$|B \cup C \cup Q| = 207$

$|B \cap Q| = ??$



Diagramas de Venn

Um feirante vende brócolis, cenoura e quiabo. Em um dia, ele atendeu 207 pessoas. Se 114 compraram brócolis, 152 compraram cenoura, 25 compraram quiabo, 64 compraram brócolis e cenoura, 12 compraram cenoura e quiabo e 9 compraram os três produtos, quantas pessoas compraram brócolis e quiabo?

B = {pessoas que compraram brócolis}

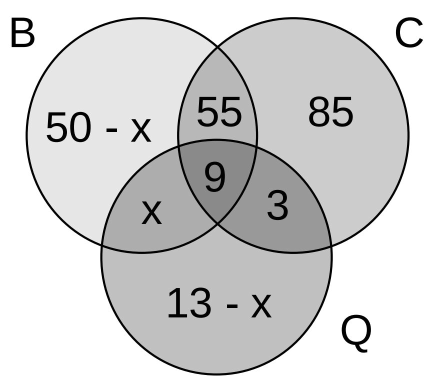
C = {pessoas que compraram cenoura}

Q = {pessoas que compraram quiabo}

$|B| = 114$ $|C| = 152$ $|Q| = 25$ $|B \cap C| = 64$ $|C \cap Q| = 12$ $|B \cap C \cap Q| = 9$

$|B \cup C \cup Q| = 207$

$|B \cap Q| = ??$



$50-x+55+9+x+85+3+13-x=207$

$X = 8$

$|B \cap Q| = x + 9 = 17$ pessoas

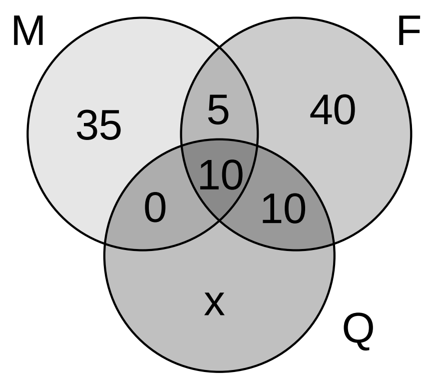
Diagramas de Venn

Um grupo de 120 alunos está fazendo sua matrícula. Em matemática, 50 se matricularam, em física 65,15 em matemática e física, 20 em física e química, 10 em matemática e química e 10 nas três. Quantos alunos se matricularam em química?

Algumas crianças receberam balas de 3 sabores. De morango foram 80 crianças, de abacaxi 50, framboesa 70, de framboesa e abacaxi 20, abacaxi e morango 30 e morango e framboesa 40. Nenhuma criança recebeu balas dos três sabores. Quantas crianças receberam balas?

Diagramas de Venn

Um grupo de 120 alunos está fazendo sua matrícula. Em matemática, 50 se matricularam, em física 65,15 em matemática e física, 20 em física e química, 10 em matemática e química e 10 nas três. Quantos alunos se matricularam em química?

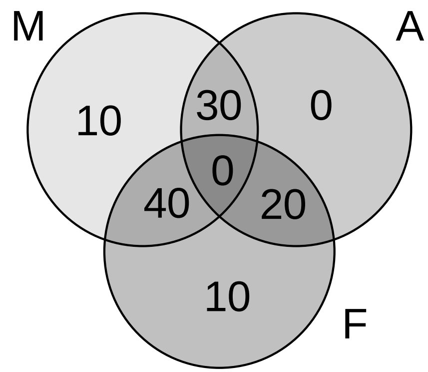


X = 20

|Q| = 10 + 10 + 20 = 40 pessoas

Diagramas de Venn

Algumas crianças receberam balas de 3 sabores. De morango foram 80 crianças, de abacaxi 50, framboesa 70, de framboesa e abacaxi 20, abacaxi e morango 30 e morango e framboesa 40. Nenhuma criança recebeu balas dos três sabores. Quantas crianças receberam balas?



$|M \cup A \cup F| = 110$ crianças

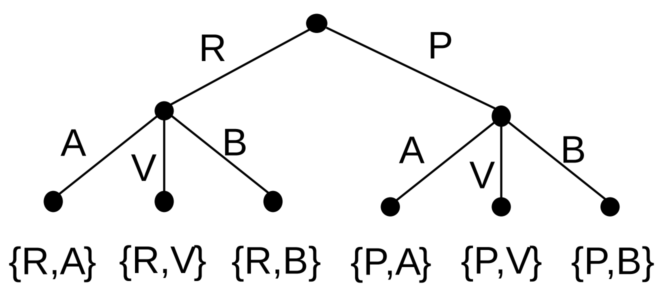
Contagem – Com Sequência

Princípio da multiplicação

Se existem n_1 resultados possíveis para um primeiro evento e n_2 resultados possíveis para um segundo, então existem $n_1 * n_2$ resultados possíveis para a sequência dos dois eventos.

Exemplo

Uma criança pode escolher entre duas balas (rosa e preta). Depois, pode escolher entre três chicletes (amarelo, verde e branco).



Seis conjuntos diferentes.

Contagem – Sem Sequência

Princípio da adição

Se A e B são eventos disjuntos com n_1 e n_2 resultados possíveis, respectivamente, então existem n_1+n_2 possibilidades para o evento "A ou B".

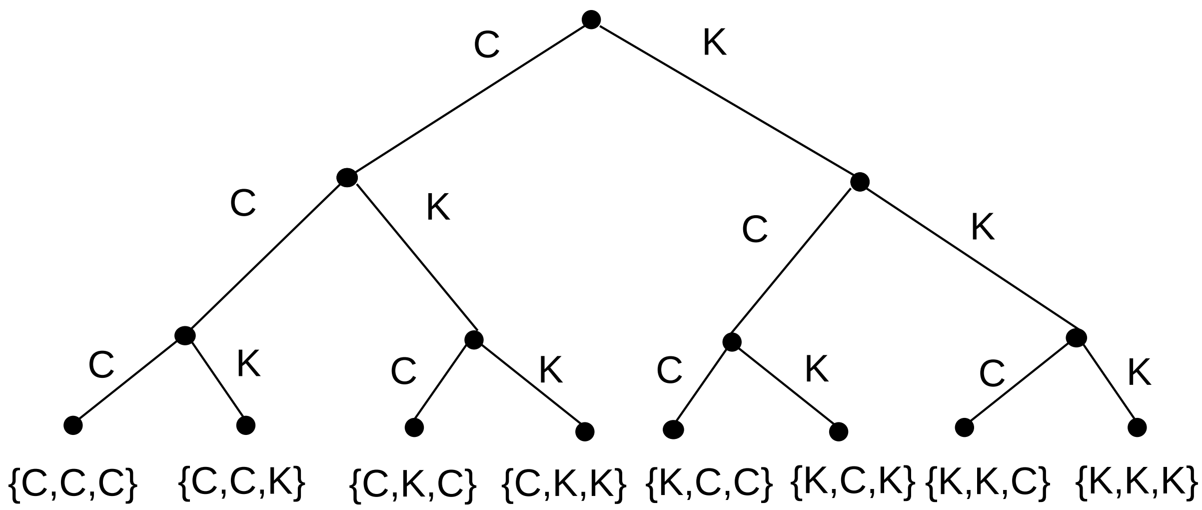
Exemplo

Uma pessoa quer selecionar uma sobremesa entre três tortas e quatro bolos.

Como será escolhida apenas uma sobremesa, então, esta pessoa tem sete possibilidades de escolha.

Contagem – Exemplo

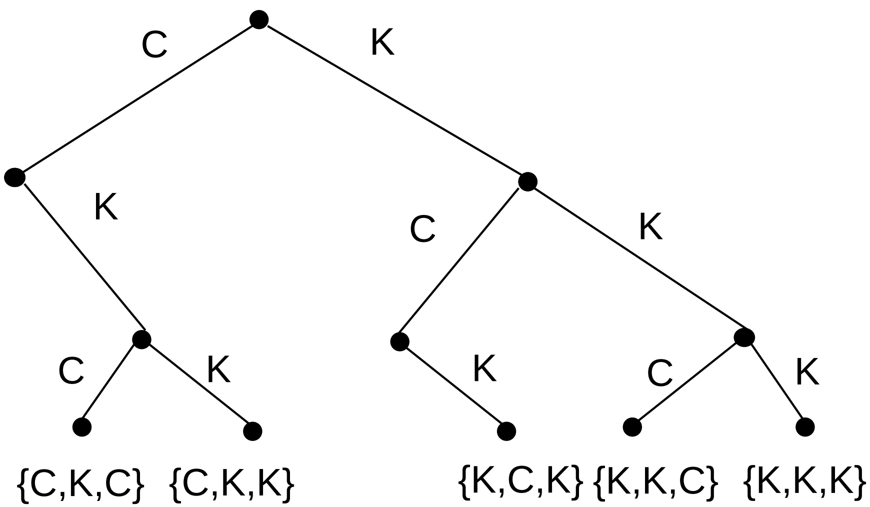
Uma moeda é jogada três vezes consecutivas, sendo que cada jogada resulta em cara (C) ou coroa (K). Quantas combinações são possíveis?



8 combinações possíveis

Contagem – Exemplo

Uma moeda é jogada três vezes consecutivas, sendo que cada jogada resulta em cara (C) ou coroa (K). Quantas combinações são possíveis sem cair duas caras consecutivas?



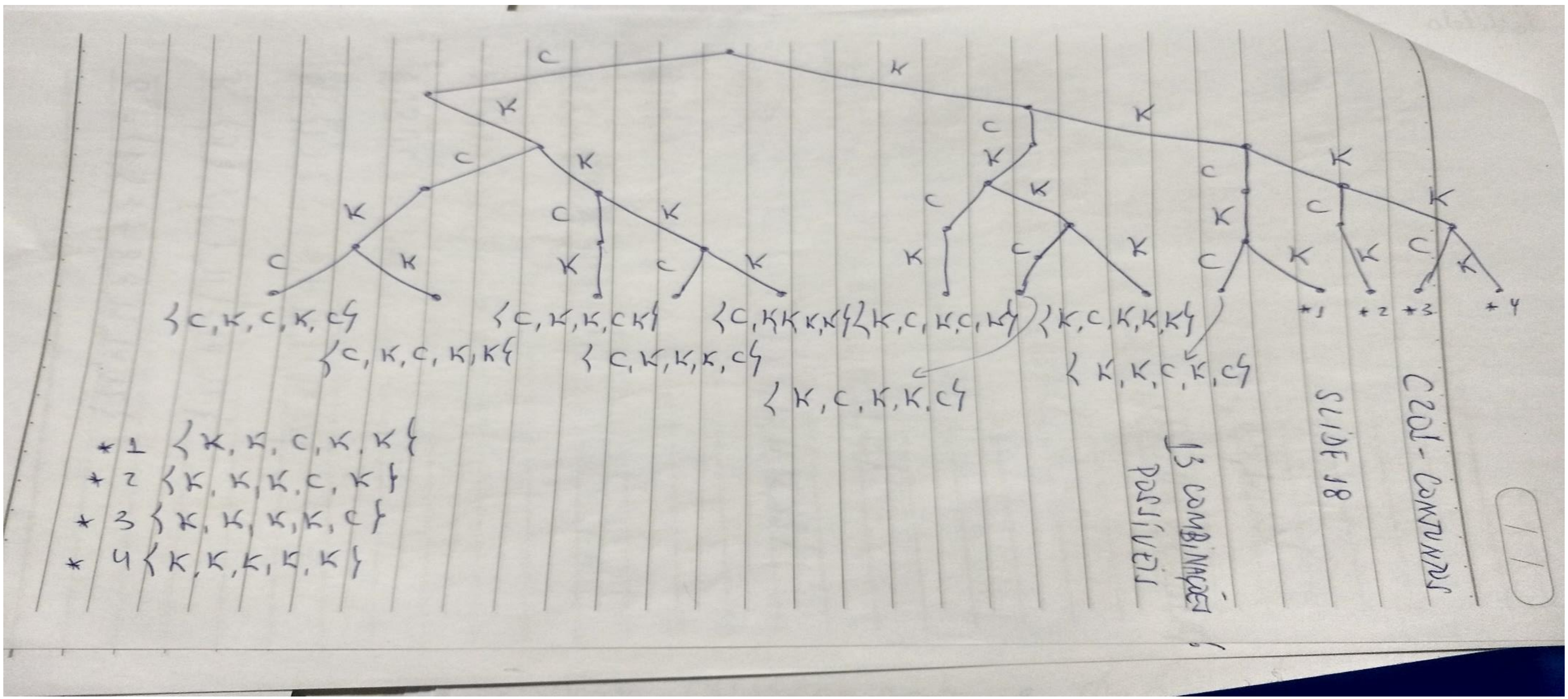
5 combinações possíveis

Contagem – Exemplo

Uma moeda é jogada cinco vezes consecutivas, sendo que cada jogada resulta em cara (C) ou coroa (K). Quantas combinações são possíveis sem cair duas caras consecutivas?

Contagem – Exemplo

Uma moeda é jogada cinco vezes consecutivas, sendo que cada jogada resulta em cara (C) ou coroa (K). Quantas combinações são possíveis sem cair duas caras consecutivas?



Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

www.inatel.br

C201 – Introdução à Engenharia - Computação

Conjuntos

Prof. Guilherme Augusto Barucke Marcondes

Baseado no livro: Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação – Judith L. Gersting – Quinta Edição e Matemática Discreta para Computação e Informática – Núm. 16 – Paulo B. Menezes – Segunda Ed.