$\boxed{3}$ a) El decisor que necesitamos es el Bayesiano.

Distinguimos dos zonas en el soporte de las observaciones:

- Si $\frac{1}{3} < x_1 + x_2 < 1$ $\quad p(x_1, x_2 | H=0) = 0$

  por tanto en esta zona siempre decidimos $\underline{\underline{D=1}}$

- Si $0 < x_1 + x_2 < \frac{1}{3}$ buscamos el decisor Bayesiano para un problema binario:

$$\frac{p(\underline{x}|H=1)}{p(\underline{x}|H=0)} \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gtrless}} \frac{P(H=0)}{P(H=1)} \frac{C_{10} - C_{00}}{C_{01} - C_{11}}$$

Sustituyendo:

$$\frac{6(1-x_1-x_2)}{18} \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gtrless}} \frac{C_{10}}{4C_{10}} \Rightarrow \underline{\underline{\frac{1}{4} \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gtrless}} x_1 + x_2}}$$

Combinando las dos ramas:

$$\boxed{\begin{array}{ll} D=1 & 0 < x_1 + x_2 < \frac{1}{4} \\ D=0 & \frac{1}{4} < x_1 + x_2 < \frac{1}{3} \\ D=1 & \frac{1}{3} \leq x_1 + x_2 < 1 \end{array}}$$

b) Para que no haya falsas alarmas, el decisor debe decidir $D=0$ siempre que $H=0$.
Es decir, $D=0$ si $0 < x_1 + x_2 < \frac{1}{3}$

Volviendo a la expresión del Decisor Bayesiano en $0 < x_1 + x_2 < \frac{1}{3}$

$$\frac{6(1-x_1-x_2)}{18} \underset{D_0}{\overset{D_1}{\gtrless}} \frac{1}{4} \frac{P(H=0)}{P(H=1)} = \frac{1}{4} \frac{P(H=0)}{1-P(H=0)}$$

Como queremos decidir $D_0$, nos quedamos con la rama inferior:

$$1-(x_1+x_2) < \frac{3}{4} \frac{P(H=0)}{1-P(H=0)}$$

Esto tiene que cumplirse para cualquier valor de $(x_1, x_2)$ tal que $0 < x_1 + x_2 < \frac{1}{3}$. Y el valor más restrictivo es $x_1 + x_2 = 0$, ya que maximiza el lado izquierdo de la inecuación.
Por tanto

$$\frac{P(H=0)}{1-P(H=0)} > \frac{4}{3} \Rightarrow P(H=0) > \frac{4}{7}$$

Alternativamente, en el caso degenerado $P(H=0)=0$ tampoco habría posibilidad de que el decisor cometiese FALSAS ALARMAS

Luego la respuesta es: $\boxed{P(H=0) > \frac{4}{7} \text{ (y lógicamente } P(H=1) < \frac{3}{7}) \text{ ó } P(H=0)=0}$