Portafolio de evidencia.

Nombre: Adra Salcedo Glez

ING. MECATRÓNICA 9°B Maestro: Ing. Enrique Morán Garabito.

Modelo dinámico de la estructura mecánica de un robot rígido. Equilibrio de fuerzas, se basa en la segunda ley de Newton.

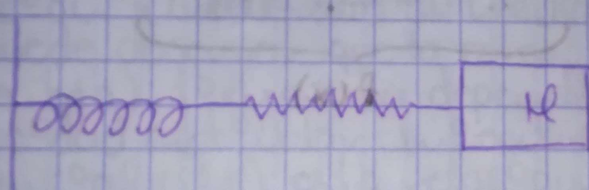
$$\sum F = m\dot{v}$$

y del movimiento de rotación de la ley de Euler

$$\sum T = I\dot{\omega} + \omega \times (I\omega)$$

↳ tensor de momentos inercia.

Sistema masa-resorte-amortiguador



El modelo dinámico esta dado por:

$$f = m\ddot{x} + b\dot{x} + kx$$

f: Fuerza externa.
$m\ddot{x}$: Fuerza inercial.
$b\dot{x}$: Fuerza viscosa.
kx: Ley de Hooke.

La función de transferencia esta dada por:

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

Siendo la ecuación característica de los polos

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4mk}}{2k}$$

El sistema oscilara cuando cumpla $(b^2 - 4mk) < 0$ y sera amortiguado si $(b^2 - m4k) > 0$

El sistema en ecuación diferencia de primer orden esta dado por

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ m^{-1}[F - b\dot{x} - kx] \end{bmatrix}}_{f(x)}$$

Ecuaciones Euler-Lagrange

Un método es para obtener el método dinámico de un robot, esta basado en las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange.

La energía total $\mathcal{E}$ (hamiltoniano) del robot manipulador esta dada por la suma de la energía de la energía cinética $K(q, bfb)$ más la energía potencial $U(q)$

$$\mathcal{E}(q,\dot{q}) = K(q,\dot{q}) + U(q)$$

Donde $q, \dot{q} \in \mathbb{R}^n$ representan los vectores de posición y velocidad articular, respectivamente, se puede observar que la energía cinética $K(q, bfq)$, tiene una dependencia de la velocidad articular, mientras que la energía potencial $U(q)$ está relacionada con el campo conservativo de la gravedad, por lo tanto, depende únicamente de la posición.

El Langrangiano $\mathcal{L}(q,\dot{q})$ de un robot manipolador de n grados de libertad se define como la diferencia entre la energía K y la energía U

$$\mathcal{L}(q,\dot{q}) = K(q,\dot{q}) - U(q)$$

Las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange estan dadas por:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial q}\right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial q} = \tau - f(\dot{q},\tau)$$

$q = [q_1, q_2, \ldots q_n]^T \in \mathbb{R}^n \rightarrow$ Vector de posición articulares o coordenadas generalizadas

$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots \dot{q}_n]^T \in \mathbb{R}^n \rightarrow$ Vector de velocidad articulares

$\tau = [\tau_1, \tau_2, \ldots \tau_n]^T \in \mathbb{R}^n \rightarrow$ Vector de pares aplicados

$f(\dot{q}, f_e) \in \mathbb{R}^n \rightarrow$ Vector de fuerzas o pares de fricción que dependen de la velocidad articular q y de la fricción estática.

$t \in \mathbb{R}_+ \rightarrow$ Tiempo

$n \in \mathbb{N} \rightarrow$ número de grados de libertad

La energía cinética definida en función de la velocidad articular

$$K(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q}$$

$M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow$ Matriz de inercia del manipulador.

La ecuación del movimiento se puede escribir en forma compacta como:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}}\left[\frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q}\right] - \frac{\partial U(q)}{\partial \dot{q}} = M(q)$$

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial \dot{q}}\right] = M(q)\ddot{q} + \dot{M}(q)\dot{q}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial q} = \frac{\partial}{\partial q}\left[\frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q}\right] - \frac{\partial U(q)}{\partial q}$$

Así, las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange para n robot de n grado de libertad adquieren la siguiente forma

$$\tau = M(q)\ddot{q} + \dot{M}(q)\dot{q} - \frac{\partial}{\partial q}\left[\frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\dot{q}\right] + \frac{\partial U(q)}{\partial q}$$

$$+ f_f(\dot{q}, f_e)$$

Alondra Salcedo González 22/mayo/2019
Estimador de velocidad y filtrado

En la ecuación

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ m^{-1}(f - b\dot{x} - kx) \end{bmatrix}}_{f(x)}$$

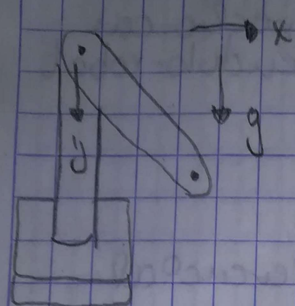
Se encuentra como estimador la velocidad y filtrado, para robots manipuladores y sistemas mecatrónicos.
Por ejemplo si q_i, representa la i-esima articulación de un robot, la manera de estimar la iesima velocidad de $\dot{q}_i$, es por medio de la siguiente fórmula:

$$\dot{q}_i \approx \dot{F}_i = -\lambda F_i + \lambda q_i$$

donde λ es la frecuencia del corte del filtro de ganancia unitaria. F_i es la iesimo estado del filtro que representa la señal filtrada de la entrada (q_i) y $\dot{F}_i$ en la estimulación de velocidad $\dot{q}_i$.

Péndulo
La ecuación dinámica de un péndulo-robot es

$$\tau = [m l_c^2 + I]\ddot{q} + m g l_c \,\mathrm{sen}(q) + b\dot{q} + f_c \,\mathrm{signo}(\dot{q}) + f_e[1 - |\mathrm{signo}(\ddot{q})|]$$



Parámetros

masa = m_1 = 3.88 kg

Centro de masa

$l_{c1} = 0.087$

Fricción viscosa

$b_1 = 0.16$ Nm·seg/rad

Longitud

$l_1 = 0.45$ m

Fricción de Coulomb

$f_{c1} = 0.19$ Nm

Momento de inercia del motor

$I_{r1} = 0.16$ Nm·seg^2/rad

Fricción estática

$f_{e1} = 0.20$ Nm

Cap. del servomotor

± 15 Nm

Paso 1: Modelo de cinemático directo con respecto al centro de masa del péndulo-robot

$$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_c \operatorname{sen}(q) \\ -l_c \operatorname{sen}(q)\end{bmatrix}$$

Paso 2: Modelo de cinemática diferencial

$$v = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_c \operatorname{sen}(q) \\ l_c \operatorname{sen}(q)\end{bmatrix}$$

La rapidez de traslación está dada por $v[\dot{x}, \dot{y}]^T$

observar que $v^T v = \|v\|^2 = l_c^2 \dot{q}^2$

Paso 3: Modelo de energía es cuando la energía del robot está compuesta de la energía cinética $K(q, \dot{q})$ y la energía potencial $U(q)$

La energía cinética toma la siguiente forma

$$K(q,\dot{q}) = \frac{1}{2} m v^T v + \frac{1}{2} I \dot{q}^2 = \frac{1}{2}\left[m l_c^2 + I\right]\dot{q}^2$$