

Nombre:

DNI:

Total sobre 10 p.

1. **(1 p.)** Escribir en forma de sistema de primer orden el problema

$$x''' = \cos(x) + \sin(x') - e^{x''} + t^2, \quad x(0) = 3, \quad x'(0) = 7, \quad x''(0) = 13.$$

2. Para $a, b \in \mathbb{R}$ fijos con $a > 0$ se desea usar el método de Euler explícito para aproximar la solución del problema

$$y(0) = 1, \quad y'(t) = -\frac{y(t)}{1+t}, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

(2 p.) Deducir la expresión de y_n^h y **(1 p.)** la solución exacta a partir de su límite estacionario.

3. Sea $f \in C^0([a, b] \times \mathbb{R})$ globalmente lipschitziana respecto a su segunda variable. Dado el Problema de Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) &= f(t, y) \text{ en } [t_0, t_0 + T], \\ y(t_0) &= \alpha, \end{cases}$$

consideramos su resolución mediante la siguiente variante del método de Euler

$$(M) \quad \begin{cases} y_{n+1} &= y_n + h f(t_n + \theta h, y_n + \theta h f(t_n, y_n)) \\ y_0 &= \alpha \end{cases}$$

donde $t_n = t_0 + nh$, $h = T/N$ y $\theta \in [0, 1]$ es un parámetro a elegir.

Se pide:

- a) **(2 p.)** Interpretar geométricamente el método.
- b) **(3 p.)** Determinar el orden del error local de consistencia en función de θ . **(1 p.)** Indicar expresamente la mejor elección posible de θ . En este caso el esquema se denomina método de Euler Modificado.