uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Escuela Politécnica Superior

Asignatura ______

Nombre y Apellidos ______

Fecha ______ Curso ______ Grupo ______

$\boxed{\text{PROBLEMA 20}}$

$\bar{X} = [X_1, X_2, X_3]^T$ con media $\bar{0}$ y matriz de covarianza:

$$C_X = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

a) Calcula coeficientes w_0, w_1, w_2 del estimador lineal de error cuadrático medio mínimo de X_3 a la vista de X_1 y X_2.

$$\hat{X}_{3LMSE} = w_0 + w_1 \cdot X_1 + w_2 \cdot X_2$$

$$\hat{w} = \begin{bmatrix} \hat{w}_1 \\ \hat{w}_2 \end{bmatrix} = C_{XX}^{-1} \cdot C_{X_3X} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} C_{X_1X_1} & C_{X_1X_2} \\ C_{X_2X_1} & C_{X_2X_2} \end{matrix} \qquad \begin{matrix} C_{X_3X_1} \\ C_{X_3X_2} \end{matrix}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +4 \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{w}_1 = \frac{-1}{5}, \quad \hat{w}_2 = \frac{4}{5}$$

$$\hat{w}_0 = m_{X_3} - \hat{w}^T \cdot m_X = 0$$

↑ Como tienen medias nulas

$$\boxed{\hat{X}_{2LMSE} = -\frac{1}{5} \cdot X_1 + \frac{4}{5} X_2}$$

b) Calcula $E\{(x_3 - x_{3LMSE})^2\}$

$$E\{(x_3 - x_{3LMSE})^2\} = v_{x_3x_3} - \hat{w}^T \cdot v_{x_3x} =$$

$$= 3 - \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= 3 - \left(-\frac{1}{5} + \frac{8}{5} \right) =$$

$$= 3 - \frac{7}{5} =$$

$$= \frac{8}{5}$$

$$\boxed{E\{(x_3 - x_{3LMSE})^2\} = \frac{8}{5}}$$