



Nº matrícula: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_

Apellidos: \_\_\_\_\_

**Problema.** Sea un vector de  $N$  elementos enteros positivos y ordenados empezando siempre por un elemento par. El vector tiene los elementos colocados siguiendo la secuencia par-impar-par-impar-..., excepto por un único elemento que se salta la secuencia y que nunca será el primero del vector.

- a) Diseñar el algoritmo basado en **Divide y Vencerás** con complejidad en el caso peor<sup>1</sup> de  $O(\log N)$  (donde  $N$  es el tamaño del vector) que devuelva un número entero que corresponde a la posición del elemento que se salta la secuencia.

Ejemplos:

0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	8	9	22	34	45	98	101

Posición: 5

0	1	2	3	4	5	6	7	8
4	7	23	34	45	56	67	78	89

Posición: 2

`int parImpar (int[] vector)`

```
int parImpar(int[] vector) {
    return parImparAux(vector, 0, vector.length-1);
}

int parImparAux(int[] vector, int i0, int iN) {
    if (i0 == iN)
        return i0;
    else{
        int k = (i0 + iN) / 2;
        if (esPar(vector[k]) && esPar(k) || !esPar(vector[k]) && !esPar(k))
            return parImparAux(vector, k+1, iN);
        else
            return parImparAux(vector, i0, k);
    }
}

boolean esPar(int n) {
    return n%2 == 0;
}
```

<sup>1</sup> Desarrollar un algoritmo que tenga una complejidad diferente a  $O(\log N)$  en el caso peor conllevará una puntuación de 0 en la pregunta.

**b)** Justifica que la complejidad del algoritmo desarrollado en el apartado anterior para el caso peor es  $O(\log N)$ .

El algoritmo implementado obedece a la siguiente ecuación de recurrencia en el tiempo para  $N > 1$ :

$$T(N) = T(N/2) + O(1)$$

Esta ecuación es del tipo  $T(N) = p \cdot T(N/q) + f(N)$ , donde  $f(N) \in O(N^a)$ , con  $p=1$ ,  $q=2$  y  $a=0$ , por lo que podemos aplicar el Teorema Maestro. Dado que  $\log_q(p) = \log_2(1)=0$  y  $a=0$  nos encontramos en el caso 2º del Teorema maestro ( $a=\log_q(p)$ ), por lo que la complejidad del algoritmo es:  $T(N) \in O(N^{\log_q(p)} \cdot \log N) = O(N^0 \log N) = O(\log N)$