Grado en Ingeniería de Comunicaciones Móviles y Espaciales
Grado en Ingeniería Telemática

Notación

- $\widehat{S}_{\mathrm{MMSE}}$: Estimador de mínimo error cuadrático medio.
- $\widehat{S}_{\mathrm{MAD}}$: Estimador de mínimo error absoluto medio.
- $\widehat{S}_{\mathrm{MAP}}$: Estimador de máximo a posteriori.
- $\widehat{S}_{\mathrm{ML}}$: Estimador de máxima verosimilitud.
- $\widehat{S}_{\mathrm{LMSE}}$: Estimador lineal de mínimo error cuadrático medio.

1. Se conoce que la distribución a posteriori de S a la vista X es

$$p_{S|X}(s|x) = \frac{2s}{x^2} \quad 0 \leq s \leq x,\ 0 \leq x \leq 1$$

Obtenga:

(a) El estimador de mínimo error cuadrático medio de S a la vista de X, $\widehat{S}_{\mathrm{MMSE}}$.

(b) El estimador de mínimo error absoluto medio de S a la vista de X, $\widehat{S}_{\mathrm{MAD}}$.

Solution:

(a) $\widehat{S}_{\mathrm{MMSE}} = \dfrac{2}{3}X$.

(b) $\widehat{S}_{\mathrm{MAD}} = \dfrac{X}{\sqrt{2}}$.

2. Suponiendo que

$$p_{S,X}(s,x) = \frac{5}{4} - sx, \qquad s \in [0,1], x \in [0,1]$$

Determine el estimador lineal de la forma $\widehat{S} = wX$ de mínimo error cuadrático medio.

Solution:

$\widehat{S} = \dfrac{29}{42}X$

3. La variable aleatoria X tiene distribución

$$p_X(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi a}} \exp\left(-\frac{x^2}{2a}\right), \qquad x > 0$$

siendo a un parámetro determinista tal que $a > 0$.

(a) Determine el estimador ML de dicho parámetro, $\widehat{A}_{\mathrm{ML}}$, en función de los valores de K observaciones independientes de X, $\{X^{(k)}\}_{k=1}^{K}$.

(b) ¿Es $\widehat{A}_{\mathrm{ML}}$ un estimador insesgado?

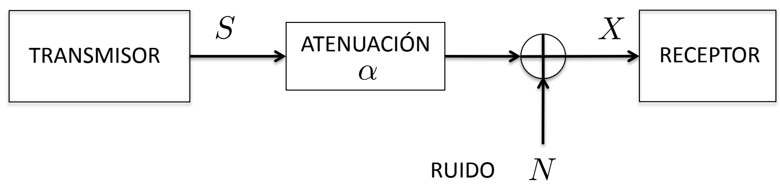
Nota: Si lo necesita, $\mathbb{E}[X|a] = 0$ y $\mathbb{E}[X^2|a] = a$.

Solution:

(a) $\widehat{A}_{\text{ML}} = \dfrac{1}{K}\displaystyle\sum_{k=1}^{K}\left(x^{(k)}\right)^2.$

(b) Sí es un estimador insesgado, porque se cumple que $\mathbb{E}[a - \widehat{A}_{\text{ML}}|a] = 0$.

4. Considere el sistema de comunicaciones mostrado en la figura:



donde la atenuación del canal, α, es igual a $1/2$, el ruido, N, es gaussiano de media nula y varianza unidad independiente de la señal transmitida, $S \in \mathbb{R}$. Si el receptor recibe la observación $x = 0.5$, indique:

(a) Cuál sería la estimación de máxima verosimilitud de S, $\widehat{s}_{\text{ML}}$, basada en x.

(b) Sabiendo que la señal transmitida S se puede modelar como una v.a. gaussiana de media nula y con varianza igual 4, obtenga la estimación de mínimo error cuadrático medio de S, $\hat{s}_{\text{MMSE}}$, basada en x.

Solution:

(a) $\hat{S}_{\text{ML}} = 2X$, $\hat{s}_{\text{ML}} = 1$

(b) $\hat{S}_{\text{MMSE}} = X$, $\hat{s}_{\text{MMSE}} = 0.5$