



Universidad
Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

TEMA 3: FIBRAS OPTICAS

FOTONICA

Grado en Ingeniería en Tecnologías de
Telecomunicación



1.-INTRODUCCION

2.-ESQUEMA DE UNA FIBRA OPTICA (Guía Dieléctrica Cilíndrica). FUNDAMENTOS. TIPOS DE FIBRAS OPTICAS.

3.-APERTURA NUMERICA.

4.-ONDAS GUIADAS.

5.-ATENUACION.

1.-INTRODUCCION

Definición: Guías Dieléctricas Cilíndricas para la Transmisión de Luz habitualmente de SiO_2 .

Son la base de las comunicaciones ópticas guiadas por diferentes motivos:

- Alto ancho de banda.
- Baja atenuación (sobre todo a altas velocidades de modulación).

A la hora de estudiarlas hay varios niveles de detalle.

- Teoría de Rayos (apertura Numérica)
- Teoría Electromagnética (Modos, constantes de propagación).

2.-ESQUEMA DE UNA FIBRA OPTICA (Guía Dieléctrica Cilíndrica). FUNDAMENTOS. TIPOS DE FIBRAS OPTICAS.

En la Figura 1 se muestra el esquema de una fibra óptica donde podemos identificar el núcleo (core) de índice de refracción n_1 y radio a , y el recubrimiento (cladding) de índice de refracción n_2 y radio b . Como veremos posteriormente para que dicha estructura guíe luz ha de cumplirse que $n_1 > n_2$.

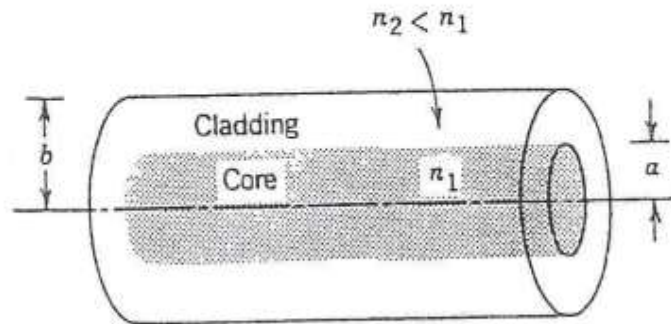


Figura 1

A la hora de estudiar el confinamiento de luz en una FO (fibra óptica) vamos a partir de las leyes de Snell para $n_1 > n_2$. En la Figura 2 se muestra dicho caso.

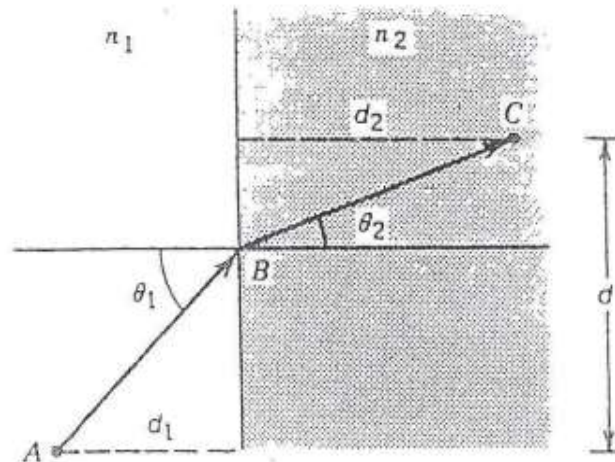


Figura 2

$$\theta_i = \theta_r \quad (1)$$

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (2)$$

En este caso hay una condición de ángulo de incidencia a partir del cual no hay rayo transmitido. A ese ángulo se le conoce como ángulo crítico (θ_c).

$$n_1 \sin(\theta_c) = n_2 \sin(90^\circ) \Rightarrow \sin(\theta_c) = \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

En este caso se produce una reflexión total interna (RTI) y toda la luz es reflejada según un ángulo de reflexión que es igual al de incidencia (leyes de Snell). Este es el fenómeno que permite confinar la luz en la FO tal y como se muestra en la figura 3.

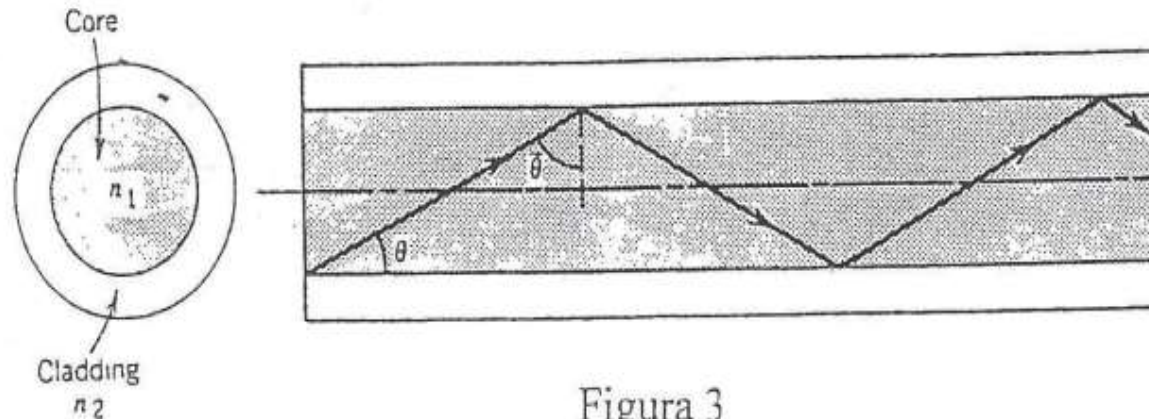


Figura 3

Dentro de las fibras ópticas podemos identificar tres tipos (Figura 4):

- Fibras Multimodo: En estos casos se pueden propagar rayos con varios ángulos ($\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$) que cumplen todos la condición RTI. Esto implica que la luz puede recorrer distintos caminos dentro de la fibra óptica que podemos asignar de forma preliminar a “Modos” de propagación, donde cada uno de esos ángulos corresponde a un modo. En este sentido hay que tener en cuenta que sólo un cierto número de ángulos son posibles pues se han de cumplir otras consideraciones que estudiaremos después.
- Fibras Monomodo: En este caso el núcleo tiene un radio tan pequeño que sólo se puede propagar un rayo.
- Fibras de índice gradual. Los dos casos anteriores cubren lo que se conocen como fibras de “salto de índice” (step index). Sin embargo, y como se puede identificar en el primer caso de la figura 4, los diversos modos recorren diversos caminos según el ángulo de incidencia lo que implica diversos retardos de cada uno de ellos al recorrer una distancia L . La solución consiste en no hacer un salto de índice abrupto sino uno gradual (figura 4). De esta manera los modos superiores (que pasan más tiempo alejados del eje de la fibra) ven un índice de refracción menor y al ser la velocidad de la luz en el medio c/n se iguala el tiempo de propagación. Los perfiles de índice suelen ser parabólicos.

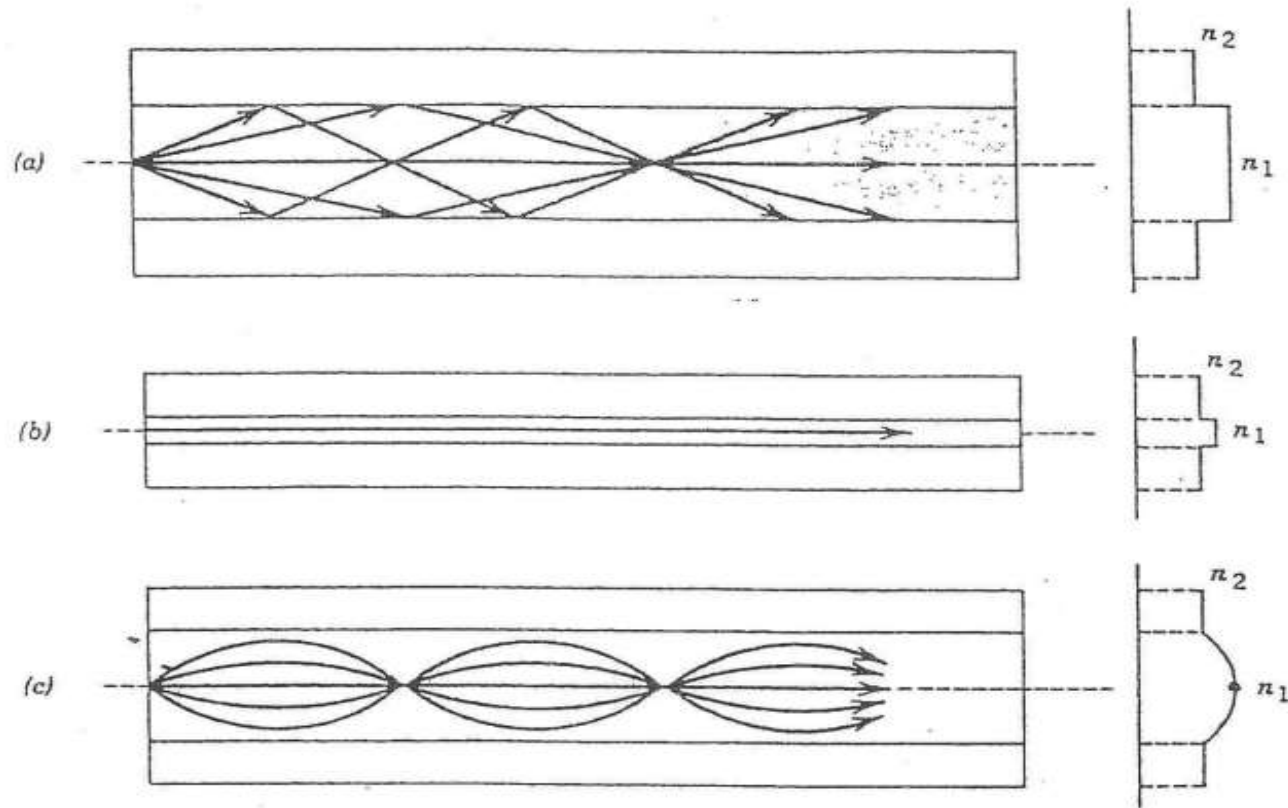


Figura 4

3.-APERTURA NUMERICA

En el apartado anterior hemos visto que para que se propague la luz dentro de la fibra se ha de cumplir la condición $\theta_i > \theta_c$. No obstante sería conveniente referir esa condición a la entrada de la fibra.

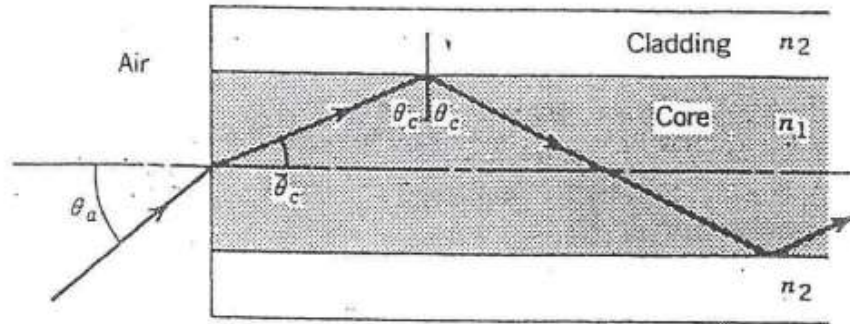


Figura 5

A partir de la Figura 5 tenemos, para el caso crítico.

$$\sin(\theta_c) = \frac{n_2}{n_1} = \cos(\bar{\theta}_c) \quad (4)$$

$$n_0 \sin(\theta_a) = n_1 \sin(\bar{\theta}_c) = n_1 \sqrt{1 - \cos^2(\bar{\theta}_c)} = n_1 \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (5)$$

Si suponemos que el índice de refracción fuera de la fibra es 1 ($n_0=1$),

$$\sin(\theta_a) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = AN \text{ (Apertura Numérica)} \quad (6)$$

$$\theta_a = \arcsen(AN) \quad (7)$$

En las fibras es habitual definir el salto de índice:

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (8)$$

De esta manera como $n_1 \approx n_2$.

$$AN = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{(n_1 + n_2)(n_1 - n_2)} \approx \sqrt{2n_1(n_1 - n_2)} = n_1 \sqrt{2\Delta} \quad (9)$$

Hay varias fibras comerciales que se suelen identificar por el tamaño del núcleo, en este sentido encontramos fibras (2a/2b, ver figura 1): 9/125 (Monomodo), 50/125 (Multimodo), 62.5/125 (Multimodo), 85/125 (Multimodo), 100/140 (Multimodo), ... De la misma manera valores típicos de otros parámetros son:

- Δ entre 0.001 y 0.02
- n_1 entre 1.44 y 1.46
- $AN \approx 0.22$ (Multimodo)

4.-ONDAS GUIADAS

Uno de los aspectos fundamentales que determinan el comportamiento de una fibra óptica al propagar luz es su caracter monomodo o multimodo. En este sentido vamos a intentar responder a la pregunta: ¿Cuántos modos se propagan en una fibra?

En la Figura 6 se muestra un rayo (“Modo”) que se propaga en la fibra con un ángulo θ_m (modo m). En este caso, como el índice de refracción del núcleo es n_1 , la constante de propagación K vale:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = n_1 \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (10)$$

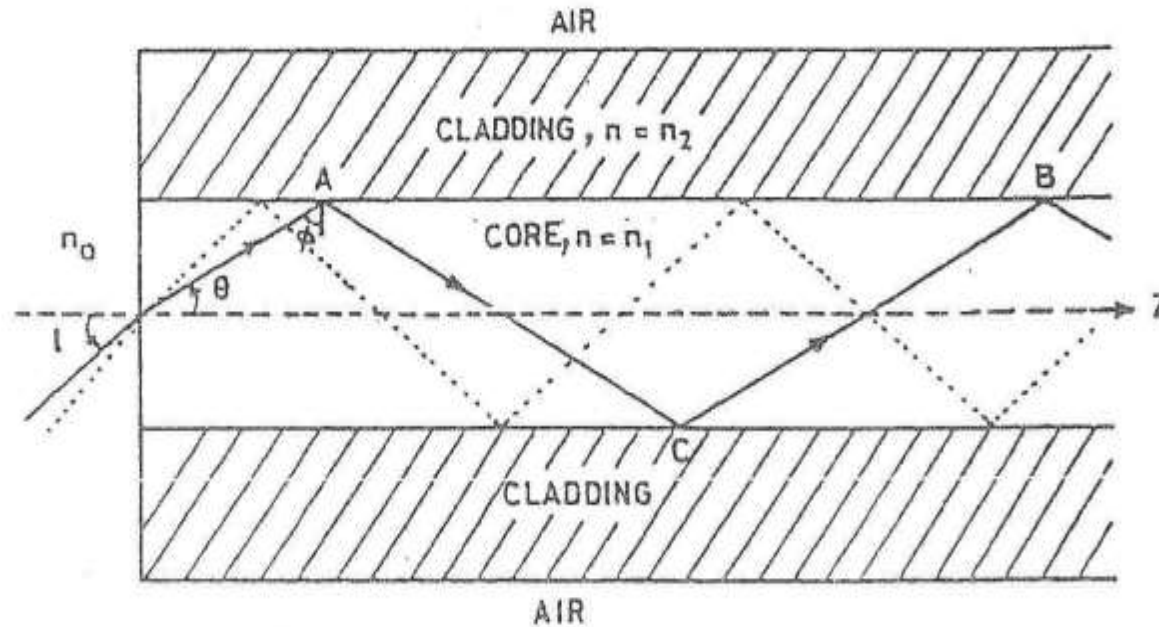


Figura 6

Donde λ_0 es la longitud de onda en el vacío. Hay que recordar que, en realidad, \vec{K} es un vector en el sentido de la propagación de la onda. En este sentido definimos de manera preliminar la constante de propagación del modo “m” a la proyección del vector K sobre el eje de la fibra (eje z) en la Figura 6.

Así se cumple:

$$\beta_m = n_1 \frac{2\pi}{\lambda_0} \cos(\theta_m) \quad (11)$$

Posteriormente vamos a necesitar identificar los valores máximos y mínimos de esta constante de propagación pero es evidente que el valor máximo será cuando el rayo se propague según el eje de la fibra ($\theta_m=0$)

$$\beta < n_1 \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (12)$$

Por otro lado, θ_m nunca puede ser mayor que $\bar{\theta}_c = n_2/n_1$ (ver apartado anterior)

luego:

$$\beta > n_1 \frac{2\pi}{\lambda_0} \cos(\bar{\theta}_c) = n_1 \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \beta > n_2 \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (13)$$

Sin embargo, ¿Cuáles son los valores posibles de θ_m ?

No hay que olvidar que la luz es una onda electromagnética y que todos sus componentes (E_x , E_y , E_z , H_x , H_y y H_z) han de cumplir la ecuación de Helmholtz.

$$\nabla^2 U + n^2 K_0^2 U = 0 \quad (14)$$

Donde $n = n_1$ en el núcleo, $n = n_2$ en el recubrimiento y $n = n_0$ fuera de la fibra. En este caso vamos a hacer una serie de aproximaciones:

- En primer lugar vamos a suponer que el cladding tiene una dimensión infinita con respecto al núcleo. Esto nos permitirá suponer que el campo se ha ido a cero antes de la discontinuidad entre el cladding y el exterior de la fibra.
- En segundo lugar vamos a suponer simetría cilíndrica (uso de coordenadas cilíndricas)
- Por último, en las fibras normales el salto de índice es muy pequeño ($\Delta \ll 1$) y el componente longitudinal del campo es muy pequeño. De esta manera vamos a suponer que los modos que se propagan son TEM (transversal electro magnético, o lo que es lo mismo $E_z = H_z = 0$)

En la Figura 7 se muestra el sistema de coordenadas cilíndricas que vamos a utilizar sobre el eje de coordenadas que hemos estado utilizando hasta ahora.

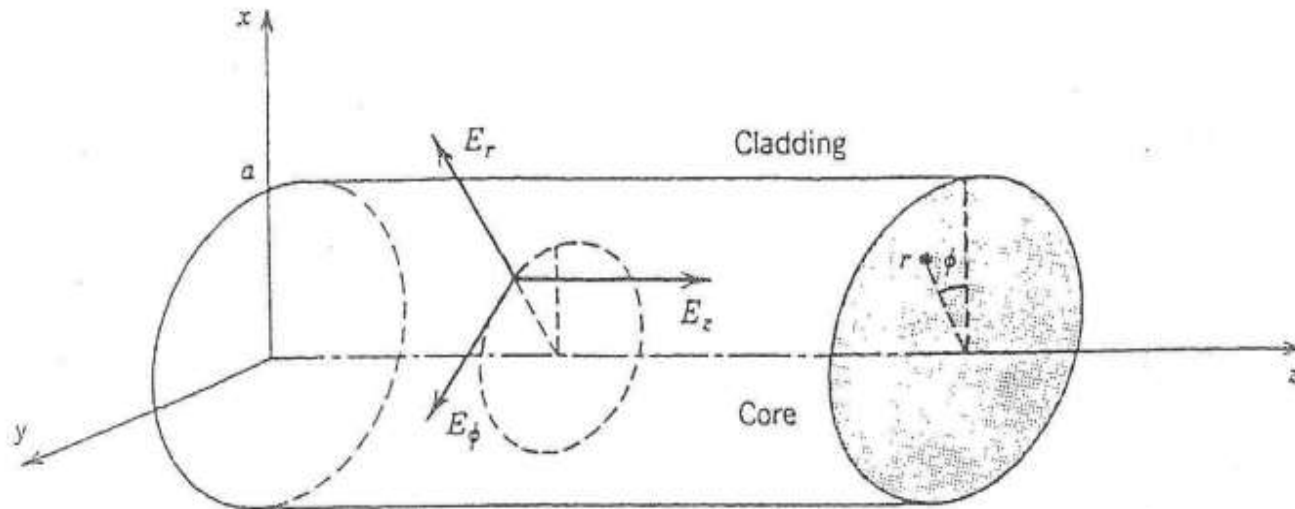


Figura 7

Estamos buscando ondas que se propagan según el eje z (ver figura 7). En este caso la dependencia con z ha de ser de la forma.

$$e^{-j\beta z} \quad (15)$$

Donde ya hemos definido la β anteriormente. Además, por simetría, la función U ha de ser periódica 2π con ϕ con lo que la dependencia ha de ser de la forma

$$e^{-jl\phi} \quad (16)$$

Donde l es un número entero. Así para cada componente de la onda electromagnética (E_x, E_y, H_x, H_y)

$$U(r, \phi, z) = u(r)e^{-jl\phi}e^{-j\beta z} \quad (17)$$

Sustituyendo (17) en (14) y operando:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} + u \left[n^2 K_0^2 - \beta^2 - \frac{l^2}{r^2} \right] = 0 \quad (18)$$

En este momento es conveniente definir las variables siguientes:

$$K_T^2 = n_1^2 K_0^2 - \beta^2 \quad (19)$$

$$\gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 K_0^2 \quad (20)$$

Como se puede comprobar a partir de las inecuaciones (12) y (13) estos valores son siempre positivos por lo que K_T y γ son siempre reales para ondas guiadas. Sustituyendo en (18) con estas nuevas variables y para el núcleo y recubrimiento.

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} + \left[K_T^2 - \frac{l^2}{r^2} \right] u = 0 \quad r < a \quad (21)$$

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \left[\gamma^2 + \frac{l^2}{r^2} \right] u = 0 \quad r > a \quad (22)$$

Las soluciones a las ecuaciones (21) y (22) son las funciones de Bessel. Despreciando las soluciones no acotadas en $r=0$ y $r \rightarrow \infty$ tenemos:

$$u(r) \propto J_l(K_T r) \quad r < a \quad (23)$$

$$u(r) \propto K_l(\gamma r) \quad r > a \quad (24)$$

Donde $J_l(x)$ es la función de Bessel de primera clase y orden l y $K_l(x)$ es la función de Bessel de segunda clase y orden l . En este sentido es conveniente recordar que $J_l(x)$ oscila como la función seno o coseno mientras que la función $K_l(x)$ decae exponencialmente. En la Figura 8 se muestra la evolución de $u(r)$ para $r < a$ y $r > a$ en dos casos, para $l=1$ y $l=3$.

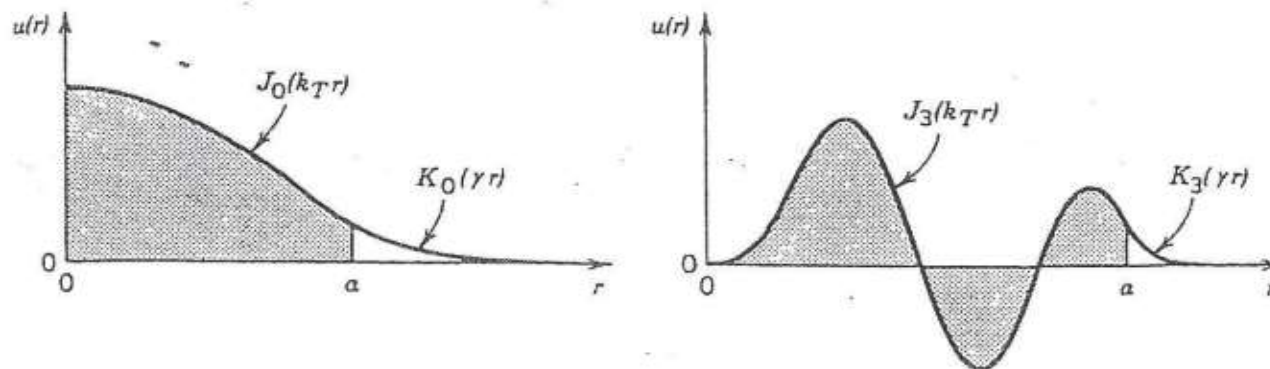


Figura 8

Como vemos a partir de las ecuaciones (23) y (24) y de la Figura 8 K_T y γ determinan la variación de $u(r)$ (las componentes de campo E y H de la onda) en el núcleo y el recubrimiento. De las ecuaciones (19) y (20)

$$K_T^2 + \gamma^2 = K_o^2 (n_1^2 - n_2^2) = K_o^2 AN^2 = cte \quad (25)$$

Que observamos que es constante para una fibra con una apertura numérica dada y para una longitud de onda de transmisión. En este caso es conveniente normalizar a las variables X e Y

$$X = K_T a \quad (\text{adimensional}) \quad (26)$$

$$Y = \gamma a \quad (\text{adimensional}) \quad (27)$$

Y a partir de ahí definir la frecuencia normalizada de una fibra (V) de la siguiente manera:

$$X^2 + Y^2 = V^2 \quad (28)$$

$$V^2 = K_o^2 AN^2 a^2 \quad (29)$$

$$V = \frac{2\pi}{\lambda_o} a AN \quad (30)$$

Esta frecuencia normalizada, que depende solo de los parámetros geométricos de la fibra así como de la longitud de onda que se propaga a través de la misma es el que nos fija el comportamiento de la misma. En este sentido ya estamos preparados para evaluar el número de modos que se propagan en una fibra óptica a partir de las condiciones de contorno en la discontinuidad en $r=a$. A la hora de aplicar esas condiciones de contorno nos saldrán unas restricciones para que solo cumplirán ciertos valores de K_T y γ . Sin entrar en consideraciones que son más próximas a un curso de Campos Electromagnéticos, en fibras de salto de índice pequeño ($\Delta \ll 1$) las condiciones de contorno $u(r)$ dado por las ecuaciones (23) y (24) ha de ser continua con derivada continua en $r=a$. Eso implica que (23),(24)

$$J_l(K_T a) = K_l(\gamma a) \quad (31)$$

$$K_T J'_l(K_T a) = \gamma K'_l(\gamma a) \quad (32)$$

Dividiendo (31) y (32) y multiplicando por a a ambos términos:

$$\frac{(K_T a) J'_l(K_T a)}{J_l(K_T a)} = \frac{(\gamma a) K'_l(\gamma a)}{K_l(\gamma a)} \quad (33)$$

Las funciones de Bessel cumplen las recurrencias:

$$J'_l(x) = -J_{l+1}(x) + l \frac{J_l(x)}{x} \quad (34)$$

$$K'_l(x) = -K_{l+1}(x) + l \frac{K_l(x)}{x} \quad (35)$$

Sustituyendo $X=K_T a$ e $Y=\gamma a$ en (33)

$$\frac{X J'_l(X)}{J_l(X)} = \frac{Y K'_l(Y)}{K_l(Y)} \quad (36)$$

Usando (34), (35)

$$\frac{X \left[-J_{l+1}(X) + l \frac{J_l(X)}{X} \right]}{J_l(X)} = \frac{Y \left[-K_{l+1}(Y) + l \frac{K_l(Y)}{Y} \right]}{K_l(Y)} \quad (37)$$

Operando:

$$X \frac{J_{l+1}(X)}{J_l(X)} = Y \frac{K_{l+1}(Y)}{K_l(Y)} \quad (38)$$

Este es el resultado fundamental. La ecuación (38) junto con la (28) nos dan todos los posibles valores de X que son posibles a partir de las condiciones de contorno. A partir de esta ecuación (38) y la ecuación (28) podemos calcular los valores permitidos de X y por lo tanto de K_T y γ . Estos dos son los parámetros que me definen

los perfiles de $u(r)$ (es decir de los diversos componentes de los campos E y H) y la constante de propagación β .

Para aclarar mejor estos conceptos en la Figura 9 se muestran representados los conjuntos de curvas para la parte derecha de la ecuación (38) ($l=0$) y la curva correspondiente a la parte derecha de dicha ecuación (38). Los valores permitidos de X son las intersecciones de ambas curvas que en este caso son 3. Esos valores son llamados X_{lm} (en este caso $l=0$, $m=1,2,3$) y a partir de ahí calculamos los K_{Tlm} , γ_{lm} y β_{lm} . Además $u_{lm}(r)$ puede calcularse directamente a partir de (23) y (24).

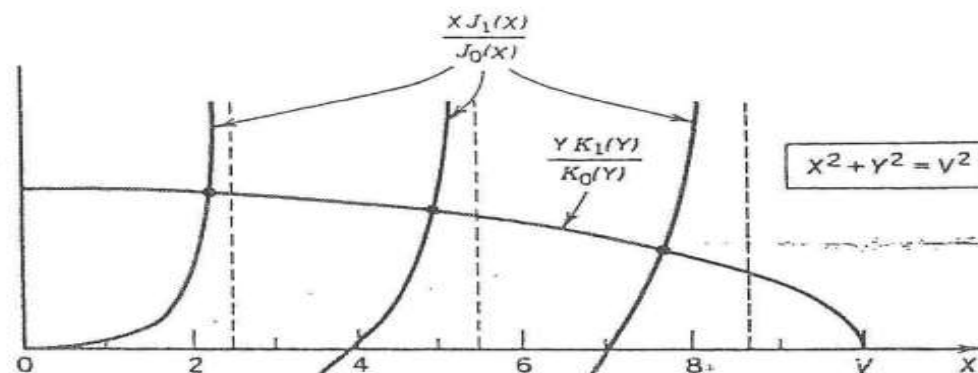


Figura 9

Sin embargo el resultado más importante lo podemos extraer de la Figura 9. Como podemos observar que la parte derecha de la ecuación (38) decrece monótonamente hasta hacerse cero para $X=V$ ($Y=0$). Como habíamos indicado antes, V es un parámetro característico de la fibra (frecuencia normalizada) y vemos que está relacionado con el posible número de intersecciones de ambas curvas (número de modos). Así si V es pequeño se propagarán menos modos (menos soluciones para X) y si V es grande se propagarán gran número de modos. Así la condición para la propación de un único modo es:

$$V < 2.405 \quad (39)$$

De la misma manera, se puede demostrar que si $V \gg 1$ el número de modos que se propagan (M) es aproximadamente:

$$M \approx \frac{4}{\pi^2} V^2 \quad (40)$$

5.-ATENUACION

El segundo aspecto fundamental desde el punto de vista de propagación de una onda electromagnética en una FO es la atenuación sufrida por dicha onda al propagarse por la misma. Dicha atenuación está asociada a la absorción de parte de dicha radiación al atravesar el medio de que está compuesta la fibra, normalmente SiO_2 .

En este sentido, si yo introduzco una potencia $P_0(\text{W})$ en una FO de longitud d (km) tal y como se muestra en la Figura 10.

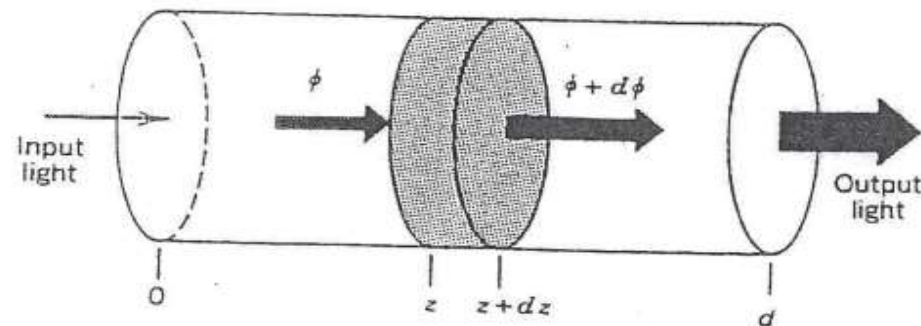


Figura 10

La potencia se atenúa debido al coeficiente de absorción del sílice con un coeficiente de absorción α (km^{-1}).

$$P(z) = P_0 e^{-\alpha z} \quad z \text{ en km} \quad (41)$$

Normalmente, en comunicaciones, la atenuación se suele expresar en unidades de dB/km a partir de la potencia absorbida a lo largo de una distancia L .

$$\alpha = \frac{1}{L} 10 \log \left[\frac{1}{\frac{P(L)}{P_0}} \right] \quad L \text{ en km} \quad (42)$$

Evidentemente,

$$P(z) = P_0 e^{-\alpha z} = P_0 10^{-\frac{\alpha}{10} z} = P_0 e^{-\left(\frac{\ln 10}{10}\right) \alpha z} \quad (43)$$

Luego

$$0.23 \alpha = a$$

Como ya hemos comentado repetidas veces en otros temas del curso la absorción de un medio es fuertemente dependiente de la longitud de onda de la radiación incidente. En el caso del SiO_2 la absorción en función de la longitud de onda se muestra

en la Figura 11 donde podemos identificar un mínimo de absorción en el entorno de $1.55 \mu\text{m}$ que es la conocida como tercera ventana de transmisión.

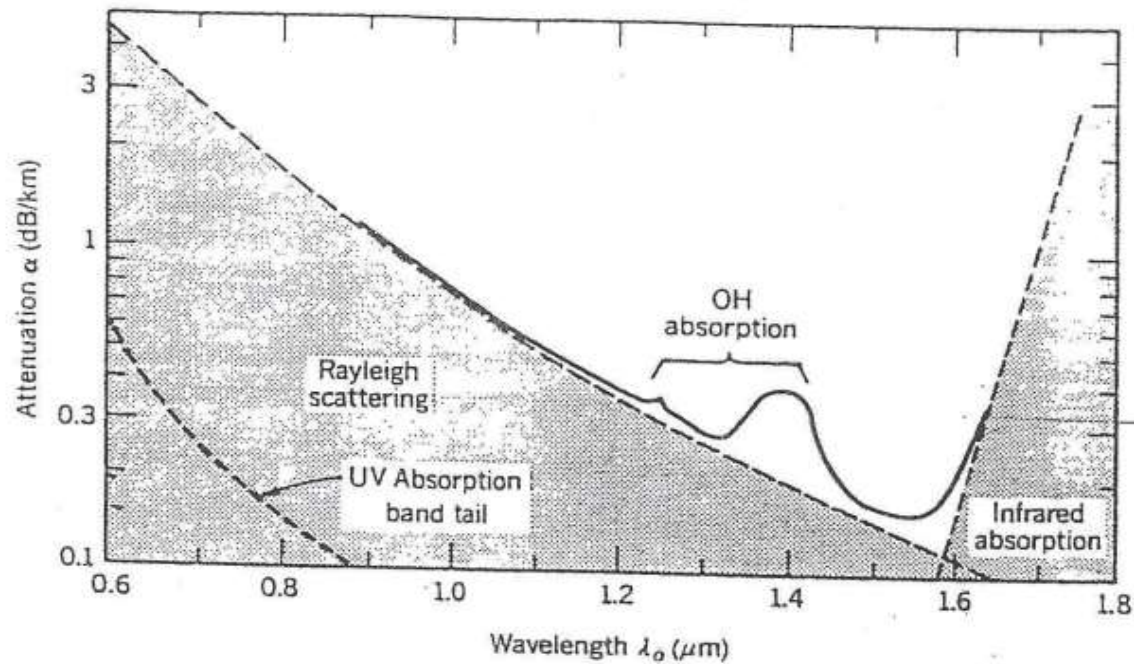


Figura 11