

Übungsserie 8

Datenstrukturen & Algorithmen

Universität Bern
Frühling 2018

Übungsserie 8

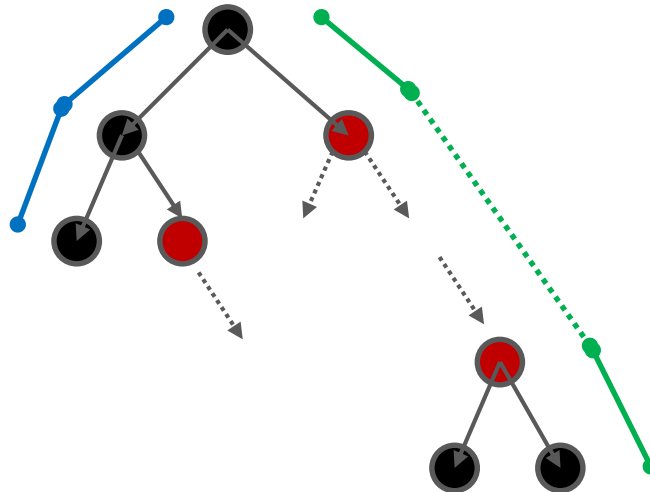
- > **Rot-Schwarz** Bäume
 - > 8 theoretische Aufgaben
 - > Nächste Woche wieder praktische Aufgabe ;)
-

Rot-Schwarz Bäume

- > **Aufgabe 1** Betrachte Rot-Schwarz Baum mit allen Eigenschaften ausser „*Wurzel ist schwarz*“
 - Genügt es die Wurzel schwarz zu färben, um einen Rot-Schwarz Baum zu erhalten?
- > Definition (5 Eigenschaften) überprüfen
- > Antwort mit 2 – 3 Sätzen begründen

Rot-Schwarz Bäume

- > **Aufgabe 2** Zu zeigen: Der **längste Pfad** zu einem Blatt ist höchstens doppelt so lang wie der **kürzeste Pfad**



- > **Tipp** Eigenschaft 5: **Schwarzhöhe** ist fest
- **Rothöhe** $\leq \dots$? (Weitere Eigenschaft)
 - Höhe = **Schwarzhöhe** + **Rothöhe**

Rot-Schwarz Bäume

- > **Aufgabe 3** Betrachte Rot-Schwarz Baum der Schwarzhöhe h . Wieviele innere Knoten hat der Baum mindestens, höchstens?

- > **Tipps**
 - Ein vollständiger binärer Baum der Höhe c hat wieviele innere Knoten?
 - Maximale, minimale theoretisch mögliche Höhe eines Rot-Schwarz Baumes der Schwarzhöhe h ?
 - Siehe auch Beweis Lemma 13.1 im Buch

Rot-Schwarz Bäume

-
- > **Aufgabe 4** Schreibe Pseudocode für die Prozedur RIGHT-ROTATE
 - > **Tipp** Siehe LEFT-ROTATE (Buch S. 316)
-

Rot-Schwarz Bäume

- > **Aufgabe 5** Zu zeigen: Ein binärer Suchbaum kann durch $O(n)$ Rotationen in einen beliebigen anderen binären Suchbaum überführt werden.

- > **Tipps**
 - Binärer Suchbaum \rightarrow Keine Wächter
 - Zeige zuerst: Jeder Suchbaum kann in $O(n)$ in eine **rechtsläufige Kette** überführt werden

Rot-Schwarz Bäume

- > **Aufgabe 5** Zu zeigen: Ein binärer Suchbaum kann durch $O(n)$ Rotationen in einen beliebigen anderen binären Suchbaum überführt werden.

> **Tipps**

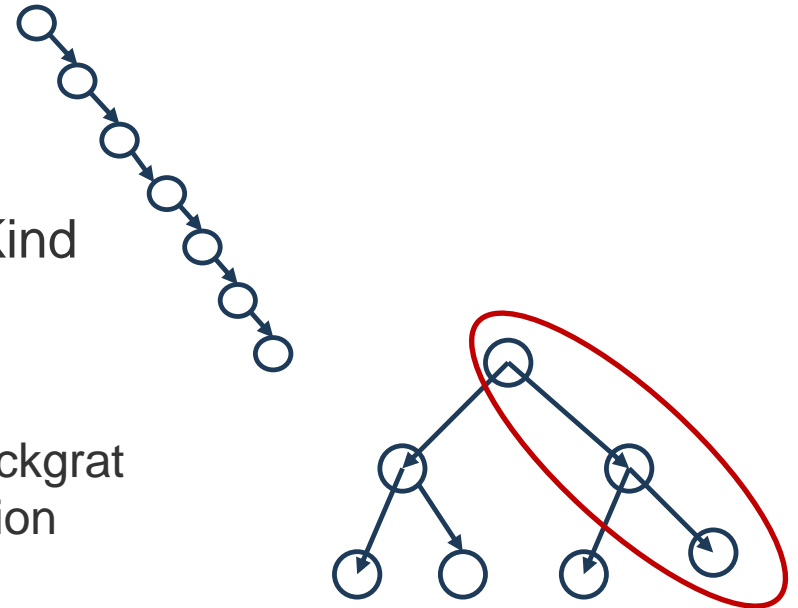
— **Rechtsläufige Kette**

Jeder Knoten hat nur rechtes Kind

— Betrachte den Ast ganz

rechts  (**rechtes Rückgrat**)

- Hat ein Knoten im rechten Rückgrat ein linkes Kind → Rechtsrotation auf diesem Knoten
- Wie gross ist danach das rechte Rückgrat? Wieviele Rotationen braucht es, bis alle Knoten im rechten Rückgrat sind?
- Rotationen sind invertierbar

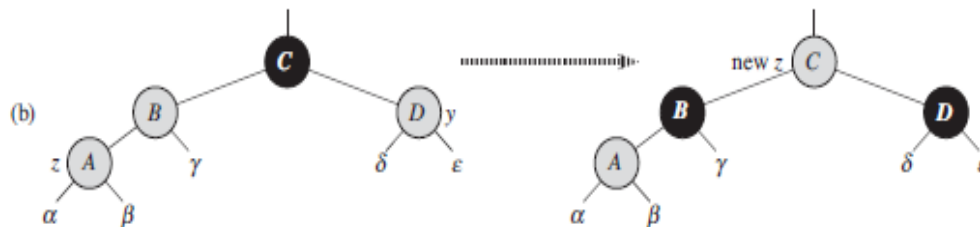
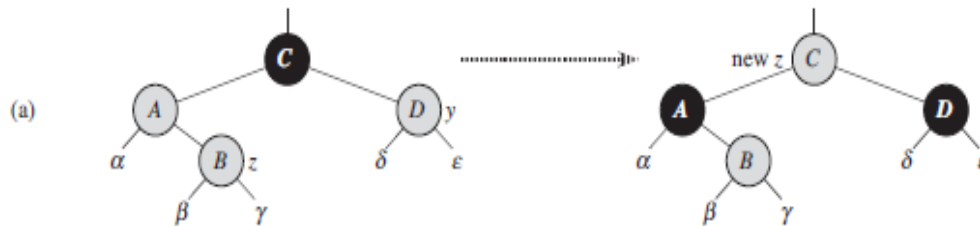


Rot-Schwarz Bäume

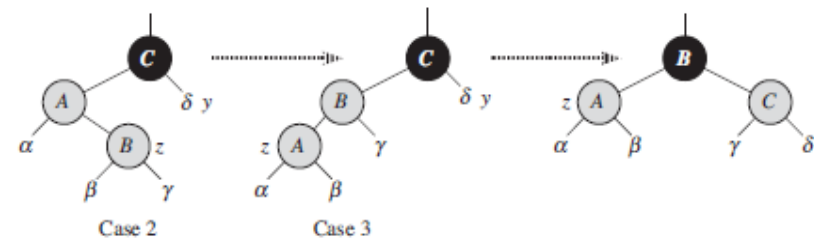
- > **Aufgabe 6** Zeichne Rot-Schwarz Bäume, die durch sukzessives Einfügen einer bestimmten Schlüsselreihe entstehen
- > Falls `FIXUP`: Baum **vor**, **während** und **nach** `FIXUP` zeichnen

Rot-Schwarz Bäume

- > **Aufgabe 7** Überprüfe, dass Eigenschaft 5 durch die im Buch in Abb. 13.5 & 13.6 beschriebenen Transformationen erhalten bleibt
- > Abbildung abzeichnen und Schwarzhöhen eintragen



[Abb 13.5]



[Abb 13.6]

Rot-Schwarz Bäume

- > **Aufgabe 8** Wenn ein Knoten in einen Rot-Schwarz Baum eingefügt wird und gleich wieder gelöscht wird, entsteht der ursprüngliche Baum?
 - > **Tipp** Gegenbeispiel
-