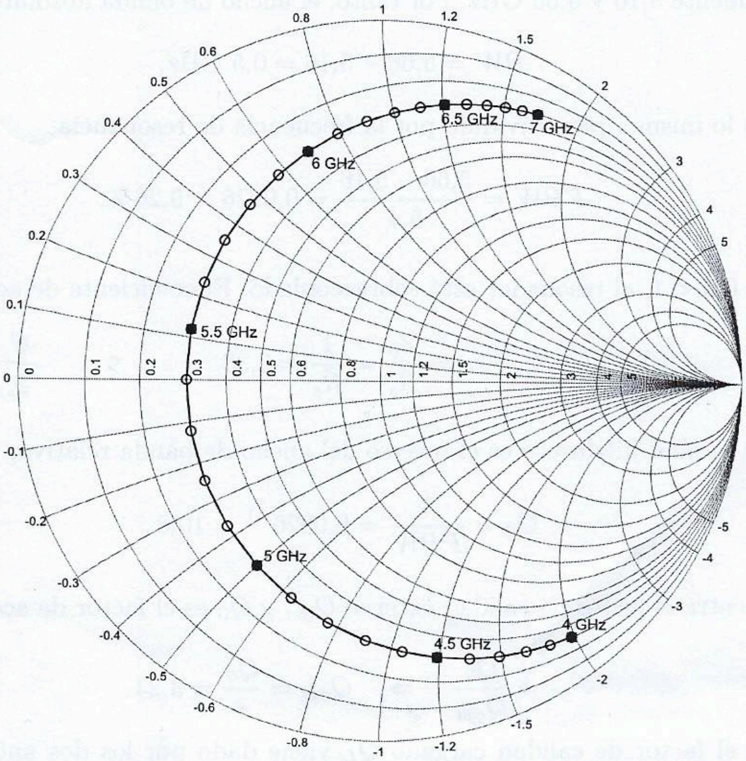
3. (10 puntos) Se ha medido el coeficiente de reflexión a la entrada de cierto resonador, para un rango de frecuencias entre 4 y 7 GHz, en pasos de 0,1 GHz. El resultado se presenta en el siguiente diagrama de Smith (de impedancias):



Determinar razonadamente:

a) (2 p.) El tipo de resonancia que se produce en el rango de frecuencias medido, y su frecuencia de resonancia.

b) (3 p.) El ancho de banda absoluto y relativo a 3 dB.

c) (2 p.) El tipo de acoplamiento, y su coeficiente de acoplamiento.

d) (1 p.) El factor de calidad intrínseco del resonador.

e) (2 p.) Por último, el factor de calidad cargado y el factor de calidad de la red externa.

Respuesta:

a) La resonancia se produce cuando el coeficiente de reflexión es real, por lo que la frecuencia de resonancia es $f_0 = 5{,}4$ GHz. Como a f_0 el coeficiente de reflexión es negativo, se tiene un mínimo de impedancia, por lo que la resonancia es de tipo serie.

b) Se puede observar que la resistencia de entrada del resonador R_s es constante. Por tanto, la impedancia normalizada del resonador es $Z_s(f) = R_s + jX_s(f)$, siendo a la frecuencia de resonancia $Z_s(f_0) = R_s$. El ancho de banda a 3 dB se define entre las dos frecuencias que hacen $|Z_s(f_{3\,\mathrm{dB}})| = \sqrt{2}\,|Z_s(f_0)|$, es decir

$$|Z_s(f_{3\,\mathrm{dB}})|^2 = 2\,|Z_s(f_0)|^2$$

o escribiendo partes reales e imaginarias,

$$R_s^2 + X_s^2(f_{3\,\mathrm{dB}}) = 2R_s^2 \quad \Rightarrow \quad |X_s(f_{3\,\mathrm{dB}})| = R_s.$$

Es decir, las frecuencias límite de la banda de paso son aquellas para las que la reactancia de entrada iguala en módulo a la resistencia. Considerando valores normalizados, se obtiene $\bar{X}_s(f_{3\,\mathrm{dB}}) = \pm\bar{R}_s = \pm 0{,}3$. Leyendo la carta de Smith se observa que dichas frecuencias son aproximadamente 5,16 y 5,66 GHz. Por tanto, el ancho de banda absoluto es su diferencia

$$BW = 5{,}66 - 5{,}16 = 0{,}5 \text{ GHz},$$

y el relativo lo mismo, pero dividido por la frecuencia de resonancia,

$$FBW = \frac{5{,}66 - 5{,}16}{5{,}4} = 0{,}0926 = 9{,}26\,\%.$$

c) Como $\bar{R}_s = 0{,}3 < 1$, el resonador está sobreacoplado. El coeficiente de acoplamiento es

$$s = \frac{Z_0}{R_s} = \frac{1}{\bar{R}_s} = 3{,}33. \qquad s = \frac{Q}{Q_{ext}} = \frac{Z_0}{R_s} = \frac{1}{R_s} = 3{,}33$$

d) El factor de calidad intrínseco es el inverso del ancho de banda relativo,

$$Q_0 = \frac{1}{FBW} = 0{,}0926^{-1} = 10{,}8.$$

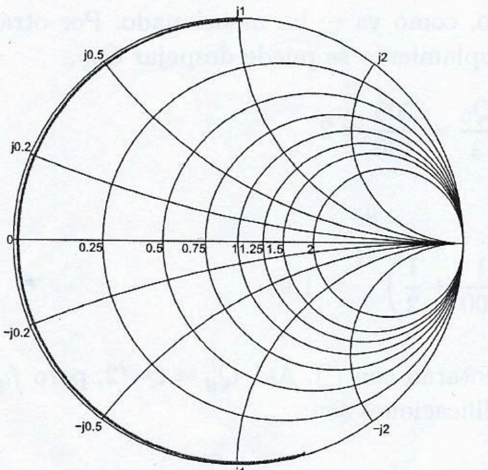
e) La relación entre el factor de calidad externo Q_{ext} y Q_0 es el factor de acoplamiento antes calculado,

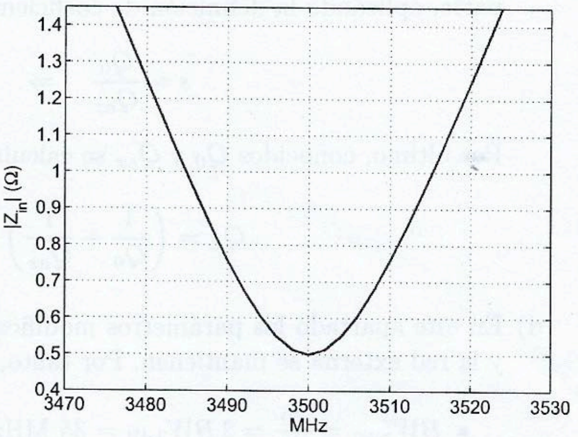
$$s = \frac{Q_0}{Q_{ext}} \quad \Rightarrow \quad Q_{ext} = \frac{Q_0}{s} = 3{,}24.$$

Por último, el factor de calidad cargado Q_L viene dado por los dos anteriores, según la expresión siguiente:

$$Q_L = \left(\frac{1}{Q_{ext}} + \frac{1}{Q_0}\right)^{-1} = 2{,}49.$$

2. Se dispone de un resonador de microondas, sobre el que se efectúan medidas en reflexión. Los resultados se muestran a continuación, en forma del coeficiente de reflexión respecto a la impedancia de referencia del analizador, 50 Ω, y del módulo de impedancia de entrada en función de la frecuencia (que, por supuesto, no depende de las condiciones de medida).





Responda razonadamente a las cuestiones siguientes.

a) Indique la frecuencia de resonancia y el tipo de resonador y de acoplamiento.

b) Determine el factor de calidad intrínseco (Q_0) del resonador.

c) Determine los factores de calidad externo (Q_{ex}) y cargado (Q_L) del resonador en las condiciones de medida.

d) Por algún motivo, el resonador se degrada y se incrementan sus pérdidas, de modo que su factor de calidad intrínseco se reduce a la mitad pero no hay más cambios. Represente las nuevas medidas de módulo de impedancia de entrada y coeficiente de reflexión en las gráficas anteriores.

Respuesta:

a) La frecuencia de resonancia es aquella para la cual se alcanza el mínimo de $|Z_{in}|$, es decir, $f_0 = 3500$ MHz. Puesto que es un mínimo y no un máximo se trata de una resonancia de tipo serie. Por otra parte, el corte de la traza de Γ_{in} con el eje real de la carta de Smith se produce a la izquierda del origen, o lo que es lo mismo,

$$s = \frac{Q}{Q_{ext}} = \frac{R_{ext}}{R_s} \qquad \frac{1}{s} = \frac{R_s}{Z_0} < 1, \qquad s = \frac{R_{ext}}{R_s} = \frac{Z_0}{R_s} = \frac{50}{0{,}5} = 100.$$

por lo que el resonador está sobreacoplado.

b) De la gráfica de $|Z_{in}|$, se obtiene el ancho de banda a 3 dB como aquel para el cual $|Z_{in}(f)| < \sqrt{2}|Z_{in}(f_0)|$, es decir

$$BW_{3\,\mathrm{dB}} = 3508{,}76 - 3491{,}26 = 17{,}5 \text{ MHz}.$$

Por supuesto, de la gráfica no es posible obtener una medida tan precisa, siendo $BW_{3\,\mathrm{dB}} \approx$ 18 MHz una lectura razonable. Puesto que esta medida incluye únicamente la resistencia del resonador, dicho ancho de banda está relacionado con el factor de calidad intrínseco, Q_0. En concreto,

$$Q_0 = \frac{f_0}{BW_{3\,\mathrm{dB}}} = \frac{3500}{17{,}5} = 200. \quad \checkmark$$

c) Como se trata de un resonador tipo serie, el coeficiente de acoplamiento es

$$s = \frac{R_{ex}}{R_s} = \frac{Z_0}{|Z_{in}(f_0)|} = \frac{50}{0{,}5} = 100,$$

lo que indica que el resonador está sobreacoplado, como ya se ha mencionado. Por otra parte, aplicando la definición de coeficiente de acoplamiento se puede despejar Q_{ex},

$$s = \frac{Q_0}{Q_{ex}} \quad \Rightarrow \quad Q_{ex} = \frac{Q_0}{s} = \frac{200}{100} = 2.$$

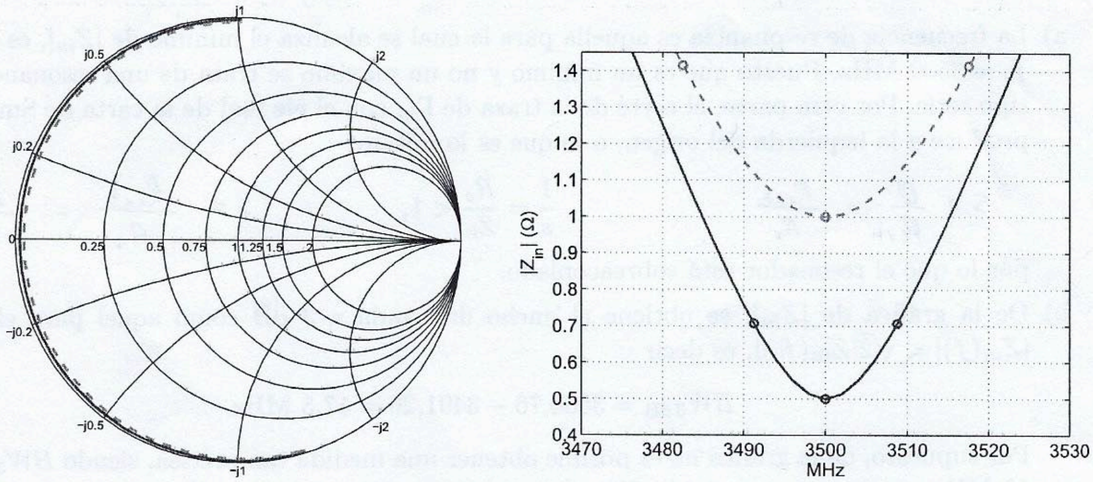
Por último, conocidos Q_0 y Q_{ex} se calcula Q_L,

$$Q_L = \left(\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ex}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{2}\right)^{-1} = 1{,}98.$$

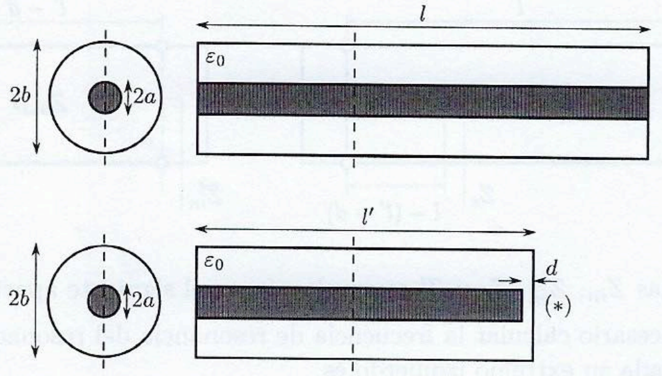
d) En este apartado los parámetros modificados se notarán con ('). Así, $Q_0' = Q_0/2$, pero f_0 y la red externa se mantienen. Por tanto, las modificaciones son:

- $BW'_{3\,\mathrm{dB}} = \dfrac{f_0}{Q_0'} = 2\,BW_{3\,\mathrm{dB}} = 35$ MHz
- $s' = \dfrac{Q_0'}{Q_{ex}} = \dfrac{s}{2} = 50$
- $R_s' = |Z'_{in}(f_0)| = \dfrac{Z_0}{s'} = 2R_s = 1\ \Omega$

La traza de la carta de Smith se modificará de modo que el corte con el eje real se produzca para $R_s'/Z_0 = s^{-1} = 0{,}02$. Es decir, la traza estará ligeramente más cerca del centro de la carta de Smith, como corresponde a un nivel de pérdidas mayor. Por su parte, el mínimo de la impedancia de entrada aumenta hasta duplicar su valor, y el ancho de banda a 3 dB también se duplica, de modo que la banda cubre aproximadamente de 3482,5 a 3517,5 MHz. Por supuesto, el nivel de referencia de dicha banda es $\sqrt{2}\,|Z'_{in}(f_0)| \approx 1{,}41\ \Omega$.



1. La siguiente figura muestra el esquema de dos resonadores de microondas. En cada caso se presenta una sección transversal y una longitudinal (en cada sección se indica la posición de la otra sección con trazo discontinuo). Los trazos continuos representan conductores, cuyo interior sólo contiene vacío.

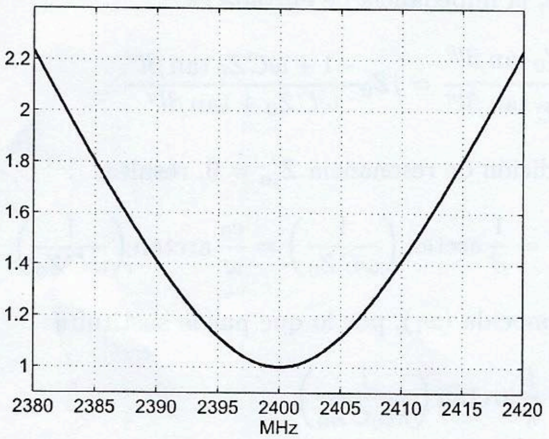


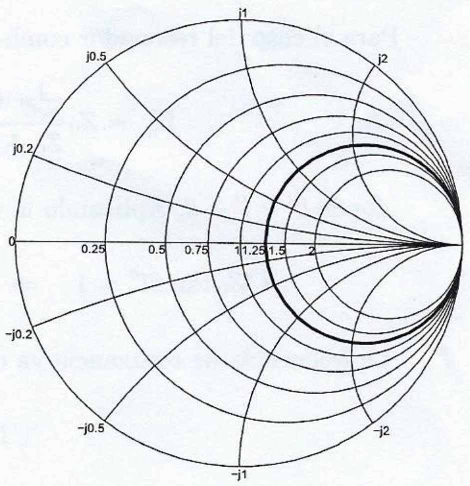
El extremo del segundo resonador marcado con un asterisco $(*)$ se puede modelar como dos conductores circulares de radio a enfrentados a una distancia d, y por tanto, como un condensador de placas (la capacidad de dos placas de superficie S separadas d es $C \approx \frac{\varepsilon S}{d}$). Como puede apreciarse, los otros tres extremos son cortocircuitos.

a) Dibuje los circuitos equivalentes de ambos resonadores formados por líneas de transmisión y elementos.

b) Calcule la longitud l' del segundo resonador en función de sus otras dimensiones y de la longitud l del primer resonador, de modo que la primera frecuencia de resonancia de los dos resonadores sea la misma. Considere en este primer apartado resonadores sin pérdidas. (Nota: impedancia característica de una línea coaxial, $Z_0 = \frac{\eta}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$)

c) El primer resonador se ha medido en reflexión utilizando un analizador de redes, resultando la impedancia de entrada y el coeficiente de reflexión que a continuación se muestran:

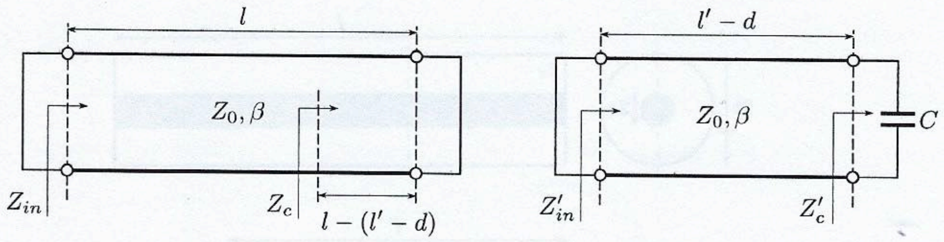




Calcule el factor de calidad cargado del resonador (Q_L), el coeficiente de acoplamiento y el factor de calidad intrínseco (Q_0). Indique el tipo de acoplamiento. ¿Cuál es el factor de calidad intrínseco debido únicamente a las pérdidas en los conductores?

Respuesta:

a) El primer resonador es un resonador coaxial terminado en ambos extremos en cortocircuito. El segundo se denomina resonador comb-line, y resulta de sustituir uno de los cortocircuitos por una capacidad. Sus circuitos equivalentes son los que se muestran:



Las impedancias Z_{in}, Z'_{in}, Z_c y Z'_c se emplearán en el siguiente apartado.

b) Primero, es necesario calcular la frecuencia de resonancia del resonador coaxial. La impedancia de entrada su extremo izquierdo es

$$Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l$$

Y la condición de resonancia, $Z_{in} = 0$

$$\tan \beta l = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta l = n\pi \quad (n = 1, 2, \ldots)$$

De dicha condición se despejan las frecuencias de resonancia,

$$\frac{\omega_n l}{c_0} = n\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_n = \frac{n\pi c_0}{l}$$

Y por tanto, la primera frecuencia de resonancia es

$$\omega_1 = \frac{\pi c_0}{l}$$

Para el caso del resonador comb-line, la impedancia de entrada es:

$$Z'_{in} = Z_0 \frac{\frac{1}{j\omega C} + jZ_0 \tan \beta l''}{Z_0 + j\frac{1}{j\omega C} \tan \beta l''} = jZ_0 \frac{-1 + \omega C Z_0 \tan \beta l''}{\omega C Z_0 + \tan \beta l''}$$

donde $l'' = l' - d$. Aplicando la condición de resonancia $Z'_{in} = 0$, resulta,

$$\omega C Z_0 \tan \beta l'' = 1 \quad \Rightarrow \quad l'' = \frac{1}{\beta} \arctan\left(\frac{1}{\omega C Z_0}\right) = \frac{c_0}{\omega} \arctan\left(\frac{1}{\omega C Z_0}\right)$$

La frecuencia de resonancia ya es conocida (ω_1), por lo que puede sustituirse

$$l'' = \frac{l}{\pi} \arctan\left(\frac{l}{\pi c_0 C Z_0}\right)$$

El siguiente paso es expresar Z_0 y C en función de las dimensiones, y operar con ellos

$$\left.\begin{aligned} Z_0 &= \frac{\eta_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \\ C &= \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{d} \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \pi c_0 C Z_0 = \pi c_0 \cdot \frac{\varepsilon_0 \pi a^2}{d} \cdot \frac{\eta_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{\pi a^2}{2d} \ln \frac{b}{a}$$

Con esto, puede escribirse l' en función unicamente de l, d, a y b.

$$l' = l'' + d = \frac{l}{\pi} \arctan\left(\frac{2dl}{\pi a^2 \ln \frac{b}{a}}\right) + d$$

Puesto que se trata de la primera frecuencia de resonancia, hay que tomar la menor solución de la ecuación que verifique $l' > 0$.

Alternativamente, se puede llegar al mismo resultado considerando que la impedancia Z_c vista en el primer resonador a una distancia $l - (l' - d)$ de su extremo (ver la figura) ha de ser igual a la impedancia del condensador del segundo resonador Z_c'. Se puede notar que Z_c no es más que la impedancia de entrada de un stub terminado en cortocircuito:

$$Z_c = Z_c' \Leftrightarrow jZ_0 \tan\beta(l - l' + d) = \frac{-j}{\omega C} \Leftrightarrow l' = l + \frac{1}{\beta} \arctan\left(\frac{1}{\omega C Z_0}\right) + d$$

Este resultado coincide con el anterior eligiendo adecuadamente la rama de arctan, que es una función multivaluada. Esto equivale a restar $\lambda/2$ de la solución l' con el fin de obtener la menor distancia posible.

c) El ancho de banda relativo a 3 dB ($\sqrt{2} \approx 1{,}41$ en impedancia normalizada) es aproximadamente el inverso del factor de calidad cargado Q_L. De la primera gráfica se pueden leer las frecuencias de resonancia (2400 MHz) y de $|Z_{in}| = \sqrt{2} \cdot |Z_{in}|_{min}$ (2390 MHz y 2410 MHz). Por tanto,

$$Q_L = \frac{2400}{2410 - 2390} = 120.$$

Por otra parte, se trata de un resonador serie, ya que a la frecuencia de resonancia se tiene un mínimo de $|Z_{in}|$ de valor normalizado $\bar{r}$. Por tanto el coeficiente de acoplamiento s es

$$s = \frac{1}{\bar{r}} = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$$

Con lo que el resonador está subacoplado.

La relación entre Q_L y Q_0 es la siguiente, utilizando la definición de s,

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}} = \frac{1}{Q_0}(1 + s)$$

Por tanto,

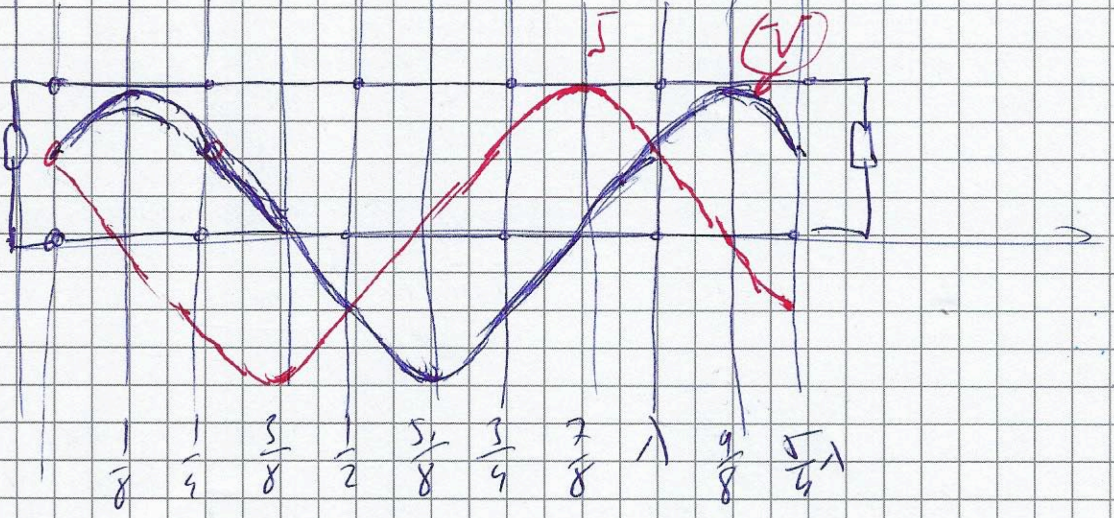
$$Q_0 = Q_L(1 + s) = 120(1 + 0{,}8) = 216$$

Por último, puesto que el dieléctrico es el vacío, con $\tan\delta = 0$, todas las perdidas del resonador se producen en los conductores, es decir, $Q_c = Q_0$.

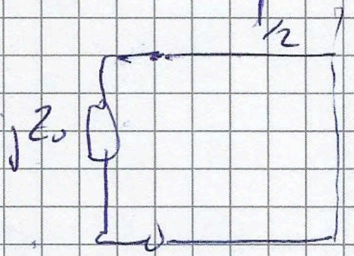
---

2. Se quiere diseñar un oscilador de microondas. Para ello se cuenta con dos redes pasivas de un puerto cuyas impedancias de entrada son Z_{L1} y Z_{L2}. En las figuras siguientes se muestran los diagramas de dichas impedancias complejas en función de la frecuencia.

Problema 8



La longitud mínima para que el circuito resuene se puede encontrar fácilmente sin más que considerar que medio circuito:

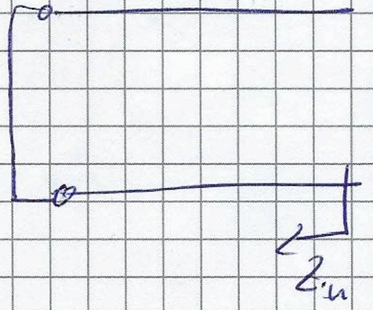


$$\frac{l}{2} + \frac{\lambda}{8} = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \frac{l}{2} = \frac{\lambda}{8}$$

$$\boxed{l = \frac{\lambda}{4}}$$

Problema 12

La situación que tenemos es



(a) Presenta dos máximos (resonancia paralelo

$$s = \frac{Q}{Q_{ext}} = \left.\frac{R_{ex}}{R_s}\right\}_{r_s)} = \frac{1}{r_s} < 1 \Rightarrow \boxed{r_s > 1}$$

$Q < Q_{ext} \Rightarrow s < 1$ subacoplado