Grado en Ingeniería en Tecnologías de Telecomunicación
Grado en Ingeniería de Sonido e Imagen

Notación:

- $\widehat{S}_{\mathrm{MAD}}$: Estimador de mínimo error absoluto medio de S.
- $\widehat{S}_{\mathrm{MAP}}$: Estimador de máximo a posteriori de S.
- $\widehat{S}_{\mathrm{ML}}$: Estimador de máxima verosimilitud de S.

1. Se desea estimar la variable aleatoria S a partir de la variable aleatoria X, conociendo la función de densidad de probabilidad conjunta de ambas, dada por:

$$p_{X,S}(x,s) = \begin{cases} 2\exp\left[-(s+x)\right] & 0 < s < x, \quad 0 < x < \infty \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(a) Determínese el estimador $\widehat{S}_{\mathrm{MAD}}$.

(b) Determínese el estimador $\widehat{S}_{\mathrm{MAP}}$.

Solution:

(a) $\widehat{S}_{\mathrm{MAD}} = -\ln\left[\frac{1}{2}\Big(1+\exp(-X)\Big)\right]$

(b) $\widehat{S}_{\mathrm{MAP}} = 0$

2. Se conoce la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria X dada por:

$$p_X(x) = \exp\left(-x\right), \quad x \geq 0$$

Dicha variable aleatoria sufre una transformación dada por:

$$Y = aX$$

Siendo a un valor constante, donde $a > 0$.

(a) Obtenga la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria Y, $p_Y(y)$.

(b) Establezca la expresión del estimador de máxima verosimilitud del parámetro $\widehat{A}_{\mathrm{ML}}$, en función de los valores de K muestras de Y tomadas independientemente, $\left\{Y^{(k)}\right\}_{k=1}^{K}$.

<u>NOTA</u>: Si no ha logrado resolver el apartado (a), utilice como distribución de la variable aleatoria Y, la siguiente expresión:

$$p_Y(y) = \frac{a}{2}\exp\left(-\frac{ay}{2}\right), \quad y \geq 0$$

Solution:

(a) $p_Y(y) = \frac{1}{a}\exp\left(-\frac{y}{a}\right), \quad y \geq 0$

(b) $\widehat{A}_{\mathrm{ML}} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} y^{(k)}$

Si no han logrado resolver el apartado (a) y parten de función de densidad de probabilidad dada en el problema:

$$\widehat{A}_{\mathrm{ML}} = \frac{K}{\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{K} y^{(k)}}$$