

Grado en Ingeniería de Comunicaciones Móviles y Espaciales
Grado en Ingeniería Telemática

Notación

- \hat{S}_{MMSE} : Estimador de mínimo error cuadrático medio.
- \hat{S}_{MAP} : Estimador de máximo a posteriori.
- \hat{S}_{ML} : Estimador de máxima verosimilitud.

1. Para la estimación del parámetro determinista $s \geq 0$, se dispone de la siguiente observación:

$$X = \sqrt{s} \cdot R$$

donde R es una variable aleatoria gaussiana de media 0 y varianza igual a v .

- (a) Obténgase el estimador de máxima verosimilitud de s a la vista de X , \hat{s}_{ML} .
- (b) Determínese el sesgo del estimador \hat{s}_{ML} .
- (c) Razone cómo variará la varianza del estimador, calculado en el apartado b), si el valor de v aumenta o disminuye.

Solution:

- (a) $\hat{s}_{\text{ML}} = \frac{X^2}{v}$.
- (b) El estimador es insesgado.
- (c) Si $0 < v < 1$, la varianza del estimador aumenta.
Si $v > 1$, la varianza del estimador disminuye.

2. Las variables aleatorias S y X se distribuyen conjuntamente según la función de densidad de probabilidad:

$$p_{X,S}(x, s) = \begin{cases} 2sx, & 0 \leq s \leq 2x, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ \text{en otro caso} & \end{cases}$$

- (a) Determínese el estimador de error cuadrático medio mínimo de S a la vista de X , \hat{S}_{MMSE} .
- (b) Establézcase el estimador de máximo a posteriori de S a la vista de X , \hat{S}_{MAP} .
- (c) Supuesto que se restringe la forma del estimador a cuadrático en X , establézcase la expresión del estimador $\hat{S}_q = wX^2$ que minimiza el coste cuadrático.

Solution:

- (a) $\hat{S}_{\text{MMSE}} = \frac{4}{3}X$
- (b) $\hat{S}_{\text{MAP}} = 2X$
- (c) $\hat{S}_q = \frac{32}{21}X^2$