

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CÁLCULO NUMÉRICO EN UNA VARIABLE CURSO 2022/23

Prof. S. Sánchez-Pedreño

PRÁCTICA 2 10-11 de octubre de 2022

El objetivo principal de esta práctica es el de familiarizarnos con las herramientas gráficas de Octave: dibujo de gráficas en el plano, diferentes tipos de línea en el gráfico, colores, leyendas, etc. También abordaremos algunas órdenes relacionadas con el manejo de vectores y matrices, y las expresiones condicionales if...else...endif; además manejaremos las funciones de Octave de distintas formas.

Introducción: herramientas gráficas de Octave

Recordemos que Octave y Matlab trabajan fundamentalmente con vectores y matrices, es importante tenerlo en cuenta, puesto que para dibujar una curva en el plano lo que haremos (con la orden gráfica más elemental) será pasarle un vector de abscisas y un vector de ordenadas. Con esos datos Octave dibujará una poligonal (que puede parecer una línea continua...) que une los puntos del plano dados por las componentes de ambos vectores: eso será una curva gráfica para Octave.

Comenzamos por tanto con algunas herramientas para crear o manejar vectores o matrices. Atención: los índices de las componentes de un vector o matriz se numeran empezando en 1, no en 0 (al contrario que en Java u otros lenguajes).

Orden	Descripción	Ejemplo (a teclear)
[*,*,*;*,*,*]	Crea una matriz descrita por valores con-	>> A=[1,2,3;9,10,11]
	cretos (*). Las columnas se separan me-	>> B=[2,4,6,8]
	diante una coma, las filas mediante punto	
	y coma (;)	
A(n,m)	Devuelve el elemento de la matriz A en la	>> A(2,3)
	fila n y la columna m. Naturalmente para	>> B(2)
	vectores sólo necesitamos una posición. Re-	
	cuerda: B(0) producirá un error.	
ini:incr:max	Crea un vector cuyo primer elemento es ini	>> A=2:3:32
[ini:incr:max]	y los sucesivos se obtienen sumando incr	>> B=[1:0.1:2.005]
	al anterior, hasta alcanzar el valor max. Si	
	el valor max se sobrepasa (porque al in-	
	crementar sucesivamente no lo obtenemos	
	exactamente) el último elemento será me-	
	nor que max.	
<pre>linspace(ini,fin,n)</pre>	Crea un vector con n componentes cuyos	>> linspace(1,10,10)
	valores están equidistribuidos en el inter-	>> linspace(1,10,11)
	valo [ini,fin].	<pre>>> linspace(pi,pi+1,5)</pre>
zeros(n,m)	Crea una matriz de ceros, de tamaño n×m,	>> A=zeros(3)
zeros(n)	o n×n (respectivamente). Las componentes	>> v=zeros(1,5,"uint8")
zeros(,"clase")	serán de tipo clase; si no se incluye, por	
	defecto de tipo double.	
ones(n,m)	Como la anterior, pero con valores 1.	>> A=ones(3)
ones(n)		>> v=ones(1,5,"uint8")
ones(,"clase")		

Los primeros gráficos

El comando básico para realizar gráficas bidimensionales es: plot(x,y), donde x será el vector de abscisas e y será el de ordenadas.

Por ejemplo: teclea en la ventana de comandos

```
>> x=[1,2,3]
>> y=[0.3,2.5,0.9]
>> plot(x,y)
```

Comprobarás que se abre una ventana, con nombre «Figure 1», que tiene una botonera con algunas herramientas (desplazamiento, zoom, etc.), puedes moverla, ampliarla, etc. como cualquier otra ventana. Experimenta con los botones... Después cierra la ventana gráfica (con el ratón)

Ahora vamos a crear varias ventanas. Podemos intentar lo siguiente (teclea en la ventana de comandos):

```
>> x=[1,2,3]
>> y=[0.3,2.5,0.9]
>> plot(x,y)
>> plot([4,5,6],[2,-2,0])
```

¿Qué ha ocurrido?... que el segundo gráfico ha reemplazado al primero en la ventana de la «Figure 1». Para evitar esto hacemos:

```
>> x=[1,2,3]
>> y=[0.3,2.5,0.9]
>> plot(x,y)
>> figure(2)
>> plot([4,5,6],[1,1.5,1])
```

En los ejemplos que siguen repetiremos con frecuencia algunas órdenes en la ventana de comandos: si utilizas la flecha hacia arriba del teclado, en esta ventana, podrás ir repitiendo órdenes y editarlas, si quieres modificarlas.

Algunas órdenes interesantes para el manejo de distintos gráficos

Cierra la ventanas gráficas creadas antes. A continuación teclea en la ventana de comandos las órdenes indicadas en lo que sigue, en el orden indicado.

figure(n) Crea una ventana gráfica con nombre «Figure n». Si ya existe esta ventana entonces la declara como activa (tiene el foco): es decir, los comandos gráficos siguientes le afectarán a dicha ventana.

```
>> figure(1)
>> plot([1,2,3],[3,4,5])
>> figure(2)
>> plot([1,2,3],[-3,-4,-5])
>> figure(1)
>> plot([3,4,8],[-2,1,-5])
```

¿En qué ventana se ha dibujado la última gráfica?

clf(n) Vacía el contenido de la ventana «Figure n», pero la ventana sigue abierta. Qué es exactamente el contenido y qué desaparece es complicado de explicar ahora: una ventana gráfica es como un contenedor... clf elimina ciertas cosas del contenedor, pero no otras y esta orden tiene otras sintaxis más ricas, mediante las que se puede especificar más detalles de los elementos a eliminar... De momento nos contentamos con esto.

```
>> clf(1)
```

hold on Permite añadir elementos gráficos a la ventana gráfica que tiene el foco, sin eliminar los que ya existen.

```
>> figure(2)%%Por si no tiene el foco en estos momentos, lo ponemos en la fig. 2
>> hold on
>> plot([9,10,11,12],[1,2,1,2])
>> hold on
>> plot([3,4,8],[-2,1,-5])
close(n) Cierra la ventana «Figure n».
>> close(1)
close all Cierra todas las ventanas «Figure...»
```

Elementos gráficos adicionales

Las posibilidades gráficas en Octave son bastante completas. Aquí vamos a describir sólo algunas de ellas.

En primer lugar, y muy importante:

• Podemos incluir varias gráficas simultáneamente en un mismo comando plot:

```
>> close all%% Para empezar de nuevo
>> x1=[1,2,3]
>> y1=[0.1,2.5,-1.2]
>> x2=[1,2,3,4]
>> y2=[-0.1,-2.5,1.2,-3.4]
>> plot(x1,y1,x2,y2)
```

Octave escala automáticamente el eje de ordenadas para que se ajuste al tamaño de la gráfica (también el de abscisas, si por ejemplo se añade un segundo gráfico a una ventana ya existente). Podemos fijar los límites de los intervalos de abscisas y ordenadas, con las órdenes xlim([xmin,xmax]), ylim[ymin,ymax]. Por ejemplo, siguiendo con las órdenes ya tecleadas en el punto anterior:

```
>> xlim([-3,2])
>> ylim[-2,0]
```

Observa lo que ocurre, y utiliza el botón de desplazamiento de la ventana gráfica para comprobar que las gráficas «siguen ahí». Estas órdenes sólo se ocupan de determinar la parte visible del plano. Cada gráfico añadido a una ventana gráfica cambia la escala de los ejes, así xlim e ylim deben utilizarse después de incluir un gráfico.

Antes de introducir otros elementos de control de gráficos vamos a dibujar algunas gráficas menos triviales que las de los ejemplos anteriores.

Por ejemplo, para dibujar la función sen(x) en una malla de puntos (201) en el intervalo $[-\pi, \pi]$:

```
>> x=linspace(-pi,pi,201)
>> plot(x,sin(x)) %% observa el intervalo de abscisas en el gráfico
>> xlim([-pi,pi]) %% ahora el intervalo de abscisas ha cambiado
    Otro ejemplo, utilizando «funciones anónimas»:
>> mifun=@(x) 2*x./(1+x.^2);
>> x=linspace(-3,3,201);
>> plot(x,mifun(x))
```

Incluyendo puntos en un gráfico

Se pueden incluir puntos en un gráfico pasando a plot dos vectores: un vector con las abscisas de los puntos que se quieren dibujar, y un vector con sus ordenadas, e incluyendo además una indicación de cómo dibujar un punto, mediante el símbolo adecuado, por ejemplo '*', 'o':

```
>> mifun=@(x) 2*x./(1+x.^2);
>> x=linspace(-3,3,11);
>> plot(x,mifun(x))
>> hold on
>> plot(x,mifun(x),'*',[0],[0],'o')
```

Colores y leyendas

Podemos controlar muchos otros elementos, como los colores con los que se dibujan las gráficas o los puntos, el estilo de las líneas y los puntos, así como la inclusión de leyendas, títulos de la ventana, etc. He aquí algunos ejemplos.

La orden plot tiene numerosas variantes en cuanto a las variables que espera. Una de ellas incluye el «formato», una cadena de caracteres que controla cómo se muestra cada elemento gráfico.

El «formato» es una cadena de caracteres compuesta por cuatro partes, todas ellas optativas. Estas partes son: estilo de la línea, estilo de puntos (marcadores), color y leyenda. Atención: la leyenda, si se incluye, debe encerrarse entre signos de punto y coma, es decir, debe ser de la forma ;leyenda;.

Veamos un ejemplo rápido:

```
>> close all
>> x=linspace(-3,3,200)
>> plot(x,mifun(x),'g--;Mi función;')
>> hold on
>> plot(x,mifun(x),'m*;Puntos;',[0,-3,3],[0,0,0],'o')
```

En el primer caso hemos especificado en el formato el color verde (g, de «green»), un estilo de línea discontinua (--), y la leyenda (Mi función). En el segundo caso se dibujan sólo puntos (debido al formato especificado con *), en color magenta (m) y una nueva leyenda para este elemento gráfico adicional.

A continuación tenéis una lista de valores admitidos en el formato:

Estilos de línea Posibles valores: - (línea continua, valor por defecto), -- línea discontinua, : línea de puntos, -. discontinua compuesta de raya y punto.

Colores Posibles valores b, r, g, b, y, m, c, w.

Marcas de puntos Entre otros: +, o, *, ., x, s, etc.

```
Una sintaxis alternativa, y que ofrece más posibilidades es plot(x,y, prop1,valor1,prop2,valor2,...)
```

donde prop1, prop2 representan el nombre de distintas propiedades, seguidas cada una de su valor. Entre las propiedades: linestyle, linewidth, color, marker, markersize, markeredgecolor,...

El nombre de la propiedad y los valores que no sean numéricos deben escribirse entre apóstrofos o comillas (como todas las cadenas). Un ejemplo con pequeñas variaciones sobre el anterior:

```
>> close all
>> x=linspace(-3,3,200)
>> plot(x,mifun(x),'color','c','linestyle','-.','linewidth',2)
>> legend('Mi función')
>> hold on
>> plot(x,mifun(x),'marker','*',[0,-3,3],[0,0,0],'marker','o','markerfacecolor','y')
```

La orden legend es otra forma de incluir una leyenda, admite muchas variantes, pero no entraremos en ellas ahora.

Aunque no es exactamente la misma sintaxis, información sobre Matlab, con ejemplos, en:

```
https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/plot.html \\ https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/fplot.html
```

Ejercicios para la práctica 1

- 1. Este primer ejercicio consiste en dibujar algunas gráficas sencillas, para familiarizarnos con los elementos gráficos. Debemos escribir el código en un archivo denominado Ejercicio1.m. Como se van añadiendo elementos apartado a apartado, utiliza close all, desde la ventana de comandos, para cerrar la ventana gráfica entre apartado y apartado, antes de volver a ejecutar el script (también puedes cerrar directamente la ventana con el ratón).
 - a) Dibuja en una ventana la gráfica de la función $f(x) = \pi + \sqrt{1 + x^2}$ en el intervalo [-3, 3], utilizando 179 puntos. Recuerda que en un script podemos definir una función con el código: f=@(x) pi+sqrt(1+x.^2);

Aunque de forma alternativa podemos definirla, dentro del propio archivo script, mediante el código

```
function ret=f(x)
ret=pi+sqrt(1+x.^2)
endfunction
```

Aunque en este ejemplo no se ve la necesidad de la segunda opción, es conveniente recordar que la primera sintaxis sólo permite una expresión tras la parte de código $\mathfrak{C}(x)$. En ambas formas, la definición de la función debe preceder en el código a cualquier llamada a la misma.

- b) Cambia el color de la gráfica y el grosor de la línea (el valor del grosor por defecto es 0.5). Añade una leyenda.
- c) Añade a la misma ventana la gráfica de la función g(x) = sen(x) sobre el mismo intervalo. Elige el color de esta nueva gráfica y fija un estilo de línea discontinuo. Incluye también una leyenda.
- d) Finalmente, añade en la misma ventana la gráfica de h = f + g.
- e) Añade la orden title ('Mi primer gráfico'). ¿Qué efecto produce?
- f) Conviene terminar el archivo .m, con el código close all, para que las ventanas gráficas se cierren (si es lo que deseamos), de forma que si volvemos a ejecutar el programa los gráficos y levendas no se acumulen, ¡recuérdalo!
- 2. Vamos a definir una función a trozos en Octave y a representar su gráfica.

La principal dificultad para definir una función a trozos en Octave es que se espera que el argumento, x, de una función, f(x), sea vectorial, por ejemplo para poder dibujar su gráfica con plot(x, f(x)), siendo x el vector de las abscisas. Puesto que para poder definir la función por trozos debemos conocer en qué intervalo o región está la variable, debemos realizar comparaciones... ¿Y cómo se comparan vectores?

a) Escribe en la ventana de comandos

```
>> x=[1,-1,2,-2]
>> x<0
¿Cómo explicas el resultado?
```

b) ¿Qué ocurre si utilizamos la condición x<0 para tomar una decisión? Escribe los siguientes ejemplos:

```
>> x=[1,-1,2,-2]
>> if x<0 disp('negativo') else disp('positivo') endif
>> x=[-1,1,-2,2]
>> if x<0 disp('negativo') else disp('positivo') endif
>> x=[1,2,3,4]
>> if x<0 disp('negativo') else disp('positivo') endif
>> x=[-1,-2,-3,-4]
>> if x<0 disp('negativo') else disp('positivo') endif
¿La conclusión es...?</pre>
```

Tenemos varias formas de aproximarnos al problema.

a) Manejar las funciones características simuladas en Octave. Recuerda que si A es un conjunto, digamos en \mathbb{R} , la función característica de A es:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

Así, por ejemplo, si $A=(-\infty,0)$ y $B=[0,+\infty)$ la función $f(x):=-x\chi_A(x)+x\chi_B(x)$ coincide con |x|.

Esto es fácil de escribir en Octave: f=@(x) -x.*(x<0)+x.*(x>=0). Por ejemplo, escribe

```
>> x=[1,-1,2,-2];
>> f=@(x) -x.*(x<0)+x.*(x>=0);
>> f(x)
```

¿Obtienes el resultado buscado? Haz otras pruebas para confirmarlo...

b) La segunda opción para resolver este problema es recorrer las componentes del vector \mathbf{x} en un bucle y realizar la comparación componente a componente. Por ejemplo, escribe:

¡Octave es muchísimo más rápido manejando expresiones vectoriales o matriciales que recorriendo las componentes del vector o matriz y operando directamente sobre ellas!

c) Terminamos el ejercicio escribiendo un archivo Ejercicio2.m donde vamos a representar en dos ventanas distintas las gráficas de las funciones:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \le -2\\ (x+2)^2 - 1 & \text{si } -2 < x < 2\\ 15 & \text{si } x \ge 2 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen}(\frac{1}{x}) & \text{si } x < 0\\ 0 & \text{si } x = 0\\ x^2 \operatorname{sen}(\frac{1}{x}) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Dibuja la gráfica de f en el intervalo [-5, 5] y la de g en el intervalo [-0.25, 0.25].

Finalmente añade en la segunda ventana las gráficas de las funciones «moduladoras» de g:

$$m_1(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ -x^2 & \text{si } x \ge 0 \end{cases} \qquad m_2(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$$

En cada uno de los casos puedes definir las funciones de forma anónima (con f=0(x)...) o mediante un bucle, componente a componente.

Para realizar un condicional con la conjunción de dos condiciones escribe:

```
if ((cond1) & (cond2))... endif
```

Otra opción para definir funciones a trozos es utilizar lo que se denomina «indexación booleana». Es una opción muy recomendable. Vamos a intentar aproximarnos a esta forma de introducir condiciones.

Escribe en la ventana de comandos x=linspace(-1,1,5). Y después escribe x(x>0), como ves se construye un nuevo vector con las componentes del vector x cuyo valor satisface la condición. Pero

hemos perdido otras componentes, por lo, por ejemplo, no podemos conservar de esta forma todas las componentes de x modificando algunas de ellas. Sin embargo, el código siguiente nos permite realizar esta tarea:

```
>> x=linspace(-1,1,5);
>> y=x;
>> y(x>0)=5
```

Y ahora podríamos modificar otras componentes, por ejemplo haciendo

```
>> y(x<0)=x(x<0).^2
```

Modifica alguna de las funciones a trozos en el código del ejercicio usando esta técnica.

3. En este último ejercicio vamos a manipular funciones de Octave e intentar comprender cómo funcionan para evitar posibles problemas en el futuro.

Recuerda:

- Un archivo de función en Octave es un archivo de extensión .m que comienza con la orden function... NombreFuncion...
 - y en ese caso el nombre del archivo debe coincidir con el nombre de la función. El archivo puede contener otras funciones, pero solo la inicial (principal) será accesible desde otros script o funciones (pero serán accesibles desde el propio archivo de función).
- Un archivo script también tiene extensión .m, pero no tiene ninguna estructura particular y puede contener una o varias funciones.

Las tareas en este ejercicio serán:

- a) Definir en el script Ejercicio1.m la función $f(x,a) = \exp(-x^2) * \exp(-a^2)$ mediante una sentencia function. En esta función (de dos variables) interpretamos la variable a como parámetro: el objetivo es dibujar la gráfica de $f_a(x) = f(x,a)$ para distintos valores de a y, además, aproximar el valor máximo de f_a en cierto intervalo.
- b) Crearemos en la carpeta Biblioteca el archivo de función maximum.m que contendrá una única función: maximum(func,par,s).
- c) La función maximum recibirá como parámetro el nombre de una función (variable func, que será el nombre de f), un valor del parámetro a (variable par) y un vector de abscisas en el intervalo [-5,5] (variable s). La función maximum debe definir la función f_a , calcular el máximo de los valores de esta función en el vector de abscisas s y dibujar su gráfica con el mismo vector de abscisas.
- d) El script Ejercicio3.m incluirá un bucle que asigne a valores al parámetro a, variando desde
 -3 a 3 con incrementos de 0.1, y para cada uno de esos valores hará una llamada a la función
 maximum
- e) Una vez conseguido que funcione todo lo anterior introduciremos algunos detalles: las gráficas se deben dibujar todas en la misma ventana, cada una reemplazando a la anterior, manteniendo una escala vertical fija (con ylim[-0.1,1.1]) y entre un paso del bucle y otro introduciremos la orden pause (0.15), es decir, una pausa de 0.15 segundos.

Observaciones sobre Octave.

 Recuerda que la sintaxis Ofunc es un puntero a una función de nombre func. Así mismo, la sintaxis

```
Q(x,y)... expresión en x e y
```

define una función anónima (y a la vez un puntero a dicha función). Así, f=0(x,y)... establece f como puntero a una función anónima.

■ Para pasar como argumento de una función el nombre de otra función, debemos utilizar un puntero a la misma. Así, por ejemplo, el código siguiente dará un error:

```
function ... f(...)
...
maximum(f,par,x)

Las siguientes sintaxis son alternativas que no producen error, asumiendo definida la función function ... f(...):
maximum(@f,par,x)
...
h=@(x,a) f(x,a)
maximum(h,par,x)
...
maximum(@(x,a) f(x,a),par,x) ...
maximum(@t,par,x)
```

La última sentencia es extraña: str2func("cadena") produce un puntero a la función de nombre cadena (hay que pasar una cadena a str2func).