



Rekursiyaga oid masalalar

Sodda rekursiv algoritmlar

Bu bo'lim masalalarini rekursiyadan foydalanmagan holda ham osongina yechish mumkin. Chunki, masalalarni osongina iteratsion algoritmlar orqali yechish mumkin. Xatto ba'zi masalalarni rekursiya orqali yechish samarasiz hisoblanadi. (masalan Recur4, Recur6 masalalarga qarang). Lekin, aynan shunday masalalarda rekursiv algoritmlarni tuzishni o'rganish oson bo'ladi. Rekursiya nimaligini tushungandan keyin murakkab rekursiv algoritmlarni tuzish mumkin.

Recur1. $N! = 1 * 2 * \dots * N$ faktorialni hisoblovchi haqiqiy toifadagi $\text{Fact}(N)$ rekursiv funksiyasi tuzilsin. ($N > 0$ – butun toifadagi parameter). Shu funksiya yordamida berilgan 3 ta sonning faktoriallari hisoblansin.

Recur2. $N!! = N * (N-2) * (N-4) * \dots$ ifodani hisoblovchi haqiqiy toifadagi $\text{Fact2}(N)$ rekursiv funksiyasi tuzilsin. ($N > 0$ – butun toifadagi parameter; agar N juft son bo'lsa, ko'paytmadagi oxirgi ko'paytuvchi 2 ga va agar N toq son bo'lsa, u holda 1 ga teng). Shu funksiya yordamida berilgan 3 ta sonni ikkilangan faktoriali hisoblansin.

Recur3. X sonini quyidagi formula yordamida N -darajaga oshiruvchi haqiqiy toifadagi $\text{PowerN}(X, N)$ rekursiv funksiyasi tuzilsin:

$$X^0 = 1,$$

$$X^N = (X^{N/2})^2 \quad N > 0 \text{ juft bo'lgan holda, } X^N = X * X^{N-1} \quad N > 0 \text{ toq bo'lgan holda, } X^N = 1/X^{-N} \quad N < 0$$

bo'lganda. ($X \neq 0$ haqiqiy son, N – butun son; N juft bo'lgan holdagi formula uchun butun sonli bo'lish amalga oshirilsin). Shu funksiya yordamida berilgan X sonining 3 ta darajasi (N_1, N_2, N_3) uchun X^N qiymatlari topilsin.

Recur4. Fibonacci sonlari ketma-ketligidagining N - elementni hisoblovchi butun toifadagi $\text{Fib1}(N)$ rekursiv funksiya tuzilsin (N butun son):

$$F_1 = F_2 = 1, \quad F_K = F_{K-2} + F_{K-1}, \quad K = 3, 4, \dots$$

Shu funksiya yordamida berilgan nomerdagi 3 ta Fibonacci soni va natijalarni olish uchun Fib1 funksiyani rekursiv chaqirishlar soni chop qilinsin.

Recur5. Fibonacci sonlari ketma-ketligidagining N -elementni hisoblovchi butun toifadagi $\text{Fib2}(N)$ rekursiv funksiya tuzilsin (N butun son):

$$F_1 = F_2 = 1, \quad F_K = F_{K-2} + F_{K-1}, \quad K = 3, 4, \dots$$

($N \leq 20$). Fib1 funksiyaga qaraganda rekursiv chaqirishlarni kamaytirish uchun (Recur4 masalaga qarang) hisoblab bo'lingan Fibonacci sonlarini saqlovchi yordamchi massivdan foydalanilsin va unga Fib2 funksiyasi bajarilganda murojaat qilinsin. Fib2 funksiyasi yordamida berilgan nomerdagi 3 ta Fibonacci soni chiqarilsin.

Recur6. Quyidagi rekurrent munosabat yordamida N ta elementdan K bo'yicha $C(N, K)$ sonlar mosligini topuvchi butun toifadagi **Combin1**(N, K) rekursiv funksiya tuzilsin:

$$C(N, 0) = C(N, N) = 1,$$

$$0 < K < N \text{ bo'lganda, } C(N, K) = C(N-1, K) + C(N-1, K-1)$$

Funksiya parametrlari butun sonlar; $N > 0$, $0 \leq K \leq N$. N soni va 3 ta turli qiymatlar berilgan. $C(N, K)$ soni va uni topish uchun **Combin1** funksiyasini rekursiv chaqirishlar soni chop qilinsin.

Recur7. Quyidagi rekurrent munosabat yordamida N ta elementdan K bo'yicha $C(N,K)$ sonlar mosligini topuvchi butun toifadagi **Combin2**(N,K) rekursiv funksiya tuzilsin:

$$C(N,0) = C(N,N) = 1,$$

$$0 < K < N \text{ bo'lganda, } C(N,K) = C(N-1,K) + C(N-1,K-1)$$

Funksiya parametrlari butun sonlar; $N > 0$, $0 \leq K \leq N$. N parametr 20 dan oshmaydi deb hisoblansin. Combin1 funksiyaga qaraganda (Recur6 masalaga qarang) rekursiv chaqirishlar sonini kamaytirish uchun hisoblab bo'lingan $C(N,K)$ sonlarni yordamchi ikki o'lchovli massivda saqlansin va unga Combin2 funksiyasi bajarilganda murojaat qilinsin. Combin2 funksiyasi yordamida 3 ta turli K qiymat va N uchun $C(N,K)$ soni topilsin.

Recur8. Quyidagi formula yordamida X sonining K -darajali ildiziga yaqin qiymatini topuvchi haqiqiy toifadagi **RootK**(X, K, N) rekursiv funksiyasi tuzilsin:

$$Y_0 = 1, \quad Y_{N+1} = Y_N - (Y_N^K - X) / (K Y_N^{K-1})$$

bu yerda Y_N X va K - larning fikserlangan holdagi **RootK**(X,K,N) ni anglatadi. Funksiya parametrlari: haqiqiy $X(>0)$ soni, $K(>1)$ va $N(>0)$ butun sonlar. RootK funksiyasi yordamida X sonining K -darajali ildiziga yaqin qiymatlari N ning 5 ta qiymatida topilsin.

Recur9. Evklid algoritmi yordamida ikkita musbat A va B sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini topuvchi (EKUB) butun toifadagi **EKUB**(A, B) rekursiv funksiyasi tuzilsin:

$$\text{EKUB}(A,B) = \text{EKUB}(B, A \bmod B), \text{ agar } B \neq 0; \text{EKUB}(A,0)=A.$$

Agar A,B,C,D sonlari berilgan bo'lsa, shu funksiya yordamida **EKUB**(A,B), **EKUB** (A,C), **EKUB** (A,D) lar topilsin.

Recur10. K sonining raqamlar yig'indisini takrorlanish operatoridan foydalanmagan holda hisoblovchi butun toifadagi **DigitSum**(K) rekursiv funksiyasi tuzilsin. Shu funksiya yordamida berilgan 3 ta butun sonning raqamlari yig'indisi topilsin.

Recur11. Takrorlanish operatoridan foydalanmagan holda o'lchami N ga teng bo'lgan A butun sonlar massivining eng katta elementini topuvchi **MaxElem**(A,N) funksiyasi tuzilsin. Shu funksiya yordamida mos ravishda o'lchamlari NA , NB , NC bo'lgan A , B , C massiv elementlarining eng kattasi topilsin.

Recur12. Takrorlanish operatoridan foydalanmagan holda S satrdagi raqamlar sonini aniqlovchi butun toifadagi **DigitCount**(S) rekursiv funksiyasi tuzilsin. Shu funksiya yordamida berilgan 3 ta satrdagi raqamlar soni aniqlansin.

Recur13. Agar S satr polindrom bo'lsa (ya'ni o'ngdan ham, chapdan ham bir xil o'qiladigan) bo'lsa **TRUE**, aks holda **FALSE** qiymatini qaytaruvchi **Polindrom**(S) rekursiv funksiyasi tuzilsin. Funksiya tanasida takrorlash operatoridan foydalanilmasin. Berilgan 3 ta satr uchun Polindrom funksiyasi qiymatlari chop qilinsin.

Ifodalar muhokamasi

Bu bo'limdagi masalalarda barcha iboralar deb aniqlangan boshlang'ich satrlar da plobel yo'q deb qaraladi. Masalalarni yechishda takrorlash operatoridan foydalanmang.

Recur14. S satr ko'rinishida berilgan butun sonlar ifodasining qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda berilgan:

$$\langle \text{ifoda} \rangle ::= \langle \text{raqam} \rangle | \langle \text{ifoda} \rangle + \langle \text{raqam} \rangle | \langle \text{ifoda} \rangle - \langle \text{raqam} \rangle$$

Recur15. S satr ko'rinishida berilgan butun sonlar ifodasining qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda berilgan:

$$\langle \text{ifoda} \rangle ::= \langle \text{term} \rangle | \langle \text{ifoda} \rangle + \langle \text{term} \rangle | \langle \text{ifoda} \rangle - \langle \text{term} \rangle$$

$$\langle \text{term} \rangle ::= \langle \text{raqam} \rangle | \langle \text{term} \rangle * \langle \text{raqam} \rangle$$

Recur16. S satr ko'rinishida berilgan butun sonlar ifodasining qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda berilgan:

$$\langle \text{ifoda} \rangle ::= \langle \text{term} \rangle | \langle \text{ifoda} \rangle + \langle \text{term} \rangle | \langle \text{ifoda} \rangle - \langle \text{term} \rangle$$

```
<term>::=<element>|<term>*<element>
<element>::=<raqam>|(<ifoda>)
```

Recur17. S satr ko'rinishida berilgan butun sonlar ifodasining qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda berilgan:

```
<ifoda>::=<raqam>|(<ifoda><belgi><ifoda>)
<belgi>::=+|-|*
```

Recur18. Bo'sh bo'lmagan S satrdagi ifodani to'g'riligi tekshirilsin. Ifoda Recur17 masaladagi kabi aniqlanadi. Agar ifoda to'g'ri bo'lsa TRUE, aks holda FALSE qiymati chop qilinsin.

Recur19. Bo'sh bo'lmagan S satrdagi ifodani to'g'riligi tekshirilsin. Ifoda Recur17 masaladagi kabi aniqlanadi. Agar ifoda to'g'ri bo'lsa 0 qiymatini, aks holda S satrdagi birinchi uchragan ortiqcha yoki yetishmayotgan belgining nomeri chop qilinsin.

Recur20. S satr ko'rinishida berilgan butun sonlar ifodasining qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda aniqlanadi: (M funksiyasi o'z parametrlarining eng kattasini, m funksiya esa eng kichigini qaytaradi)

```
<ifoda>::=<raqam>|M(<ifoda>,<ifoda>)|m(<ifoda>,<ifoda>)
```

Recur21. S satr ko'rinishida berilgan mantiqiy ifodaning qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda aniqlanadi("T" – TRUE, "F"-FALSE):

```
<ifoda>::=T|F|And(<ifoda>,<ifoda>)|Or(<ifoda>,<ifoda>)
```

Recur22. S satr ko'rinishida berilgan butun sonlar ifodasining qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda aniqlanadi (M funksiyasi o'z parametrlarining eng kattasini, m funksiya esa eng kichigini qaytaradi):

```
<ifoda>::=<raqam>|M(<parametrlar>)|m(<parametrlar>)
<parametrlar>::=<ifoda>|<ifoda>,<parametrlar>
```

Recur23. S satr ko'rinishida berilgan mantiqiy ifodaning qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda aniqlanadi("T" – TRUE, "F"-FALSE):

```
<ifoda>::=T|F|And(<parametrlar>)|Or(<parametrlar>)
<parametrlar>::=<ifoda>|<ifoda>,<parametrlar>
```

Recur24. S satr ko'rinishida berilgan mantiqiy ifodaning qiymati chop qilinsin. Ifoda quyidagi ko'rinishda aniqlanadi("T" – TRUE, "F"-FALSE):

```
<ifoda>::=T|F|And(<parametrlar>)|Or(<parametrlar>)|Not(<ifoda>)
<parametrlar>::=<ifoda>|<ifoda>,<parametrlar>
```

Recur25. N chuqurlikdagi daraxt berilgan, har bir ichki balandlik bevosita K(<10) ta shoxlariga ega (1 dan K gacha nomerlanadi). Daraxt ildizi 0 bilan nomerlanadi. Matn fayliga barcha mumkin bo'lgan ildizdan barglargacha bo'lgan yo'llar yozilsin. Ko'rib chiqish "eng chap" dan boshlanib "eng o'ng"da tugasin.

Recur26. N chuqurlikdagi daraxt berilgan, har bir ichki balandlik bevosita K(<10) ta shoxlariga ega (1 dan K gacha nomerlanadi). Daraxt ildizi 0 bilan nomerlanadi. Matn fayliga barcha mumkin bo'lgan ildizdan barglargacha quyidagi shart asosida olib boruvchi yo'llar yozilsin: hech qanday qo'shni elementlar yo'llari bir xil raqam bilan nomerlanmaydi. Yo'llarni tanlab olish Recur25 masaladagi kabi tartibga ega.

Recur27. N chuqurlikdagi daraxt berilgan (N - juft), har bir ichki choqqisi 2 ta vazni 1 ga teng bo'lgan A va vazni -1 ga teng bo'lgan B shoxlarga ega. C daraxt ildizining vazni 0 ga teng. Matn fayliga barcha mumkin bo'lgan ildizdan barglargacha quyidagi shart asosida olib boruvchi yo'llar yozilsin: elementlar yo'llarining vaznlari yig'indisi nolga teng. Yo'llarni tanlab olish Recur25 masaladagi kabi tartibga ega.

Recur28. Recur27 masaladagi kabi N chuqurlikka ega bo'lgan daraxt berilgan. Matn fayliga barcha mumkin bo'lgan ildizdan barglargacha quyidagi shart asosida olib boruvchi yo'llar yozilsin: vaznlar yig'indisi manfiy bo'lmaganlari olinsin. Yo'llarni tanlab olish Recur25 masaladagi kabi tartibga ega.

Recur29. N chuqurlikdagi daraxt berilgan. Har bir ichki cho'qqisi 3 ta avlodga ega. Vazni 1 ga teng bo'lgan A, vazni 0 bo'lgan B va vazni -1 bo'lgan C avlodlarga ega bo'lgan. D daraxt ildizining vazni 0 ga teng. Berilgan nomdagi matn fayliga quyidagi shartni qanoatlantiruvchi barcha ildizdan barggacha bo'lgan yo'llar yozilsin: yo'lning boshlang'ich kesmasidagi elementlar vaznining yig'indisi musbat emas, yo'llarning barcha elementlari vaznining yig'indisi esa 0 ga teng. Yo'llarning tanlash tartibi Recur25 masaladagi kabi.

Recur30. Recur29 masaladagi kabi N chuqurlikdagi daraxt berilgan. Berilgan nomdagi matn fayliga quyidagi shartni qanoatlantiruvchi barcha ildizdan barggacha bo'lgan yo'llar yozilsin: yo'llar elementlarining hech biri bir xil harf bilan bog'langan bo'lmasin, yo'llarning barcha elementlari vaznining yig'indisi esa 0 ga teng. Yo'llarning tanlash tartibi Recur25 masaladagi kabi.

Mundarija

(c) Qudrat Abdurahimov
<http://gita.uz>

(c) <http://gita.uz>