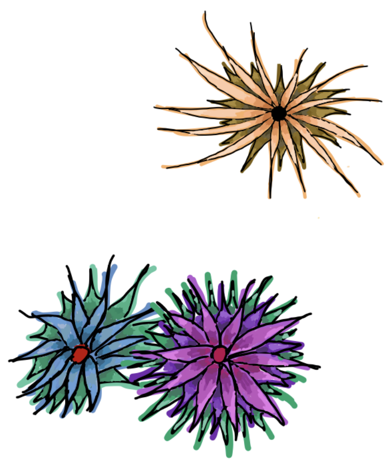
Universidad de Murcia

Apuntes Física



Alonso Oma Alonso
Julia Pereda Vivo

11 de octubre de 2022

Índice

1. Tema 1:

2. Tema 2: Movimiento

2.1. Desplazamiento

$$\Delta\vec{r} = \vec{r'} - \vec{r} = (x'-x)\vec{u_x} + (y'-y)\vec{u_y} + (z'-z)\vec{u_z} = \Delta_x\vec{u_x} + \Delta_y\vec{u_y} + \Delta_z\vec{u_z}$$

2.2. Velocidad promedio

$$\{\vec{v}\} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{u_x} + \frac{\Delta y}{\Delta y}\vec{u_y} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{u_z}$$

2.3. Velocidad instantánea

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ vector en componentes cartesianas.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Definiremos la 'celeridad' como el **módulo** $\vec{v}$. Por tanto, los cambios en la velocidad pueden deberse a dos factores: cambios en su módulo y cambios en su dirección.

En una **trayectoria curvilínea** la direccció de la velocidad cambia debido a que $\vec{v}$ es tangente a la trayectoria y esta cambia constantemente. Por tanto, podemos concluir que cualquier objecto que experimente una trayectoria curvilínea experimentará siempre una aceleración.

Ahora, si conocemos la función que establece la velocidad de un objeto a través del tiempo ($\vec{v}_{instant} = f(t)$) podemos hallar la función de desplazamiento del objeto:

$$\int_{x_0}^{t} dx = \int_{t_0}^{t} v\cdot dt \Longrightarrow x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\cdot dt$$

Recordemos que $\int_{x_0}^{x} dx = x - x_0$.

2.4. Aceleración

-Media:

$$<\vec{a}>= \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\vec{u_x} + \frac{\Delta v_y}{\Delta y}\vec{u_y} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\vec{u_z}$$

-Instantánea: $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ vector en componentes cartesianas.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) \Rightarrow \vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Conocida la aceleración a traveás del tiempo, podemos obtener la ecuación de la velocidad:

$$\{dv = \vec{a}dt \text{ y } \int_{v_0}^{v} dv = v - v_0\} \Longrightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0}^{t}\vec{a}dt \Rightarrow v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t}\vec{a}dt$$

Nota: La aceleración 'direccional' apunta siempre hacia el lado cóncavo (zona del centro de la curvatura)

2.5. Ecuaciones del movimiento

- Conocida la posición en el tiempo:

$$\begin{pmatrix} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{pmatrix} \xrightarrow{derivar} \begin{pmatrix} v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \\ v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} \\ z_z(t) = \frac{dz(t)}{dt} \end{pmatrix} \xrightarrow{derivar} \begin{pmatrix} a_x(t) = \frac{d^2x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \frac{d^2y(t)}{dt} \\ a_z(t) = \frac{d^2z(t)}{dt} \end{pmatrix}$$

- Conocida la $\vec{a}$:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a} = \frac{d\vec{a}}{dt} \Longrightarrow \int_{\vec{v_0}}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')dt' \xrightarrow{integrar} \vec{v}(t) = \vec{v_0} + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')dt' \\ \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \xrightarrow{integrar} \int_{r_0}^{r} d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t) \cdot dt \Longrightarrow \vec{r}(t) = \vec{r_0} + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')dt' \end{array} \right| \Rightarrow$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')dt'$$

2.6. Particularizaciones:

$\vec{a} =$ **constante** (en módulo y dirección):

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \int_{t_0}^{t} \vec{a} \cdot dt \xrightarrow{a=cte} \vec{v} = \vec{v_0} + \vec{a}(t - t_0)$$

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \int_{t_0}^{t} [\vec{v_0} + \vec{a}(t - t_0)] \cdot dt \Rightarrow \vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2 \longrightarrow$$

ecuación vectorial del plano: $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + \lambda(u_1, u_2, u_3) + \mu(v_1, v_2, v_3)$

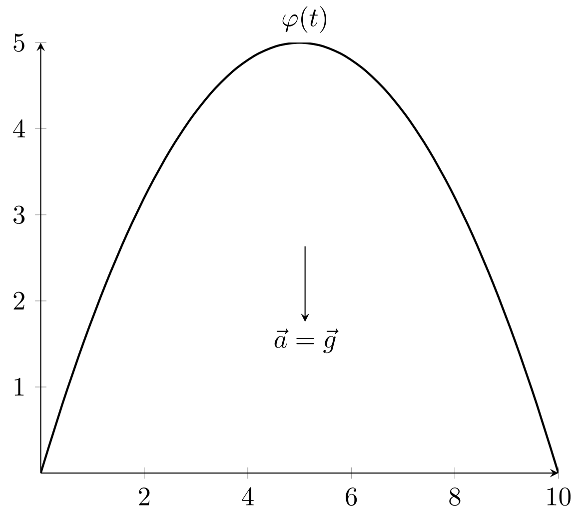
* En general $\vec{v_0}$ y $\vec{a}$ tienen direcciones diferentes.

$$\int_{t_0}^{t} \vec{v_0} \cdot dt + \vec{a} \int_{t_0}^{t} (t - t_0) \cdot dt = \vec{v_0}(t - t_0 + \vec{a} \cdot \frac{(t - t_0)^2}{2})$$

El extremo de $\vec{r}$ (trayectoria vista desde 0) se encuentra en el plano definido por $\vec{v_0}$, $\vec{a}$ que pasa por $\vec{r_0}$.

Todo esto nos lleva a la conslusión de que si $\vec{a} =$ cte el movimiento se realiza en un plano

2.7. Tiro parabólico



En el tiro parabólico se tiene que $\vec{a} = \vec{g}$.