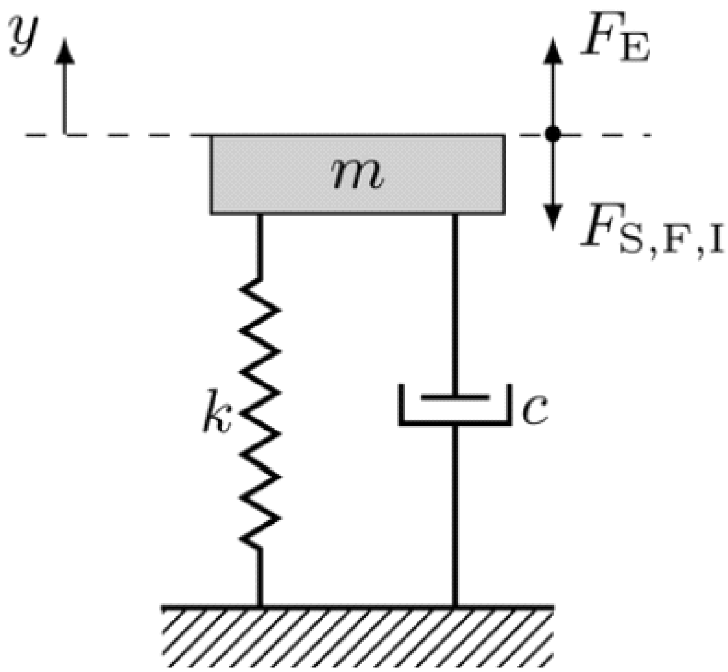
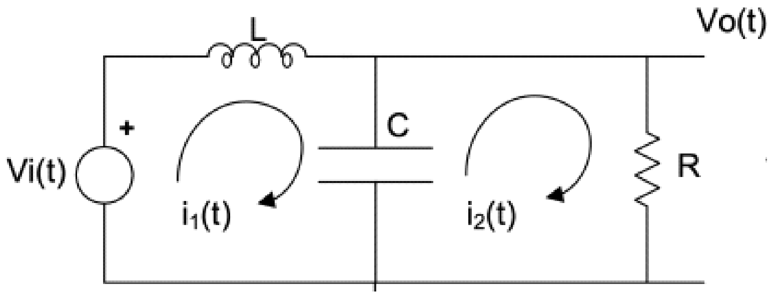
SEGUNDO PARICAL

sábado, 5 de julio de 2025 6:07 p. m.

1. Encuentre la función de transferencia en lazo abierto que caracteriza el sistema masa, resorte, amortiguador, presentado en la siguiente Figura (asuma condiciones iniciales cero):



Posteriormente, encuentre el sistema equivalente del modelo masa, resorte, amortiguador, a partir del siguiente circuito eléctrico:



Utilizando la herramienta Streamlit, desarrolle un panel interactivo (dashboard) para la simulación de los sistemas estudiados. El usuario podrá seleccionar el tipo de respuesta del sistema (subamortiguada, sobreamortiguada, con amortiguamiento crítico o inestable), así como ajustar el valor del factor de amortiguamiento (restringido según el tipo de respuesta) y la frecuencia natural.

El dashboard deberá visualizar (en configuración lazo abierto y lazo cerrado): el diagrama de Bode, el diagrama de polos y ceros, las respuestas al impulso, al escalón y a la rampa, así

El dashboard deberá visualizar (en configuración lazo abierto y lazo cerrado): el diagrama de Bode, el diagrama de polos y ceros, las respuestas al impulso, al escalón y a la rampa, así como los siguientes parámetros temporales: tiempo de levantamiento, sobre-impulso máximo, tiempo en el que ocurre el sobre-impulso, y tiempo de establecimiento. También, deberá mostrar los valores estimados de los componentes de los sistemas (masa, resorte, amortiguador y R, L, C).

1) Modelo mecánico Masa-Resorte-Amortiguador

→ Ecuación diferencial

Tenemos que la masa m esta sometida a

- fuerza externa $f_E(t)$ hacia arriba
- resorte de constante K
- amortiguador de coeficiente c

si tomamos $y(t)$ como desplazamiento de la masa (+↑), con la segunda ley de newton da:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + Ky(t) = f_E(t)$$

Asumiendo condiciones iniciales cero, aplicamos la transformada de laplace $Y(s)$, $F_E(s)$:

$$ms^2 Y(s) + csY(s) + KY(s) = F_E(s)$$

$$\Rightarrow Y(s)(ms^2+cs+K) = F_E(s)$$

→ Función de transferencia en lazo abierto

Definimos la función de transferencia

$$G_{OL} = \frac{Y(s)}{F_E(s)} = \frac{1}{ms^2+cs+K}$$

Para llevarla a forma canónica de segundo orden escribimos

$$ms^2+cs+K = m(s^2+2\zeta W_n s + W_n^2)$$

donde: $W_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$, $\zeta = \frac{c}{2mW_n}$

$\dots \sqrt{m} \;,\; \zeta \dots 2mW_n$

entonces: $G_{OL}(s) = \dfrac{1/m}{s^2+2\zeta W_n s+W_n^2} = \dfrac{W_n^2}{s^2+2\zeta W_n s+W_n^2}$

2) Sistema de lazo cerrado

Si cerramos lazo con ganancia unitaria tenemos:

$$G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{CL}(s)} = \frac{W_n^2}{s^2+2\zeta W_n s+W_n^2+W_n^2} = \frac{W_n^2}{s^2+2\zeta W_n s+2W_n^2}$$

3) Parámetros del sistema de segundo orden

Para el sistema W_n , ζ en lazo cerrado:

→ Subamortiguado $(0<\zeta<1)$:

$T_s \approx \dfrac{4}{\zeta W_n}$ → Tiempo de establecimiento (2%)

$T_p = \dfrac{\pi}{W_n\sqrt{1-\zeta^2}}$ → Tiempo de pico

$M_p = 100\, e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}\,\%$ → sobreimpulso máximo

El tiempo de levantamiento T_r (10-90%) se obtiene numéricamente de la respuesta al escalón

→ Críticamente amortiguado $(\zeta=1)$ y sobreamortiguado $(\zeta>1)$:

No hay sobreimpulso $(M_p=0)$ ni pico definido (T_p)

T_s y T_r se calculan numéricamente de la respuesta del escalón (criterio 2% y 10-90%)

4) Analogía eléctrica del sistema Masa-Resorte-Amortiguador

Tenemos la función de transferencia eléctrica

$$G_{elec}(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1/LC}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}$$

$$= \frac{W_n^2}{s^2+2\zeta W_n s+W_n^2}$$

donde: $W_n = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$, $\zeta = \dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

$L = \dfrac{1}{\dots}$, $R = \dfrac{2\zeta}{\dots}$

$$L = \frac{1}{W_n^2 C}, \quad R = \frac{2\zeta}{W_n C}$$

2. Consulte y presente el modelo matemático del proceso de modulación y demodulación por amplitud en banda lateral única (SSB-AM), tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia (mediante la transformada de Fourier).

   A partir de este modelo, construya un dashboard interactivo sobre Streamlit que permita al usuario visualizar y comprender el proceso de modulación y demodulación SSB-AM. Para ello, utilice como señal mensaje: i) una señal pulso rectangular, ii) un segmento de 5 segundos de una canción.

   Implemente los filtros requeridos en el sistema SSB-AM utilizando filtros digitales recursivos (IIR), y visualice su comportamiento mediante el diagrama de Bode y el plano de polos y ceros. El dashboard debe describir de forma concreta y clara, cada una de las etapas del proceso, presentado gráficas relevantes de las señales obtenidas en etapas intermedias en el tiempo y la frecuencia.

1) Dominio del tiempo

$$S_{DSB}(t) = m(t)\,[2\cos(2\pi f_c t)] \rightarrow \text{Modulacion DSB-SC}$$

Usando la transformada de Hilbert

USB (Banda superior)

$\hookrightarrow S_{USB}(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t) - \mathcal{H}\{m\}(t)\,\text{sen}(2\pi f_c t)$

LSB (Banda inferior)

$\hookrightarrow S_{LSB}(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t) - \mathcal{H}\{m\}(t)\,\text{sen}(2\pi f_c t)$

Ahora demodulación

$$V(t) = S_{SSB}(t)\,[2\cos(2\pi f_c t)], \quad m_{demod}(t) = LPF\{V(t)\}$$

2) Dominio de la frecuencia

Transformadas

$$S_{DSB}(f) = F\{S_{DSB}(t)\}, \quad M(f) = F\{m(t)\}$$

transformadas

$$S_{DSB}(f) = \mathcal{F}\{s_{DSB}(t)\}\ ,\quad M(f) = \mathcal{F}\{m(t)\}$$

Selección de banda lateral

$$S_{SSB}(f) \begin{cases} S_{DSB}(f)\ , & f > f_c \quad (USB) \\ S_{DSB}(f)\ , & f < -f_c \quad (LSB) \\ 0\ , & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

Demodulación en la frecuencia

$$V(f) = \mathcal{F}\{v(t)\} = S_{SSB}(f)\cdot\left[\tfrac{1}{2}\delta(f-f_c) + \tfrac{1}{2}\delta(f+f_c)\right]$$

$$M_{demod}(f) = V(f)\cdot H_{LPF}(f)$$

3) filtro IIR (Butterworth)

Para extraer la señal base tras la demodulación se tiene que usar un filtro digital recursivo de orden n con respuesta en frecuencia:

$$H_{LPF}(jW) = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{W}{W_c}\right)^{2n}}}$$

Con $W_c = 2\pi B_m$ (Ancho de banda de mensaje)

$$|H(jW)|_{dB} = -10\log_{10}\left[1+(W/W_c)^{2n}\right] \rightarrow \text{Diagrama de Bode}$$

Polos distribuidos en círculo de radio W_c en ángulos

$$\theta_K = \frac{\pi}{2} + \frac{(2K+1)\pi}{2n}\ ,\quad K = 0, 1, \ldots, n-1$$