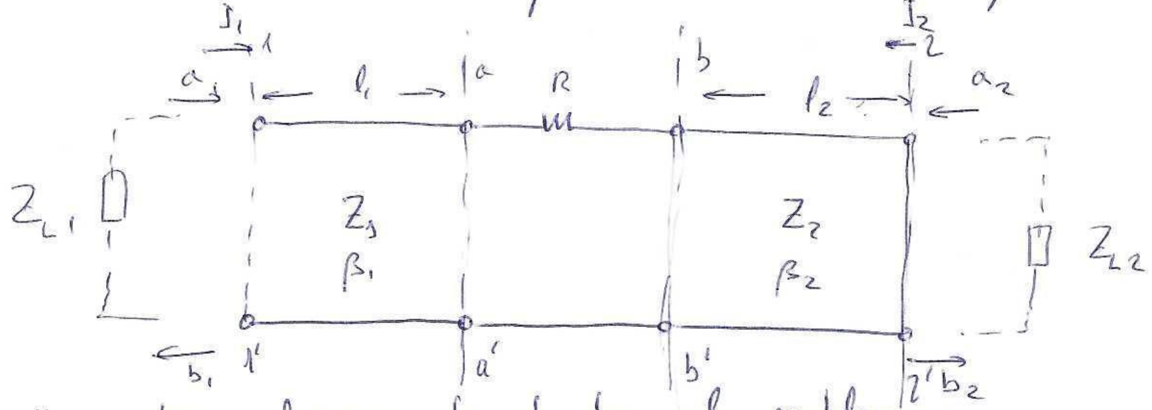
Problema 1

Calcular la matriz de parámetros $S'$ del siguiente cuadripolo (1-1)




Hay tres formas de abordar el problema:

(A) - Definición directa de parámetros $S$ y ondas de potencia

(B) - Teorema de desplazamiento : $S' = PSP$

(C) - Conexión de cuadripolos en cascada.

Abordaremos las dos primeras formas

(A) $s_{11} = \left.\dfrac{b_1}{a_1}\right]_{a_2=0} = \left\{ \begin{array}{l} a_2 = 0 \Rightarrow Z_{L2} = Z_2 \Rightarrow \text{en } bb' \text{ tenemos} \\ Z_2 \Rightarrow \text{en } aa' \text{ tenemos } Z_2 + R \end{array} \right\}$

$$= \frac{Z_2 + R - Z_1}{Z_2 + R + Z_1} e^{-2j\beta_1 l_1}$$

$s_{22} = \left.\dfrac{b_2}{a_2}\right]_{a_1=0} = \left\{ \begin{array}{l} a_1 = 0 \Rightarrow Z_{L1} = Z_1 \Rightarrow \text{en } aa' \text{ tenemos } Z_1 \\ \Rightarrow \text{en } bb' \text{ tenemos } Z_1 + R \end{array} \right\}$

$$= \frac{Z_1 + R - Z_2}{Z_1 + R + Z_2}$$

$s_{12} = \left.\dfrac{b_1}{a_2}\right]_{a_1=0} = \left\{ \begin{array}{l} \text{excito por } a_2 \text{ y veo que se extrae en} \\ \text{el terminal 1} \end{array} \right\}$

Defino las ondas de potencia:

$a_1 = \dfrac{V_1 + Z_1 I_1}{\sqrt{8 Z_1}}$ ; $a_2 = \dfrac{V_2 + Z_2 I_2}{\sqrt{8 Z_2}}$

$b_1 = \dfrac{V_1 - Z_1 I_1}{\sqrt{8 Z_1}}$ ; $b_2 = \dfrac{V_2 - Z_2 I_2}{\sqrt{8 Z_2}}$

Analizo las corriente en cada uno de los planos que he definido:

$$b_1 = \frac{-2Z_1 I_1}{\sqrt{8Z_1}}$$ donde $I_1$ es la corriente entrante en el puerto 1

$$a_2 = \frac{V_2 + Z_2 I_2}{\sqrt{8 Z_2}}$$ donde $I_2$ se ha definido entrante al cuadripolo luego el sentido que tiene es contrario al de $I_1$

A la hora de seguir una notación nos apoyaremos en los subíndices de cada uno de los planos de referencia (11', aa', ...)

Así:

$$I_1 = I_1\Big]_{11'} = I_1^+ e^{+j\beta_1 z} + I_1^- e^{-j\beta_1 z}\Big]_{11'} = I_1^+ + I_1^-\Big]_{\Gamma_I = -\Gamma_V = 0} = I_1^+$$

$$I_1\Big]_{aa' \Rightarrow z = l_1} = I_1^+ e^{+j\beta_1 l_1}$$

Analizamos ahora $I_2$ considerando que los desplazamientos a lo largo del eje de distancias son ~~neg~~ de sentido contrario a los de $I_1$ (negativos). Por tanto.

$$I_2\Big]_{22'} = I_2^+ e^{j\beta_2 z'} + I_2^- e^{-j\beta_2 z'}\Big]_{z=0} = I_2^+ + I_2^-$$

$$I_2\Big]_{bb' \Rightarrow z' = -l_2} = I_2^+ e^{-j\beta_2 l_2} + I_2^- e^{j\beta_2 l_2} = \frac{1}{Z_2}\left[V_2^+ e^{-j\beta_2 l_2} - V_2^- e^{j\beta_2 l_2}\right]$$

$$V_2\Big]_{bb'} = V_2^+ e^{-j\beta_2 l_2} + V_2^- e^{j\beta_2 l_2} \quad (1)$$

Además como la carga en $bb'$ con $11'$ cerrado por $Z_1$ es $(Z_1 + R)$ podemos poner:

$$V_2\Big]_{bb'} = I_2 (Z_1 + R) = \frac{Z_1 + R}{Z_2}\left(V_2^+ e^{-j\beta_2 l_2} - V_2^- e^{j\beta_2 l_2}\right) \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) resulta.

$$V_2^+ e^{-j\beta_2 l_2}\left\{\frac{Z_1 + R - Z_2}{\cancel{Z_2}}\right\} = V_2^- e^{j\beta_2 l_2}\left(\frac{Z_2 + Z_1 + R}{\cancel{Z_2}}\right)$$

de donde $I_2\big]_{bb'}$ queda:

$$I_2\Big]_{bb'} = \frac{1}{Z_2} V_2^- e^{j\beta_2 l_2} \left\{ \frac{Z_2 + Z_1 + R}{Z_1 + R - Z_2} - 1 \right\} =$$

$$= \frac{1}{\cancel{Z_2}} V_2^- e^{j\beta_2 l_2} \frac{2\cancel{Z_2}}{Z_1 + R - Z_2}$$

Como $I_2\Big]_{bb'} = - I_1\Big]_{aa'}$

$$- V_2^- e^{j\beta_2 l_2} \frac{2}{Z_1 + R - Z_2} = I_1^+ e^{j\beta_1 l_1} = I_1\Big]_{11'} e^{j\beta_1 l_1}$$

$$\boxed{I_1\Big]_{11'} = - V_2^- e^{-j\beta_1 l_1} e^{j\beta_2 l_2} \frac{2}{Z_1 + R - Z_2}}$$

$$a_2 = \frac{V_2 + Z_2 I_2}{\sqrt{8 Z_2}} = \frac{V_2^+ + V_2^- + \frac{Z_2}{Z_2}(V_2^+ - V_2^-)}{\sqrt{8 Z_2}} = \frac{2 V_2^+}{\sqrt{8 Z_2}}$$

$$V_2^+ = V_2^- e^{2j\beta_2 l_2} \frac{Z_2 + Z_1 + R}{Z_1 + R - Z_2}$$

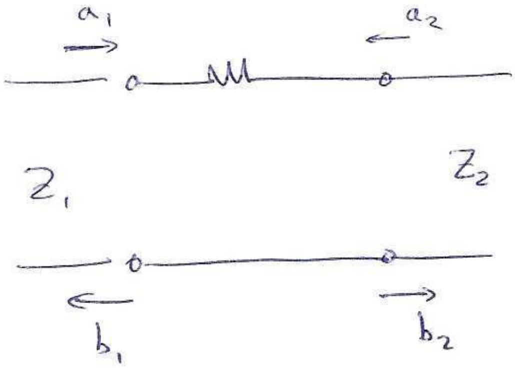
$$s_{12} = \frac{b_1}{a_2}\Big]_{a_1 = 0} = \frac{\cancel{+}\frac{2 Z_1}{\sqrt{\cancel{8} Z_1}} \cancel{(-)} \cancel{V_2^-} e^{-j\beta_1 l_1} e^{j\beta_2 l_2} \cancel{\frac{2}{Z_1 + R - Z_2}}}{\cancel{V_2^-} e^{2j\beta_2 l_2} \frac{Z_2 + Z_1 + R}{\cancel{Z_1 + R - Z_2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\sqrt{\cancel{8} Z_2}}}$$

$$= \boxed{\frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_2 + Z_1 + R} e^{-j\beta_1 l_1} e^{-j\beta_2 l_2} = s_{12}}$$

de forma similar podemos analizar el $s_{21}$ y llegamos al mismo valor

(3-4)

(B) Si aplicamos la definición (B) tomamos el cuadripolo formado exclusivamente por la resistencia




$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} = P_{L1} = \frac{Z_2 + R - Z_1}{Z_2 + R + Z_1}$$

$$S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0} = P_{L2} = \frac{Z_1 + R - Z_2}{Z_2 + R + Z_1}$$

$$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0} = \frac{(V_1 - Z_1 I_1)/\sqrt{8Z_1}}{\dfrac{V_2 + Z_2 I_2}{\sqrt{8Z_2}}} = \frac{-2Z_1 I_1/\sqrt{Z_1}}{\dfrac{V_2 + Z_2 I_2}{\sqrt{Z_2}}} =$$

$$\left\{\begin{array}{l} V_2 = V_2^+ + V_2^- \\ I_2 = \dfrac{1}{Z_2}(V_2^+ - V_2^-) \\ I_1 = -I_2 \\ \cancel{I_2}V_2 = \dfrac{(Z_1+R)}{Z_2}(V_2^+ - V_2^-) \end{array}\right\} = \frac{-2Z_1 I_1/\sqrt{Z_1}}{\dfrac{V_2^+ \cancel{+V_2^-} + V_2^+ \cancel{-V_2^-}}{\sqrt{Z_2}}} =$$

$$V_2^+ + V_2^- = \frac{Z_1+R}{Z_2}(V_2^+ - V_2^-) \Rightarrow V_2^+\left(\frac{Z_2 - Z_1 - R}{Z_2}\right) = -V_2^-\left(\frac{Z_2 + Z_1 + R}{Z_2}\right.$$

$$V_2^+ = -V_2^-\left(\frac{Z_2 + Z_1 + R}{Z_2 - Z_1 - R}\right)$$

$$= \frac{\dfrac{2Z_1 I_2}{\sqrt{Z_1}}}{\dfrac{2V_2^+}{\sqrt{Z_2}}} = \frac{\dfrac{2Z_1}{Z_2}\dfrac{1}{\sqrt{Z_1}} V_2^-\left(-\dfrac{Z_2+Z_1+R}{Z_2-Z_1-R} - 1\right)}{-2V_2^-\left(\dfrac{Z_2+Z_1+R}{Z_2-Z_1-R}\right)\dfrac{1}{\sqrt{Z_2}}} = \frac{\dfrac{2Z_1}{Z_2}\dfrac{1}{\sqrt{Z_1}} V_2^-(-2Z_2}{\dfrac{-2V_2^-}{\sqrt{Z_2}}(Z_2+Z_1+R)}$$

$$= \frac{2\sqrt{Z_2 Z_1}}{Z_2 + Z_1 + R}$$

De igual forma calculamos $s_{21} = \dfrac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_1 + Z_2 + R}$

Si ahora desplazamos hacia afuera una distancia $l_1$ a lo largo de $Z_1$, y $l_2$ a lo largo de $Z_2$

$$S' = \begin{pmatrix} e^{-j\beta_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_2 l_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{Z_2 + R - Z_1}{Z_2 + R + Z_1} & \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_1 + Z_2 + R} \\ \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_1 + Z_2 + R} & \frac{Z_1 + R - Z_2}{Z_1 + Z_2 + R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-j\beta_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_2 l_2} \end{pmatrix}$$

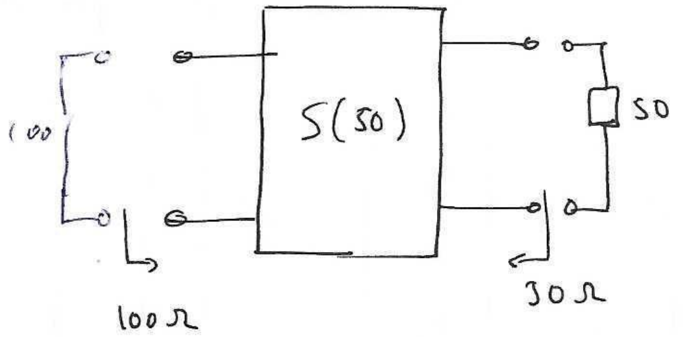
$$= \begin{pmatrix} e^{-j\beta_1 l_1} \frac{Z_2 + R - Z_1}{Z_2 + R + Z_1} & e^{-j\beta_1 l_1} \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_1 + Z_2 + R} \\ e^{-j\beta_2 l_2} \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_1 + Z_2 + R} & e^{-j\beta_2 l_2} \frac{Z_1 + R - Z_2}{Z_1 + Z_2 + R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-j\beta_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\beta_2 l_2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} e^{-2j\beta_1 l_1} \frac{Z_2 + R - Z_1}{Z_2 + R + Z_1} & \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_1 + Z_2 + R} e^{-j\beta_1 l_1} e^{-j\beta_2 l_2} \\ e^{-j\beta_1 l_1} e^{-j\beta_2 l_2} \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_2 + R + Z_1} & \frac{Z_1 + R - Z_2}{Z_1 + Z_2 + R} e^{-2j\beta_2 l_2} \end{pmatrix}$$

Problema ~~7~~ 8 MCAF

TAF-1

Encuentre la matriz de parámetros $S$ respecto de $50\ \Omega$ de un circuito de adaptación simétrico y sin pérdidas que adapte una impedancia de $100\ \Omega$ a $50\ \Omega$ (se supone el circuito pasivo, lineal e isótropo)




La disposición del circuito es la que muestra la figura para un solo terminal. Lo mismo tendría que cumplirse en sentido contrario por simetría pero esto lo único que nos dice es que $s_{11} = s_{22}$

Como dice que es pasivo, lineal y recíproco resulta que

$$S \cdot S^H = I \Rightarrow \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{12} & s_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{11}^* & s_{12}^* \\ s_{12}^* & s_{11}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} |s_{11}|^2 + |s_{12}|^2 &= 1 \\ s_{11} s_{12}^* + s_{12} s_{11}^* &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{s_{11}}{s_{11}^*} = -\frac{s_{12}}{s_{12}^*}$$

$s_{11} = |s_{11}| e^{j\varphi_{11}}$

$s_{12} = |s_{12}| e^{j\varphi_{12}}$

$$\Rightarrow \boxed{2\varphi_{12} = \pm 180 + 2\varphi_{11}}$$

$$\boxed{|s_{11}|^2 = 1 - |s_{12}|^2}$$

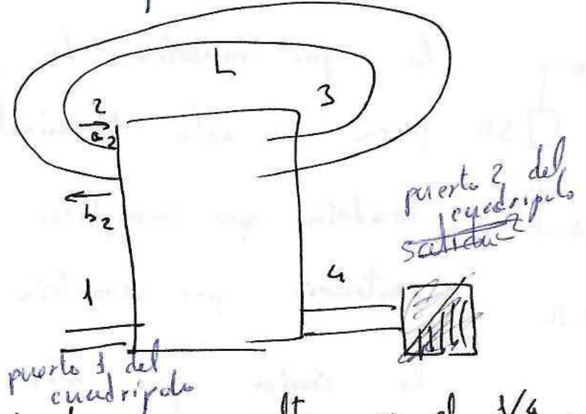
Tengo una relación de módulos y una de fases luego tengo un grado de libertad con el que supongo $\varphi_{11} = 0°$

$$\Rightarrow |s_{11}| = \frac{Z_{en} - Z_0}{Z_{en} + Z_0} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{s_{11} = \frac{1}{3} \angle 0°}$$

$$s_{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \angle -90° \text{ ó } -270°$$

**Problema 4 dg** MCAF TAF 12

En el acoplo directivo perfecto de la figura, se unen dos de sus puertas por una guía sin pérdidas de longitud $L$ y en la tercera se coloca una carga adaptada tal y como se muestra. Estudiar si el cuadripolo resultante está siempre adaptado para cualquier valor de $L$.




La matriz del acoplo será:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & j & 1 \\ 0 & 0 & 1 & j \\ j & 1 & 0 & 0 \\ 1 & j & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

El cuadripolo que resulta es el 1/4. Para aplicar la definición $s_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_4=0}$ cargo la puerta 4 con una carga adaptada.

$$b_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 + j a_2)$$

$$b_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(j a_3 + a_4)$$

Hay que determinar $a_2$ y $a_3$ en función de $a_1$ ya que $a_4 = 0$ por haber una carga adaptada

$$\left.\begin{aligned} a_2 &= b_3 e^{-j\beta L} \\ a_3 &= b_2 e^{-j\beta L} \end{aligned}\right\} \qquad b_2 = \left.\frac{1}{\sqrt{2}}(a_3 + j a_4)\right|_{a_4=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} a_3$$

$$b_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(j a_1 + a_2)$$

De lo anterior podemos poner:

$$\rightarrow \quad a_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} a_3 e^{-j\beta L} \implies a_3\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\beta L}\right) = 0 \ \forall L \implies \boxed{a_3 = 0}$$

$$\rightarrow \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(j a_1 + a_2) e^{-j\beta L} \implies a_2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\beta L}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} j a_1 e^{-j\beta L} \implies a_1 \neq 0$$

(*) Viendo a continuación cuánto vale $b_1$ resulta que como $a_4 = 0$ (definición parámetro en cuestión) y $a_3 = 0$ siempre por la condición anterior y $a_1 \neq 0 \implies s_{11} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{0}{a_1} = 0$

(*) Para comprobar la adaptación del $s_{44}$ habría que comprobar en el otro sentido pero por simetría se va a cumplir.

Problema ~~8~~ 9 MCAF
TAF 2

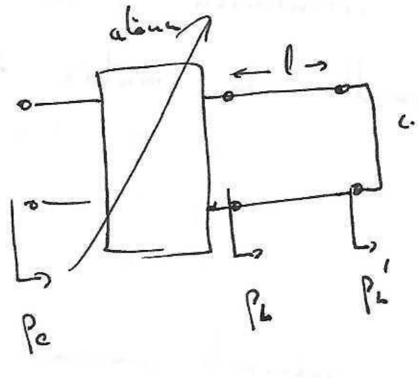
Demuestre que con un atenuador variable y un tramo de línea de transmisión de impedancia $Z_0$ terminado en cortocircuito desplazable, es posible obtener cualquier impedancia de carga.

Aplicación: Obtenga la longitud de una línea con una permitividad relativa eficaz de 2.8 a la frecuencia de 6 GHz y la atenuación en dB para obtener una impedancia de entrada de $300 + j\,310$.

- El atenuador, recordando ~~el circuito~~ la guía del laboratorio, es un dispositivo que tiene adaptadas las puertas y que es recíproco. De esta forma los parámetros S serán de la forma:

$$s_{11} = s_{22} = 0$$
$$s_{12} = s_{21} = K \in \mathbb{C} \;/\; |K| < 1$$

- Lo que se hace con esta estructura es cerrar un cuadripolo con un corto desplazable tal como indica la figura luego calculando la nueva $\rho_e$ $(Z_e)$ resulta:




$$\rho_e = s_{11} + \left.\frac{s_{12}\, s_{21}\, \rho_L}{1 - s_{22}\,\rho_L}\right|_{s_{11}=s_{22}=0} = \begin{pmatrix}\text{con } \rho_L \text{ donde} \\ \text{se marca}\end{pmatrix}$$

$$= s_{12}\, s_{21}\, \rho_L = -K^2 e^{-2j\theta} = K^2 e^{-2j(\theta - \pi/2)}$$

$$\text{Como } \rho_L = \rho_L' \, e^{-2j\theta} = -e^{-2j\theta}$$

$$\boxed{\rho_e = K^2 e^{-2j(\theta - \pi/2)}}$$

de la expresión anterior se concluye que la fase, relacionada con la longitud de la línea nos permite movernos por una circunferencia de la carta de Smith. Como además el atenuador es variable K delimita una corona circular luego se puede conseguir cualquier ~~cot~~ carga.

Si $Z_e = 300 + j\,110 \Rightarrow \bar{z}_e = 6 + j\,2{,}2 \Rightarrow \rho_e = 0{,}74 \angle 5{,}86°$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0{,}74 = K^2 \Rightarrow \boxed{K = 0{,}88} \longrightarrow \underline{1{,}31\ dB} \\ -2\theta + 180 = 5{,}86° \Rightarrow \theta = 87{,}7° = \beta l = \end{cases}$$

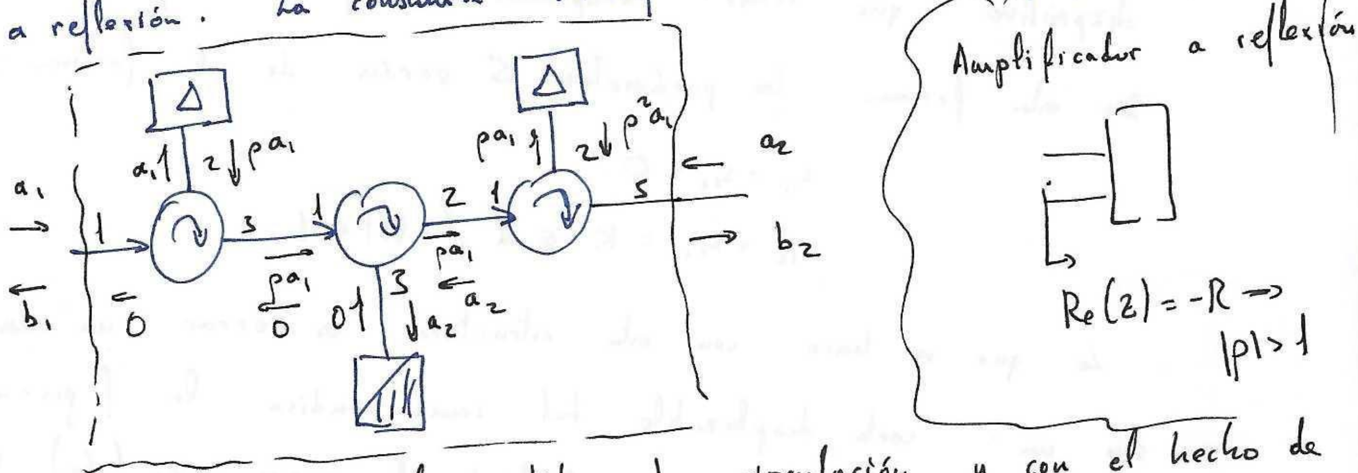
$$= \frac{360}{\lambda} \cdot l = 87{,}7 \Rightarrow \boxed{\frac{l}{\lambda} = 0{,}24}$$

MCAF

Problema ~~19~~ 22 Hallar la matriz de parámetros S en la figura

TAF-10

constituido por tres circuladores ideales y 2 amplificadores a reflexión. La constante de reflexión de los amplif. es $\rho$




De acuerdo con el sentido de circulación y con el hecho de que los circuladores son ideales resulta la matriz S del circulador

$$S = \cancel{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}} \qquad S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Para ver la matriz S del cuadripolo marcado aplicamos la definición de los parámetros $\left[ S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0} = 0 \right]$ (por flujos de potencia)

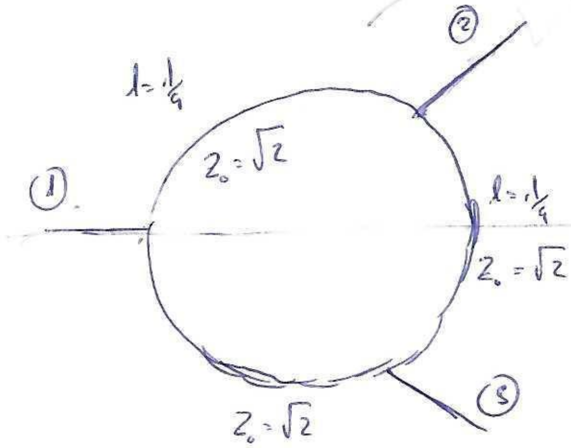
$$\left[ S_{22} = \frac{b_2}{a_2}\Big|_{a_1=0} = 0 \right]$$

Viendo el flujo de $a_1$ resulta que $b_2 = \rho^2 a_1 \Rightarrow \left[ S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \rho^2 \right]$

haciendo lo mismo con $a_2$ resulta que $b_1 = 0 \Rightarrow \left[ S_{12} = \frac{b_1}{a_2}\Big|_{a_1=0} = 0 \right]$

# Problema 13

(a)




Por la disposición que hay se puede aplicar excitación par-impar en los terminales simétricos. También se sabe por simetría que

$s_{11} = s_{22} = s_{33} \neq 0$
$s_{12} = s_{23} = s_{13}$
| que son los parámetros a determinar

Definición de parámetros: $s_{22} = \left.\dfrac{b_2}{a_2}\right]_{a_1,\, a_3 = 0}$

$s_{32} = \left.\dfrac{b_3}{a_2}\right]_{a_1,\, a_3 = 0}$ ; $s_{23} = \left.\dfrac{b_2}{a_3}\right]_{a_1, a_2 = 0}$

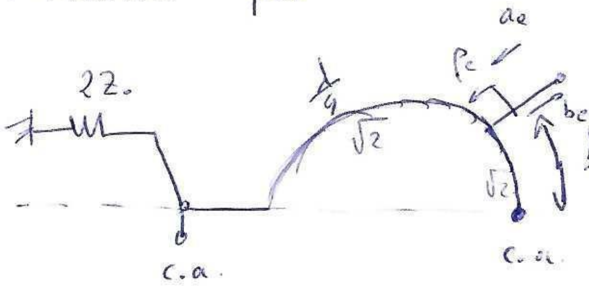
vemos que las condiciones de excitación son las mismas luego esos serán los parámetros que hallaré. Aplico excitación par-impar

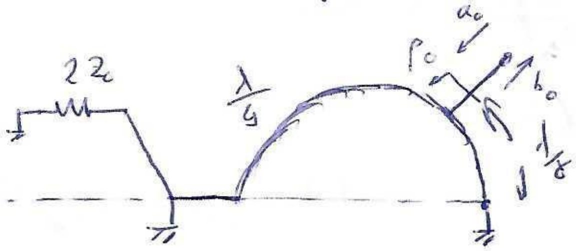
| Terminal | Par | Impar |
|---|---|---|
| ② | a | a |
| ③ | a | -a |

Si determinamos que los parámetros son $s_{22}$ y $s_{23}$ resulta que los puedo poner como combinación de modos par-impar.

En concreto las redes que van a quedar para cada excitación son:

Excitación par: Excitación impar




$b_e = a_e \rho_e$ $\qquad$ $b_o = a_o \rho_o$

De aquí puedo poner:

$$\cancel{S_{22}} \qquad S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right]_{a_1\, a_3=0} = \frac{b_2^e + b_2^o}{a_2^e + a_2^o} = \frac{\cancel{\alpha}(\rho_e + \rho_o)}{2\cancel{\alpha}}$$

$$S_{23} = \left.\frac{b_2}{a_3}\right]_{a_1\, a_2=0} = \frac{b_2^e - b_2^o}{a_3^e - a_3^o} = \frac{\cancel{\alpha}(\rho_e - \rho_o)}{2\cancel{\alpha}}$$

Hay que determinar los coeficientes de reflexión en modo par-impar

$$\rho_e = \frac{Y_o - Y^e}{Y_o + Y^e} \; ; \Rightarrow \begin{cases} Y_1 = \dfrac{Y_{o1}^2}{Y_L} = \dfrac{1/2\; Y_o}{\frac{1}{2}\, Y_o} = 1 \\[2ex] Y_2 = j\, Y_{o1}\, tg\, \beta l = j\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$Z_{in} = Z_o \frac{Z_L \cos\beta l + j Z_o \operatorname{sen}\beta l}{Z_o \cos\beta l + j Z_L \operatorname{sen}\beta l}$$

$$Y_{in} = Y_o \frac{\frac{1}{Y_L} \cos\beta l + j \frac{1}{Y_o} \operatorname{sen}\beta l}{\frac{1}{Y_o} \cos\beta l \ldots}$$

$$Y^e = 1 + j\frac{1}{\sqrt{2}}$$

De igual forma calculo $Y^o \Rightarrow \begin{cases} Y_1 = 0 \\ Y_2 = -j\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Bigg|\; Y_o = -\dfrac{j}{\sqrt{2}}$

$Y_{in} = -jY_o \cot g\, \beta l =$

$$\rho_e = \frac{1 - 1 - \cancel{j}/\sqrt{2}}{1 + 1 + \cancel{j}/\sqrt{2}} = \frac{-\cancel{j}/\sqrt{2}}{2 + \cancel{j}/\sqrt{2}} = \boxed{\frac{-j}{2\sqrt{2} + j}}$$

$$\rho_o = \frac{1 + j/\sqrt{2}}{1 - j/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + j}{\sqrt{2} - j}$$

(13-3)

$$S_{22} = \frac{1}{2}\left(\frac{-j}{2\sqrt{2}+j} + \frac{\sqrt{2}+j}{\sqrt{2}-j}\right) = \frac{-j\sqrt{2} - 1 + 4 + 2\sqrt{2}j + \sqrt{2}j - 1}{4 - 2\sqrt{2}j + \sqrt{2}j + 1}$$

$$= \frac{2 + 2\sqrt{2}j}{5 - j\sqrt{2}}\,\frac{1}{2} = \boxed{\frac{1 + j\sqrt{2}}{5 - j\sqrt{2}} = S_{22}}$$

$$S_{23} = \frac{\rho_e - \rho_o}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{-j}{2\sqrt{2}+j} - \frac{\sqrt{2}+j}{\sqrt{2}-j}\right) =$$

$$= \frac{-j\sqrt{2} - 1 - 4 - 2\sqrt{2}j - \sqrt{2}j + 1}{5 - j\sqrt{2}}\,\frac{1}{2} = \frac{-4 - 4\sqrt{2}j}{5 - j\sqrt{2}}\,\frac{1}{2} =$$

$$= -2\,\frac{(1 + j\sqrt{2})}{5 - j\sqrt{2}}$$

$$[S] = \frac{1 + j\sqrt{2}}{5 - j\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) Basándose en análisis en vectores y valores propios

Estructura recíproca, no disipativa y presenta simetrías

$\Rightarrow$ valores propios degenerados $\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 3 & \text{doble} \\ \lambda_2 = -3 & \text{simple} \end{cases}$

$$z_i = \frac{1 + s_i}{1 - s_i} = \begin{cases} s_1 = 3\,\dfrac{1 + j\sqrt{2}}{5 - j\sqrt{2}} \\[2ex] s_2 = -3\,\dfrac{1 + j\sqrt{2}}{5 - j\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \sqrt{2}\,j \\[2ex] z_2 = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\,j \end{cases}$$

Los dos tienen parte nula.

(c) Los accesos se cargan de igual forma $a_2 = a_3$

$$\Rightarrow b_1 = s_{11} a_1 + a_2 (s_{12} + s_{13}) = s_{11} a_1 + 2 s_{12} a_2$$

$$b_2 = s_{21} a_1 + s_{11} a_2 + s_{21} a_2$$

$$b_3 = b_2$$

$$b_1 = s_{11} (a_1 - 4 a_2)$$

$$b_2 = s_{11} (-2a_1 - a_2) = s_{11} (-2a_1 - \rho_L b_2) \Rightarrow$$

$$\cancel{b_3} = \qquad b_2 = \frac{-2 a_1 s_{11}}{1 + \rho_L s_{11}}$$

$$b_1 = s_{11}\left(a_1 - 4 \rho_L \frac{(-2a_1 s_{11})}{1 + \rho_L s_{11}}\right) = s_{11}\left(a_1 + \frac{8 \rho_L s_{11} a_1}{1 + \rho_L s_{11}}\right)$$

$$= \left(s_{11} \frac{1 + 9 \rho_L s_{11}}{1 + s_{11} \rho_L}\right) a_1 \Rightarrow \rho_{in} = s_{11} \frac{1 + 9 \rho_L s_{11}}{1 + s_{11} \rho_L}$$

(d) En este caso tenemos simetría par-impar, depende de la excitación, para excitación 1-1'

Modo par $a_1 = a_1' = a \Rightarrow$ condición circuito abierto $\Rightarrow \rho_L = 1$

$$\rho^e = s_{11} \frac{1 + 9 s_{11}}{1 + s_{11}}$$

| | PAR | IMPAR |
|---|---|---|
| $a_1^0$ | $a$ | $a$ |
| $a_1'$ | $a$ | $-a$ |

Modo impar $a_1 = -a_1' = a \Rightarrow \rho_L = -1$ condición cortocircuito.

$$\rho^o = s_{11} \frac{1 - 9 s_{11}}{1 - s_{11}}$$

En el cuadripolo: $s_{11}' = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2 = 0} = \frac{a(\rho^e + \rho^o)}{2a} =$

(13-5)

$$S_{11}^{*} \quad \frac{1+9s_{11}}{1+s_{11}} + \frac{1-9s_{11}}{1-s_{11}} = \frac{S_{11}}{2} \; \frac{1 - \cancel{s_{11}} + \cancel{9s_{11}} - 9s_{11}^{2} + 1 + \cancel{s_{11}} - \cancel{9s_{11}} - 9s_{11}}{1-s_{11}^{2}}$$

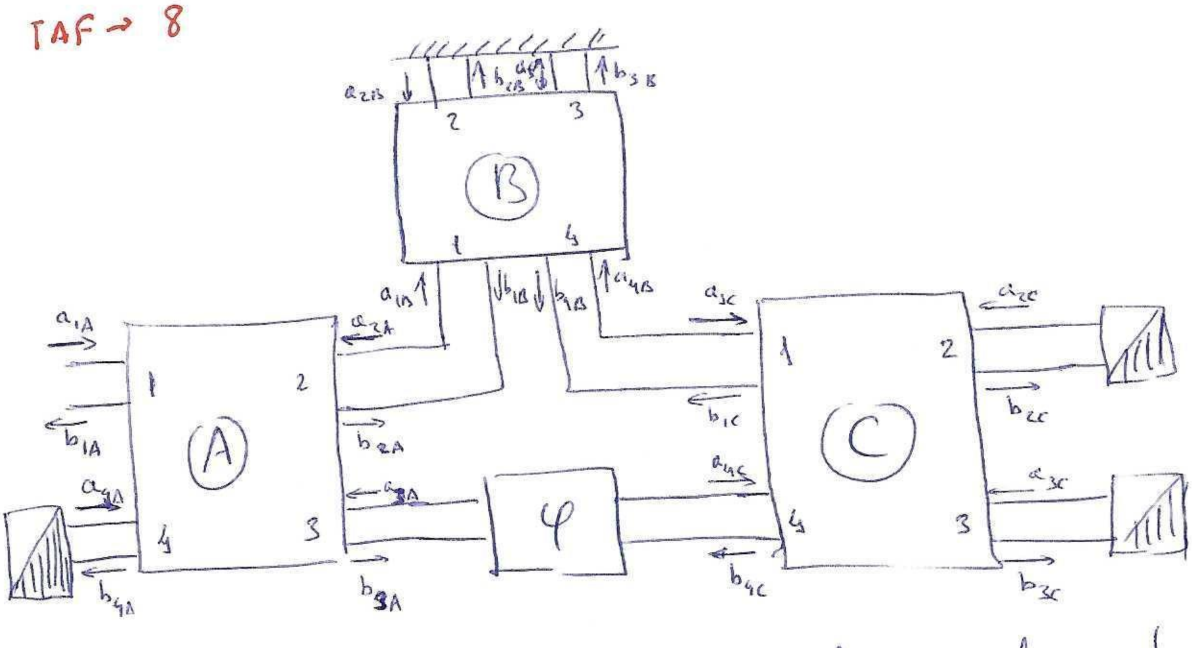
$$= s_{11} \; \frac{1-9s_{11}^{2}}{1-s_{11}^{2}} = 0{,}33 + j\,0{,}47$$

$$S_{12}' = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0} = \frac{1}{2}\left(\rho^{e} - \rho^{o}\right) = \underline{-0{,}67 + j\,0{,}47}$$

(resta par-impar

Problema 17 MCAF

TAF → 8




Se va a considerar que $\varphi = 0$ y aplicaremos las ondas de potencia

Tomando las expresiones de los acoplos 3 dB:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & j & 0 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 0 & j & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Considero que las cargas de salida pueden ser 2C ó 3C. Cargamos 2C y 3C con cargas adaptadas y calculamos $b_{3C}$ y $b_{2C}$ para ver si es un atenuador variable

$$a_{4A} = a_{2C} = a_{3C} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} b_{2A} &= \frac{1}{\sqrt{2}} a_{1A} \\ b_{3A} &= j\frac{1}{\sqrt{2}} a_{1A} \end{aligned}\right\} a_{1B} = b_{2A} = \frac{1}{\sqrt{2}} a_{1A} \;; \quad a_{4C} \overset{\varphi=0}{=} b_{3A} = j\frac{1}{\sqrt{2}} a_{1A}$$

En los terminales 2 y 3 existen cortocircuitos perfectos en posición idéntica:

$$\left.\begin{aligned} a_{2B} &= -b_{2B}\, e^{j\phi} \\ a_{3B} &= -b_{3B}\, e^{j\phi} \end{aligned}\right\} \longrightarrow$$ El enunciado dice que los cortocircuitos se encuentran en el plano de referencia luego $\phi = 0$

$$\begin{aligned} b_{2B} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{1B} + j a_{4B}) \\ b_{3B} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (j a_{1B} + a_{4B}) \end{aligned} \quad \begin{aligned} a_{1B} &= b_{2A} \\ a_{4B} &= b_{1C} = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{2C} + j a_{3C}) \end{aligned}$$

Las dos puertas de salida del acoplo C van a estar terminadas con cargas adaptadas (bien por cerrar una de las puertas para constituir un cuadripolo, bien por cerrar la puerta del cuadripolo formado para ver el parámetro de transmisión). En este caso

$$a_{4B} = b_{3C} = 0 \Rightarrow \begin{cases} b_{2B} = \frac{1}{2} a_{1A} \Rightarrow a_{2B} = -\frac{1}{2} a_{1A} \\ b_{3B} = \frac{1}{2} j\, a_{1A} \Rightarrow a_{3B} = -\frac{1}{2} j\, a_{1A} \end{cases}$$

Los valores de salida son:

$$\left.\begin{aligned} b_{2C} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( a_{1C} + j\, a_{4C} \right) \Rightarrow \\ b_{3C} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( j\, a_{1C} + a_{4C} \right) \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} a_{1C} = b_{4B} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( j\, a_{2B} + a_{3B} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -\frac{j}{2} a_{1A} - \frac{j}{2} a_{1A} \right) = \\ &= \boxed{-\frac{j}{\sqrt{2}} a_{1A} = a_{1C}} \end{aligned}$$

$$\boxed{a_{4C} = b_{3A}\, e^{j\varphi} = \frac{j}{\sqrt{2}} a_{1A}\, e^{j\varphi}}$$

$$b_{2C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -\frac{j}{\sqrt{2}} a_{1A} - \frac{1}{\sqrt{2}} a_{1A}\, e^{j\varphi} \right) =$$

$$= -\frac{1}{2} a_{1A} \left( j + e^{j\varphi} \right) = -\frac{1}{2} a_{1A}\, e^{j\frac{\varphi}{2}} e^{j\frac{\pi}{4}} \left\{ e^{j\frac{\pi}{4}} e^{-j\varphi/2} + e^{j\varphi/2} e^{-j\frac{\pi}{4}} \right\}$$

$$= -\frac{1}{2} a_{1A}\, e^{j\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \left\{ e^{j\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} + e^{j\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} \right\}$$

$$= \boxed{-a_{1A}\, e^{j\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = b_{2C}} \Rightarrow |b_{2C}| = |a_{1A}| \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$b_{3C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} a_{1A} + \frac{j}{\sqrt{2}} a_{1A}\, e^{j\varphi} \right) = \frac{1}{2} a_{1A} \left( 1 + j\, e^{j\varphi} \right) =$$

$$= \boxed{a_{1A}\, e^{j\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = b_{3C}} \Rightarrow \underline{|b_{3C}| = |a_{1A}| \cos\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}$$