

Sobre 6 puntos, tiempo: 1 hora

1. Consideramos el método de Runge-Kutta que tiene la siguiente matriz de Butcher

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ 1/2 & 1/2 & & \\ 1/3 & 0 & 1/3 & \\ \hline & -1/3 & 1/3 & 1 \end{array}$$

- a) **(1 punto)** Construir el método asociado al tablero y comprobar su orden usando las condiciones sobre las entradas del tablero.
- b) **(1 punto)** Aplicarlo al problema $y'(t) = y(t)$, $y(0) = 1$ y comprobar el orden sobre este problema.
- c) **(1 punto)** Aplicarlo al problema $y'(t) = t^2$, $y(0) = 0$ y comprobar el orden sobre este problema.
- d) **(1 punto)** Comparar y comentar los resultados obtenidos en los apartados anteriores con respecto a la afirmación del apartado a).
- e) **(1 punto)** Definir el concepto de estabilidad absoluta o A-estabilidad y calcular la región de estabilidad absoluta del método

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + h k_2, \\ k_1 &= f(t_n, y_n), \\ k_2 &= f(t_n + \frac{1}{2} h, y_n + \frac{1}{2} h k_1). \end{aligned}$$

- f) **(1 punto)** Definir el concepto de 0-estabilidad y compararlo con el de A-estabilidad.