

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»
КАФЕДРА №52

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

ассистент

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

А.А. Бурков

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 1

Использование циклических кодов для обнаружения ошибок в сетях передачи
данных

по курсу: ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНФОКОМУНИКАЦИОННЫХ
СИСТЕМ И СЕТЕЙ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР.

5723

подпись, дата

А. Ю. Глушенкова

инициалы, фамилия

Цель работы: исследование типового алгоритма формирования контрольной суммы с использованием циклических кодов, использование численного расчета и имитационного моделирования для оценки вероятности того, что декодер не обнаружит ошибки.

Модель системы: в большинстве современных систем передачи данных для обнаружения ошибок применяется следующий подход. К передаваемым данным добавляют контрольную сумму, которая вычисляется на основе этих же данных. По каналу передается сообщение, состоящее из данных и контрольной суммы. Использование контрольной суммы позволяет определить, по принятому сообщению, возникли ли ошибки при передаче данного сообщения по каналу.

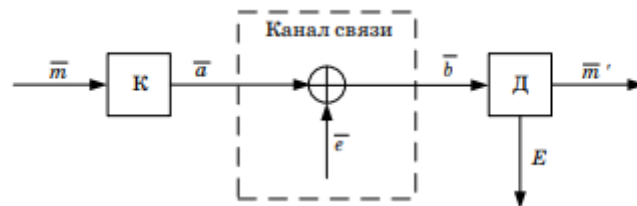


Рис. 1. Структурная схема системы передачи данных:
 \bar{m} – информационное сообщение, К – блок кодера,
 \bar{a} – закодированное сообщение, \bar{e} – вектор ошибок,
 \bar{b} – сообщение на выходе канала, Д – блок декодера,
 E – принятое решение, \bar{m}' – сообщение на выходе декодера

Декодер по некоторому алгоритму проверяет контрольную сумму в принятом сообщении и принимает одно из следующих решений

$$E = \begin{cases} 1, & \text{если были ошибки} \\ 0, & \text{если не было ошибок} \end{cases}$$

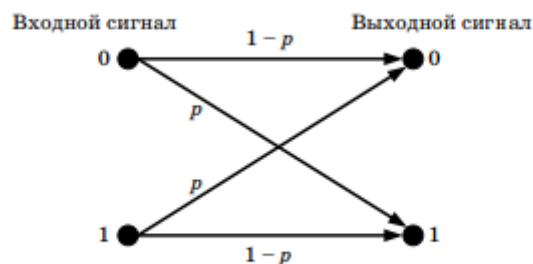


Рис. 2. Модель двоично-симметричного канала

Канал является двоичным, поэтому возможны только два значения битов на входе и выходе канала: $\{0,1\}$. Канал называется симметричным ввиду того, что вероятность ошибки для обоих значений битов одинакова.

Поскольку используются только двоичные коды, то можно сделать вывод, что используются многочлены с коэффициентами GF(2).

Описание работы кодера:

Кодер хранит порождающий многочлен $g(x)$, $\deg(g(x)) = r$ и определяет количество бит контрольной суммы в кодовом слове. k – длина информационного сообщения m .

1. На основе вектора m формируется многочлен $m(x)$, степень которой меньше или равна $k - 1$
2. Вычисляется многочлен $c(x) = m(x) * x^r \bmod g(x)$. Степень многочлена $c(x)$ меньше или равна $r - 1$
3. Вычисляется многочлен $a(x) = m(x) * x^r + c(x)$
4. На основе многочлена $a(x)$ формируется вектор a , длина которого равна $n = k + r$

Допустим, что в канале связи произошли ошибки согласно вектору ошибок e . Тогда закодированное сообщение будет $b = a + e$.

Описание работы декодера:

Декодер хранит порождающий многочлен $g(x)$, $\deg(g(x)) = r$ и n – длина кодового слова.

1. Принятый вектор b переводится в многочлен $b(x)$
2. Вычисляется синдром $s(x) = b(x) \bmod g(x)$
3. Если $s(x) = 0$, то декодер выносит решение, что ошибок не произошло $E = 0$, иначе ошибки произошли и $E = 1$.

На вход программы подаются вектора g , m , длина m и вектор ошибок e , который можно задать в двух форматах – вектором, но при этом нужно рассчитать длину закодированного сообщения или вероятностью p , с которой будет формироваться 0 в векторе ошибок, $(1 - p)$ – вероятность формирования 1.

Также предусмотрены исключения, если формат введенных данных некорректен.

Примеры:

В каждом примере представлен порождающий вектор $g(x)$, вектор информационного сообщения $m(x)$, промежуточные шаги формирования вектора $a(x)$.

Если формирование вектора ошибки задано через вероятность, то выводится случайная вероятность для каждого бита, по которой определяется бит вектора 0 или 1.

Выводится сформированный или входной вектор ошибок $e(x)$, вектор после прохождения через канал связи $b(x)$, т.е. с добавлением вектора ошибок. Также выводится синдром $s(x)$, по которому выводится решение декодера E .

В примере 1 решение декодера $E = 1$. Ошибки были обнаружены.

```
C:\Users\alng\Desktop\Cети\lab1>main.exe 1011 1000 4 0.5
g(x) = 1011    deg = 3    length = 4
m(x) = 1000    deg = 3    length = 4
m(x) * x^3 = 1000000    deg = 6    length = 7
c(x) = 101     deg = 2    length = 3
a(x) = 1000101    deg = 6    length = 7
current p(0) = 0.13
current p(1) = 0.61
current p(2) = 0.77
current p(3) = 0.95
current p(4) = 0.27
current p(5) = 0.39
current p(6) = 0.67
e(x) = 0111001    deg = 3    length = 7
b(x) = 1111100    deg = 6    length = 7
s(x) = 11        deg = 1    length = 2
E = 1
```

В примере 2 была допущена ошибка в входных данных, декодер не начал свою работу.

```
C:\Users\alng\Desktop\Сети\lab1>main.exe 1011 1010 4 00000000
g(x) = 1011    deg = 3    length = 4
m(x) = 1010    deg = 3    length = 4
m(x) * x^3 = 1010000    deg = 6    length = 7
c(x) = 11      deg = 1    length = 2
a(x) = 1010011    deg = 6    length = 7
e(x) = 00000000    deg = 0    length = 8
e has incorrect size
```

В примере 3 на вход был подан нулевой вектор ошибок, декодер выдает решение $E = 0$, что является верным результатом, т.к. $a(x) = b(x)$ и по аксиму $a(x) \bmod g(x) = 0$, т.е. $b(x) \bmod g(x)$ также равно 0.

```
C:\Users\alng\Desktop\Сети\lab1>main.exe 1011 1010 4 00000000
g(x) = 1011    deg = 3    length = 4
m(x) = 1010    deg = 3    length = 4
m(x) * x^3 = 1010000    deg = 6    length = 7
c(x) = 11      deg = 1    length = 2
a(x) = 1010011    deg = 6    length = 7
e(x) = 00000000    deg = 0    length = 7
b(x) = 1010011    deg = 6    length = 7
s(x) = 0
E = 0
```

В примере 4 решение декодера $E = 1$. В канале были допущены ошибки.

```
C:\Users\alng\Desktop\Сети\lab1>main.exe 10111 111110 6 0111000010
g(x) = 10111    deg = 4    length = 5
m(x) = 111110    deg = 5    length = 6
m(x) * x^4 = 1111100000    deg = 9    length = 10
c(x) = 10      deg = 1    length = 2
a(x) = 1111100010    deg = 9    length = 10
e(x) = 0111000010    deg = 8    length = 10
b(x) = 1000100000    deg = 9    length = 10
s(x) = 1010    deg = 3    length = 4
E = 1
```

В примере 5 формат входных данных некорректен.

```
C:\Users\alng\Desktop\Сети\lab1>main.exe 10111 1014353453453 73 0000002211213213
Error *create_polynom*: bits[i] != 0 != 1
```

Описание дополнительного задания: пусть $f(x) = x^3 + x + 1$ или $f(x) = x^3 + x^2 + 1$, а порождающий многочлен $g(x) = f(x) * (x + 1)$. Привести примеры, когда не обнаруживается нечетное число ошибок. Если таких примеров нет, то обосновать почему.

В примерах в начале выводятся сформированные по входным данным вектора. Вектора $s(x)$ для проверки формирования закодированного информационного сообщения $a(x)$. Сформированные вектора закодированного сообщения $a(x)$, вектора ошибок $e(x)$, при которых декодер не обнаруживает допущенные в канале связи ошибки, а также количество таких векторов ошибок. Синдромы $s(x)$, если он равен 0, то ошибки не обнаружены.

Пример 1.

```

m(x) = 1010    deg = 3    length = 4
f(x) = 1011    deg = 3    length = 4
g(x) = 11101   deg = 4    length = 5

for f(x): c(x) = 11    deg = 1    length = 2
for g(x): c(x) = 110   deg = 2    length = 3

for f(x): a(x) = 1010011    deg = 6    length = 7
for g(x): a(x) = 10100110   deg = 7    length = 8

```

Количество необнаруженных ошибок для $f(x)$ в данном случае равно 8.

```

FOR f(x)
ERROR IS NULL 8
e(x) = 0001011    deg = 3    length = 7
s(x) = 0

e(x) = 0010110    deg = 4    length = 7
s(x) = 0

e(x) = 0101100    deg = 5    length = 7
s(x) = 0

e(x) = 0110001    deg = 5    length = 7
s(x) = 0

e(x) = 1000101    deg = 6    length = 7
s(x) = 0

e(x) = 1011000    deg = 6    length = 7
s(x) = 0

e(x) = 1100010    deg = 6    length = 7
s(x) = 0

e(x) = 1111111    deg = 6    length = 7
s(x) = 0

```

В то время как для $g(x)$ все ошибки обнаружены

```

FOR g(x)
ERROR IS NULL 0
g(x) = 11101    deg = 4    length = 5
a(x) = 10100110    deg = 7    length = 8

```

Пример 2.

```

m(x) = 10101    deg = 4    length = 5
f(x) = 1011     deg = 3    length = 4
g(x) = 11101    deg = 4    length = 5

for f(x): c(x) = 101    deg = 2    length = 3
for g(x): c(x) = 1     deg = 0    length = 1

for f(x): a(x) = 10101101    deg = 7    length = 8
for g(x): a(x) = 101010001   deg = 8    length = 9

```

```

FOR f(x)
ERROR IS NULL 16
e(x) = 00001011    deg = 3    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 00010110    deg = 4    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 00101100    deg = 5    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 00110001    deg = 5    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 01000101    deg = 6    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 01011000    deg = 6    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 01100010    deg = 6    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 01111111    deg = 6    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 10001010    deg = 7    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 10010111    deg = 7    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 10101101    deg = 7    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 10110000    deg = 7    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 11000100    deg = 7    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 11011001    deg = 7    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 11100011    deg = 7    length = 8
s(x) = 0

e(x) = 11111110    deg = 7    length = 8
s(x) = 0

FOR g(x)
ERROR IS NULL 0
g(x) = 11101    deg = 4    length = 5
a(x) = 101010001    deg = 8    length = 9

```

Пример 3.

```
m(x) = 10    deg = 1  length = 2
f(x) = 1011   deg = 3  length = 4
g(x) = 11101   deg = 4  length = 5

for f(x): c(x) = 110    deg = 2  length = 3
for g(x): c(x) = 111    deg = 2  length = 3

for f(x): a(x) = 10110   deg = 4  length = 5
for g(x): a(x) = 100111  deg = 5  length = 6

FOR f(x)
ERROR IS NULL 2
e(x) = 01011   deg = 3  length = 5
s(x) = 0

e(x) = 10110   deg = 4  length = 5
s(x) = 0

FOR g(x)
ERROR IS NULL 0
g(x) = 11101   deg = 4  length = 5
a(x) = 100111  deg = 5  length = 6
```

Пример 4.

```
m(x) = 101    deg = 2  length = 3
f(x) = 1011   deg = 3  length = 4
g(x) = 11101   deg = 4  length = 5

for f(x): c(x) = 100    deg = 2  length = 3
for g(x): c(x) = 11     deg = 1  length = 2

for f(x): a(x) = 101100  deg = 5  length = 6
for g(x): a(x) = 1010011 deg = 6  length = 7

FOR f(x)
ERROR IS NULL 4
e(x) = 001011   deg = 3  length = 6
s(x) = 0

e(x) = 010110   deg = 4  length = 6
s(x) = 0

e(x) = 101100   deg = 5  length = 6
s(x) = 0

e(x) = 110001   deg = 5  length = 6
s(x) = 0

FOR g(x)
ERROR IS NULL 0
g(x) = 11101   deg = 4  length = 5
a(x) = 1010011 deg = 6  length = 7
```

Пример 5.

```
m(x) = 011 deg = 1 length = 3
f(x) = 1011 deg = 3 length = 4
g(x) = 11101 deg = 4 length = 5

for f(x): c(x) = 101 deg = 2 length = 3
for g(x): c(x) = 1010 deg = 3 length = 4

for f(x): a(x) = 011101 deg = 4 length = 6
for g(x): a(x) = 0111010 deg = 5 length = 7

FOR f(x)
ERROR IS NULL 4
e(x) = 001011 deg = 3 length = 6
s(x) = 0

e(x) = 010110 deg = 4 length = 6
s(x) = 0

e(x) = 101100 deg = 5 length = 6
s(x) = 0

e(x) = 110001 deg = 5 length = 6
s(x) = 0

FOR g(x)
ERROR IS NULL 0
g(x) = 11101 deg = 4 length = 5
a(x) = 0111010 deg = 5 length = 7
```

Более подробно:

```
m(x) = 011 deg = 1 length = 3
f(x) = 1011 deg = 3 length = 4
g(x) = 11101 deg = 4 length = 5

for f(x): c(x) = 101 deg = 2 length = 3
for g(x): c(x) = 1010 deg = 3 length = 4

for f(x): a(x) = 011101 deg = 4 length = 6
for g(x): a(x) = 0111010 deg = 5 length = 7

FOR f(x)
ERROR IS NULL 4
a(x) = 011101 deg = 4 length = 6
e(x) = 001011 deg = 3 length = 6
b(x) = 010110 deg = 4 length = 6
s(x) = 0

a(x) = 011101 deg = 4 length = 6
e(x) = 010110 deg = 4 length = 6
b(x) = 001011 deg = 4 length = 6
s(x) = 0

a(x) = 011101 deg = 4 length = 6
e(x) = 101100 deg = 5 length = 6
b(x) = 110001 deg = 5 length = 6
s(x) = 0

a(x) = 011101 deg = 4 length = 6
e(x) = 110001 deg = 5 length = 6
b(x) = 101100 deg = 5 length = 6
s(x) = 0

FOR g(x)
ERROR IS NULL 0
g(x) = 11101 deg = 4 length = 5
a(x) = 0111010 deg = 5 length = 7
```


Другой $f(x)$

```

m(x) = 011 deg = 1 length = 3
f(x) = 1101 deg = 3 length = 4
g(x) = 10111 deg = 4 length = 5

for f(x): c(x) = 10 deg = 1 length = 2
for g(x): c(x) = 1001 deg = 3 length = 4

for f(x): a(x) = 011010 deg = 4 length = 6
for g(x): a(x) = 0111001 deg = 5 length = 7

FOR f(x)
ERROR IS NULL 4
a(x) = 011010 deg = 4 length = 6
e(x) = 001101 deg = 3 length = 6
b(x) = 010111 deg = 4 length = 6
s(x) = 0

a(x) = 011010 deg = 4 length = 6
e(x) = 011010 deg = 4 length = 6
b(x) = 000000 deg = 4 length = 6
s(x) = 0

a(x) = 011010 deg = 4 length = 6
e(x) = 100011 deg = 5 length = 6
b(x) = 111001 deg = 5 length = 6
s(x) = 0

a(x) = 011010 deg = 4 length = 6
e(x) = 110100 deg = 5 length = 6
b(x) = 101110 deg = 5 length = 6
s(x) = 0

FOR g(x)
ERROR IS NULL 0
g(x) = 10111 deg = 4 length = 5
a(x) = 0111001 deg = 5 length = 7

```

Можно заметить, что для многочлена $g(x)$ ошибки обнаруживаются, а для многочлена $f(x)$ число необнаруженных ошибок всегда равно $2^{(k-1)}$, где k — длина информационного сообщения m . Минимальное расстояние вектора $b(x)$ для порождающего многочлена $f(x)$ после канала связи является четным числом. $k-1$ также соответствует кол-ву четных чисел $<$ длины закодированного сообщения. Т.е. для 8 это 0 2 4 6, $2^4 = 16$, что соответствует кол-ву векторов, при которых ошибки не обнаруживаются.

Также можно заметить, что в векторе ошибок $f(x)$ циклически сдвигается влево, тем самым складывая с a , получаем $b(x)$, кратное $f(x)$ и ошибки не обнаруживаются.

Для $g(x)$ все ошибки обнаруживаются, можно предположить, что не найдено такого вектора e , при котором в векторе b 1 расположены таким образом, что можно было сказать, что g это арифметический и циклический сдвиг в векторе b , при котором b кратно g .

Вывод: в ходе лабораторной работы был построен алгоритм работы кодера и декодера, т.е. промоделирована работа кодирования сообщения, которое в свою очередь проходит по каналу связи с некоторыми ошибками, декодер, по принятому сообщению, должен обнаружить ошибки. Декодер может выдавать неверное решение, поскольку закодированное сообщение после прохождения канала связи с допущением ошибок, может принадлежать множеству возможных кодовых слов, но вектор a не может быть равен вектору b при допущении ошибок в канале связи.

