Métodos Numéricos para las Ecuaciones Diferenciales. Curso 2021-2022.
Grado en Matemáticas. Universidad de Murcia.
Control Teórico. Fecha: 10/12/2021, 16:00

Sobre 5 puntos, tiempo: 1 hora

1. Suponer que las soluciones del problema de Cauchy $y'(t) = f(t, y(t)),\ t > 0$ con $y(0) = y_0$ tienen toda la regularidad que sea necesaria y considerar el siguiente método de Runge-Kutta de dos pasos

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + \frac{h}{2}(k_1 + k_2), \\ k_1 &= f(t_n, y_n), \\ k_2 &= f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1). \end{aligned}$$

Demostrando todos los pasos que se realizan:

a) **(1.5 puntos)** Obtener el error de consistencia local del método con respecto a h.

b) **(1 punto)** Comprobar la estabilidad del método.

c) **(1.5 punto)** Comprobar la convergencia del mismo hacia la solución del problema de Cauchy indicando su orden de convergencia con respecto a h.

d) **(1 punto)** Aplicarlo al problema $y'(t) = t$ con $y(0) = 0$ y comprobar que el error global cometido es el que indica el análisis realizado.