

FORMA 193 – 2024

EN ESTA PRUEBA SE CONSIDERARÁ LO SIGUIENTE:

1. Las figuras que aparecen son solo indicativas.
2. Los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares, cuyo origen es el punto $(0, 0)$.
3. El intervalo $[p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que p y menores o iguales que q ; el intervalo $]p, q]$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores o iguales que q ; el intervalo $[p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que p y menores que q ; y el intervalo $]p, q[$ es el conjunto de todos los números reales mayores que p y menores que q .
4. $\vec{v} = (a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su punto final en el punto (a, b) , a menos que se indique lo contrario.
5. Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras numeradas del 1 al 6 y en el experimento de lanzarlo, sus caras son equiprobables de salir.
6. En el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.

Registro de Propiedad Intelectual N° 2023-A-8892

Universidad de Chile.

Derechos reservados ©. Prohibida su reproducción total o parcial.

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados, tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2), se puede llegar a la solución del problema.

Es así que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,
- D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	\sim	es semejante con
$>$	es mayor que	\perp	es perpendicular a
\leq	es menor o igual que	\neq	es distinto de
\geq	es mayor o igual que	$//$	es paralelo a
L	ángulo recto	\in	pertenece a
\sphericalangle	ángulo	\overline{AB}	trazo AB
\log	logaritmo en base 10	$ x $	valor absoluto de x
ϕ	conjunto vacío	$x!$	factorial de x
\approx	es aproximado a	\cap	intersección de conjuntos
\cup	unión de conjuntos	\vec{u}	vector u
A^c	complemento del conjunto A		

2. Considera la igualdad $P = \frac{n-1}{n+1}$, con n un número entero.

¿Para cuántos valores distintos de n se cumple que P es un número entero?

- A) Solo para un valor.
- B) Solo para dos valores.
- C) Solo para cuatro valores.
- D) Solo para cinco valores.

3. Considera un cuadrado A de lado p cm y un cuadrado B cuyo lado tiene medida igual a la medida de la diagonal del cuadrado A.

¿Para cuál de los siguientes valores de p , en cm, la suma de las medidas de las diagonales de los cuadrados A y B es un número racional?

- A) $\sqrt{2}$
- B) $2 - \sqrt{2}$
- C) $2 + \sqrt{2}$
- D) $\sqrt{2} - 2$

5. ¿Cuál es el valor de $\sqrt{2\sqrt[3]{5}} + \sqrt[3]{2\sqrt{10}}$?

A) $\sqrt[6]{10} + \sqrt[6]{20}$

B) $\sqrt[6]{80}$

C) $2\sqrt[5]{40}$

D) $\sqrt[6]{30} + \sqrt[6]{40}$

E) $2\sqrt[6]{40}$

6. Considera los números reales a y b , ambos distintos de cero.

¿Cuál de las siguientes relaciones permite asegurar que $\sqrt{(a - b)^2} = a - b$?

A) $\sqrt{(a + b)^2} = a + b$

B) $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = a - b$

C) $a - b > 0$

D) $a - b < 0$

7. ¿Cuál es el valor de $\sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[3]{5}$?

- A) $\sqrt[3]{10}$
- B) $\sqrt[9]{20}$
- C) $\sqrt[9]{10}$
- D) $\sqrt[18]{20}$

8. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $5^x \cdot 2^{x+y}$?

- A) $10^x \cdot 2^y$
- B) $10^{2x} \cdot 2^y$
- C) 10^{2x+y}
- D) 10^{x^2+xy}

10. ¿Cuál es el valor de $\log_3 0,\bar{1}$?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) 2
- C) $\frac{-1}{\log 3}$
- D) -1
- E) -2

11. El área de un triángulo equilátero de lado q cm es la cuarta parte del área de un cuadrado de lado p cm.

¿Cuál es el valor de $\frac{p}{q}$?

- A) $3^{\frac{1}{4}}$
- B) $\frac{3^4}{4}$
- C) 3^4
- D) $3^{\frac{1}{2}}$

13. Si p , b y c son números reales mayores que 1 tal que $\log_p b = c$, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a $\log_p \left(\frac{1}{b} \right) + \log_{\frac{1}{p}} b$?

A) $-2c$

B) $2c$

C) $\frac{2}{c}$

D) $-c + \frac{1}{c}$

14. Bajo condiciones especiales, la población de cierto tipo de bacterias se triplica cada 10 días.

En esas condiciones, si una colonia de este tipo tiene inicialmente $8 \cdot 10^5$ bacterias, ¿cuál será su población de bacterias al término de 50 días?

- A) $8 \cdot 30^5$
- B) $8 \cdot 10^5 \cdot 3^{50}$
- C) $15 \cdot 8 \cdot 10^5$
- D) $150 \cdot 8 \cdot 10^5$

15. Si $p = 7^{46} - 7^{44}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto a p ?

- A) Es un número impar.
- B) Es un número primo.
- C) Es un múltiplo de 13.
- D) Es un múltiplo de 21.

FORMA 193 – 2024

16. Un banco garantiza una tasa de interés trimestral de 2,5 % para los depósitos a plazo. La función que modela el capital final que tendrá una persona luego de depositar es:

$$C = M(1 + N)^n$$

en la que M corresponde al capital inicial, N es la tasa de interés expresada como decimal y n es la cantidad de trimestres que se mantiene el dinero en el banco.

Si una persona hace un solo depósito inicial de \$2500 000 en ese banco, ¿cuál es la expresión que representa el capital final que tendrá esta persona después de 2 años?

- A) $\$2500\,000 \cdot (1,25)^8$
- B) $\$2500\,000 \cdot (1,025)^8$
- C) $\$2500\,000 \cdot (1,25^8 - 1)$
- D) $\$2500\,000 \cdot (1,025^8 - 1)$

23. Considera la inecuación $\frac{4x}{5} - \frac{m}{6} < -\frac{1}{10} + \frac{2x}{3}$, en x , tal que m es un número real.

Si el conjunto solución de la inecuación es $]-\infty, -2[$, ¿cuál es el valor de m ?

- A) -1
- B) $-\frac{11}{5}$
- C) 1
- D) $-\frac{9}{5}$

24. Para probar la rapidez de dos computadores, se ejecuta un mismo algoritmo en ambos.

El computador A ejecuta el algoritmo en p segundos, mientras que el computador B lo ejecuta tres veces en $\frac{p}{2}$ segundos, demorándose lo mismo en cada ejecución.

Al ejecutar el algoritmo n veces seguidas en ambos computadores, el computador más rápido demora 60 segundos menos que el otro.

¿Cuál de las siguientes expresiones permite determinar el tiempo, en segundos, que demora el computador más lento en ejecutar el algoritmo?

- A) $\frac{72}{n}$
- B) $\frac{120}{n}$
- C) $72n$
- D) $120n$

25. Un total de q personas planea ir al cine, de las cuales x son adultos e y son niños. El valor de la entrada de un niño es $\$n$ y el valor para adultos es $\$m$, por lo que se pagarían $\$p$ por todas las entradas.

Si finalmente tres niños no asistieron al cine y el precio de la entrada de un adulto tenía un 30 % de descuento, pagándose $\$k$ por todas las entradas, ¿cuál de los siguientes sistemas representa la situación planteada?

A)
$$\begin{cases} x + (y - 3) = q - 3 \\ 0,70mx + n(y - 3) = k \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} x + (y - 3) = q - 3 \\ 0,30mx + n(y - 3) = k \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} x + (y - 3) = q \\ 0,70mx + n(y - 3) = p - k \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} x + (y - 3) = q - 3 \\ 0,30mx + n(y - 3) = p - k \end{cases}$$

26. ¿Para qué valores de p y q , respectivamente, se cumple la igualdad $px + qx - 2p - 3q = 2x + 1$, para todo número real x ?

A) 5 y -3

B) 7 y -5

C) $\frac{7}{5}$ y $\frac{3}{5}$

D) 1 y -1

27. Si p , q y k son números reales, con q distinto de cero y k distinto de 0 y 1, ¿cuál de los siguientes sistemas en x e y no tiene solución?

A)
$$\begin{cases} x + y = p \\ kx + ky = kp \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} x + y = q \\ kx + ky = q \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} x - y = k \\ x + y = k \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} y = k \\ x + y = k \end{cases}$$

28. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones, en x e y , cumple que tiene infinitas soluciones para $a = 0$ y tiene solución única para $a \neq 0$?

A)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ ax + ay = a \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4ay = 2 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ ax + 2ay = 0 \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} ax + ay = 1 \\ 2ax + y = 0 \end{cases}$$

29. El nivel de agua, en milímetros, en un estanque al abrir una llave de paso se modela mediante una función, cuya gráfica es una recta, con respecto al tiempo transcurrido en horas.

El nivel inicial del agua es cuatro veces el nivel que aumenta cada hora.

Si al cabo de una hora de abrir la llave, el nivel del agua es 500 mm, ¿cuál es el nivel del agua al cabo de cinco horas?

- A) 625 mm
B) 900 mm
C) 2100 mm
D) 2500 mm

30. Si m y n son las soluciones de la ecuación cuadrática $5x^2 + x - 5 = 0$, ¿cuál es el valor de $\left(\frac{m+n}{mn}\right)^{-1}$?

- A) 5
- B) $\frac{1}{5}$
- C) $-\frac{1}{5}$
- D) -1
- E) -5

31. Una empresa que vende cubos de sal, vende paquetes de x cubos de lado 8 cm cada uno. El volumen de sal en cada paquete, como función de la cantidad de cubos que este contiene, x , corresponde a $f(x) = 8^3 x$.

La empresa decide reducir el tamaño de los lados de los cubos de sal en 1 cm, manteniendo la cantidad de cubos por paquete.

¿Cuál de las siguientes funciones modela el volumen de sal, en cm^3 , que la empresa deja de incluir por paquete, en términos de la cantidad de cubos del paquete?

- A) $g(x) = 13^2 x$
- B) $h(x) = 7^3 x$
- C) $j(x) = x$
- D) $k(x) = 8^3(x - 1)$

32. Considera el triángulo ABC , con $AB = BC = 12$ cm y sea x la medida, en cm, de la altura trazada desde el vértice B , la cual excede en 3 cm a la medida de \overline{AC} .

¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite calcular x ?

A) $2x^2 - 6x = 135$

B) $5x^2 + 6x = 567$

C) $2x^2 + 6x = 135$

D) $5x^2 - 6x = 567$

E) $5x^2 - 6x = 135$

34. Un estanque de altura b cm que se encuentra lleno de agua, comienza a perder agua de manera constante, sin llegar a vaciarse por completo.

La función p , con dominio $\left[0, \frac{-b^2}{a}\right]$, que modela la altura del agua que va

quedando en el estanque, medida en cm, está dada por $p(t) = \frac{a}{b}t + b$, tal que t es el tiempo transcurrido, medido en horas desde que el estanque comienza a perder agua.

¿Cuál de las siguientes expresiones representa el tiempo t , en horas, que debe transcurrir para que la altura del agua que queda sea $\frac{2b}{3}$ cm?

- A) $-\frac{2b^2}{3a}$
- B) $-\frac{b^2}{3a}$
- C) $\frac{2b^2 - 3b}{3a}$
- D) $\frac{4b^2}{3a}$

35. Se desea pintar en una pared una superficie de forma triangular, cuya altura es de 500 centímetros y cuya base es de 700 centímetros. El encargado de realizar el pintado concluye que se necesitan dar tres manos de pintura para que quede bien el trabajo.

Los tarros de pintura se venden en formatos de medio galón y un galón. Cada galón rinde 40 m^2 .

¿Cuántos tarros necesita como mínimo para pintar la superficie triangular y que quede bien?

- A) Un tarro de medio galón.
- B) Un tarro de un galón.
- C) Tres tarros de un galón.
- D) Un tarro de un galón y un tarro de medio galón.

37. Un segmento, de 20 cm de longitud, de una arteria ubicada cerca del corazón se puede aproximar, de forma teórica, a un cilindro de 6 mm de diámetro interior.

Considerando esta aproximación teórica, ¿cuál es el volumen de sangre que contiene este segmento de arteria?

- A) $1,8\pi \text{ cm}^3$
- B) $7,2\pi \text{ cm}^3$
- C) $312\pi \text{ cm}^3$
- D) $720\pi \text{ cm}^3$

38. Considera los números reales a y b distintos de cero y c un número real negativo.

Si el vector (a, b) está en el segundo cuadrante del plano cartesiano, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) El vector $(a + c, b + c)$ está en el tercer cuadrante.
- B) El vector $c(a, b)$ está en el primer cuadrante.
- C) El vector $(a - c, b)$ está en el segundo cuadrante.
- D) El vector $(a, -cb)$ está en el tercer cuadrante.
- E) El vector $(b, a + c)$ está en el cuarto cuadrante.

39. Al punto $C(-1, 7)$ se le aplica una traslación según el vector $(-2, -3)$ y luego al punto trasladado se le aplica una rotación en 90° con centro en el origen y en sentido antihorario, obteniéndose un nuevo punto.

¿Cuáles son las coordenadas de este último punto obtenido?

- A) $(3, 4)$
- B) $(4, 3)$
- C) $(-4, 3)$
- D) $(-4, -3)$
- E) $(4, -3)$

41. Considera los vectores $\vec{v} = (a, b)$ y $\vec{u} = (c, d)$, con a , b , c y d números reales.

Si $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, ¿cuál de las siguientes relaciones permite deducir que el vector \vec{w} se encuentra en el primer cuadrante?

- A) $a < c$ y $b < d$
- B) $a > c$ y $b > d$
- C) $ac > 0$ y $bd > 0$
- D) $a > b > c > d > 0$
- E) $a = b = c = d$

42. ¿Cuál es el área del triángulo de vértices $A(p, 2p)$, $B(p - 2, 2p)$ y $C(p - 2, p)$, con p un número real negativo?

A) $\frac{(p - 2) \cdot 2p}{2}$

B) $\frac{(p - 2) \cdot p}{2}$

C) $-p$

D) $-2p$

E) $(p - 2) \cdot 2$

46. En las siguientes tablas se presentan las edades de un grupo de niñas y un grupo de niños que asisten a un centro pediátrico.

Grupo de niñas	
Edad en años	Frecuencia
3	10
4	10
5	10

Grupo de niños	
Edad en años	Frecuencia
8	10
9	10
10	10

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera respecto a las edades de los grupos?

- A) Tienen la misma desviación estándar y el mismo promedio.
- B) Tienen la misma desviación estándar, pero distinto promedio.
- C) Tienen el mismo promedio, pero distinta desviación estándar.
- D) Tienen distinto promedio y distinta desviación estándar.

47. En la tabla adjunta se presenta la cantidad de estudiantes de dos cursos que rindieron una prueba de historia en dos horarios distintos.

	Horario 1	Horario 2
Cantidad de estudiantes del curso A	x	2x
Cantidad de estudiantes del curso B	2y	y
Promedio de notas obtenidas en la prueba por los estudiantes de cada horario	p	q

¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** el promedio general obtenido en la prueba considerando a todos los estudiantes?

- A) $\frac{(x + 2y)p + (2x + y)q}{3(x + y)}$
- B) $\frac{(x + 2x)p + (2y + y)q}{3(x + y)}$
- C) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{p}{x + 2y} + \frac{q}{2x + y} \right)$
- D) $\frac{(x + 2y)q + (2x + y)p}{3(x + y)}$

48. Un naipe de 40 cartas tiene las siguientes características:

- 10 cartas numeradas del 1 al 10, con el símbolo \wp de color rojo.
- 10 cartas numeradas del 1 al 10, con el símbolo \odot de color rojo.
- 10 cartas numeradas del 1 al 10, con el símbolo \blacksquare de color negro.
- 10 cartas numeradas del 1 al 10, con el símbolo \bullet de color negro.

Un juego consiste en que un jugador extrae una carta al azar y gana si la carta es un número primo y el símbolo es de color rojo.

¿Cuál es la probabilidad de que el jugador gane?

- A) $\frac{1}{5}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{1}{10}$
- D) $\frac{3}{20}$

49. Considera dos sucesos independientes entre sí. El suceso A ocurre con probabilidad 0,6, mientras que la probabilidad de que ocurra simultáneamente con el suceso B es 0,3.

¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso B?

- A) 0,18
- B) 0,30
- C) 0,50
- D) 0,90

50. En una caja se tienen 17 bolitas, del mismo tipo, numeradas del 1 al 17.

Si se extraen, sin reposición, 4 bolitas al azar, ¿cuál es la probabilidad de obtener 4 números impares?

A) $\left(\frac{9}{17}\right)^4$

B) $\left(\frac{1}{9}\right)^4$

C) $4 \cdot \frac{9}{17}$

D) $4 \cdot \frac{1}{9}$

E) $\frac{9}{170}$

51. En un curso se rifan dos premios, para lo que se vendieron exactamente 30 números. El primer número extraído al azar se lleva el primer premio y el segundo número extraído al azar se lleva el segundo premio. Pedro compró dos números de la rifa.

Si el sorteo es sin reposición, ¿cuál es la probabilidad de que Pedro gane los dos premios?

A) $\frac{1}{15}$

B) $\frac{1}{435}$

C) $\frac{1}{900}$

D) $\frac{1}{450}$

52. Considera la función f , cuyo dominio es el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = ax^2 + 3x + c$, con a y c números reales distintos de cero.

Se puede determinar que la gráfica de f no interseca al eje X , si se sabe que:

$$(1) \quad a = c$$

$$(2) \quad a \in \left] \frac{3}{2}, \infty \right[$$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

54. Sin conocer las notas que obtuvieron las personas de un curso en una prueba, es posible asegurar que al menos el 50 % de los estudiantes obtuvo nota superior a 5,2, si se sabe que:

- (1) el promedio es 5,2.
- (2) la mediana es 5,3.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

FORMA 193 – 2024

55. Se puede determinar la varianza de las edades de un grupo de 30 personas mayores de 15 años, si se conoce:

- (1) la varianza que tenían las edades del grupo hace 3 años.
- (2) el promedio y el rango de las edades del grupo.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

CLAVES

Nº	Clave
2*	C
3	B
5	E
6	C
7	A
8	A
10	E
11*	A
13	A
14	A
15	D
16	B

Nº	Clave
23*	A
24	A
25	A
26	B
27	B
28	C
29	B
30	A
31	A
32	D
34	B
35	D
37*	A
38	E
39	D

Nº	Clave
41	D
42	C
46	B
47	A
48	A
49	C
50	E
51	B
52	C
54	B
55	A

En el clavijero, las 5 preguntas que están marcadas con (*) corresponden a preguntas que no se consideran para el cálculo del Puntaje.