Grado en Matemáticas. Universidad de Murcia.
Métodos Numéricos para las Ecuaciones Diferenciales. Curso 2022-2023.
Convocatoria de Julio. Examen Final: parte computacional.
Fecha: 21/06/2023, hora: 12:00, tiempo 1 hora y 30 mins

Calificación total: $0.7\times T+0.3\times P$ siempre y cuando ambas partes T y P sean mayores de 4 puntos

Nombre: **DNI:**

Instrucciones:

- Enviar códigos, funciones y gráficas a la dirección **eliseo@um.es**. Los nombres de los códigos principales deben seguir el formato `PrimerApelllidoNombreEjercicioX.m` donde $X = 1, 2, 3, 4$ y no se aceptarán otros nombres. Los códigos debe indicar en su cabecera nombre y DNI del autor y estar claramente comentados en los pasos principales.

- Códigos que no funcionen no puntuarán. Revisar que las funciones se incluyan también en vuestro envio.

- Plantear por escrito, en folios identificados con nombre y dni, lo que se considere necesario para responder al trabajo computacional que se pide.

Ejercicios:

1. Dada la ecuación diferencial ordinaria

$$\begin{cases} y'(t) &= 100\,y(t)\,(1-y(t)), \quad t\in[0,1], \\ y(0) &= 0.5 \end{cases}$$

cuya solución es $y(t) = (1+e^{-100\,t})^{-1}$.

a) **(2 puntos)** Aproximar la solución en particiones uniformes del intervalo $[0,1]$ mediante el método de Runge-Kutta

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + \frac{h}{9}\,(2\,k_1 + 2\,k_2 + 5\,k_3) \\ k_1 &= f(t_n, y_n) \\ k_2 &= f(t_n + \frac{1}{3}h,\ y_n + \frac{1}{3}h\,k_1) \\ k_3 &= f(t_n + h,\ y_n + \frac{3}{4}h\,k_1 + \frac{1}{4}h\,k_2) \end{aligned}$$

y realizar un estudio del orden de convergencia del método sobre este problema.

b) **(2 puntos)** Usando el método multipaso

$$y_{n+1} - y_n = \frac{h}{12}[23\,f_n - 16\,f_{n-1} + 5\,f_{n-2}],\ n\ge 0$$

Aproximar la solución del sistema del problema anterior en las mismas particiones uniformes del intervalo $[0,1]$ y realizar un estudio del orden de convergencia del método. Para iniciar el cálculo usar los valores exactos correspondientes.

c) **(2 puntos)** Comparar las propiedades de estabilidad de ámbos métodos sobre este problema comentando lo que se considere oportuno.

(sigue a continuación)

Grado en Matemáticas. Universidad de Murcia.
Métodos Numéricos para las Ecuaciones Diferenciales. Curso 2022-2023.
Convocatoria de Julio. Examen Final: parte computacional.
Fecha: 21/06/2023, hora: 12:00, tiempo 1 hora y 30 mins

---

2. **(4 puntos)** Para $t > 0$ consideramos el sistema lineal de edos

$$\left\{\begin{array}{rcl} x_1'(t) &=& -500\,x_1(t) + 6889\,x_2(t), \\ x_2'(t) &=& 36\,x_1(t) - 500\,x_2(t). \end{array}\right.$$

Para los datos iniciales $x_1(0) = 83$ y $x_2(0) = 6$ posee solución exacta $x_1(t) = 83e^{-2t}$ y $x_2(t) = 6e^{-2t}$ pero es un sistema rígido.

a) Indicar por qué.

b) Aproximar numéricamente la solución exacta usando Euler explícito y Euler implícito en el intervalo temporal $[0, 1]$.

c) Realizar un estudio comparativo de la estabilidad de estos dos métodos en el intervalo temporal $[0, 1]$.