

ЗАДАНИЕ на лабораторную работу №1

Тема: Программная реализация приближенного аналитического метода и численного алгоритма первого порядка точности при решении задачи Коши для ОДУ.

Цель работы. Получение навыков решения задачи Коши для ОДУ методами Пикара и явным методом первого порядка точности (Эйлера).

Содержание работы

В задачах 1-3 найти частное решение для математической модели на основе ОДУ.

Задача 1. Решить ОДУ

$$\begin{aligned}(u^2 + x)u' &= 1, \\ u(1) &= 0.\end{aligned}$$

Задача 2. Решить ОДУ

$$\begin{aligned}1 - 2xu u' &= u^3 u', \\ u(0.5) &= 0.\end{aligned}$$

Задача 3. Решить ОДУ, не имеющее аналитического решения

$$\begin{aligned}u'(x) &= x^2 + u^2, \\ u(0) &= 0.\end{aligned}$$

Задание.

В задачах 1,2 построить таблицу, содержащую в первом столбце значения аргумента, во втором- аналитическое решение, в третьем - численное решение методом Эйлера, в остальных - 1-4-е приближения метода Пикара.

Показать аналитически, что метод Пикара сходится к точному аналитическому решению.

В задаче 3 построить таблицу, содержащую значения аргумента с заданным шагом в интервале $[0, x_{\max}]$ и результаты расчета функции $u(x)$ в приближениях Пикара (от 1-го

до 4-го), а также численным методом. Границу интервала x_{\max} выбирать максимально возможной из условия, чтобы численный метод обеспечивал точность вычисления решения уравнения $u(x)$ до второго знака после запятой.

Примерные вопросы при защите лабораторной работы.

1. Укажите интервалы значений аргумента, в которых можно считать решением заданного уравнения каждое из первых 4-х приближений Пикара, т.е. для КАЖДОГО приближения указать свои границы применимости. Точность результата оценивать до второй цифры после запятой. Объяснить свой ответ.
2. Пояснить, каким образом можно доказать правильность полученного результата при фиксированном значении аргумента в численных методах.
3. Каково значение решения уравнения *задачи 3* в точке $x=2$, т.е. привести значение $u(2)$.
4. Получите оценку точки разрыва решения уравнения из *задачи 3*.

Методика оценки работы.

Модуль 1, срок - 5-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - 12 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы - 20 баллов (максимум).