Um modelo de Fama e French de precificação de ativos com cinco fatores aplicado a um portfólio

Marcos Alonso Guimarães*

Novembro de 2018

1 Introdução

Em finanças, uma temática elementar sempre a ser analisada é como o risco, seja ele diversificável ou não-diversificável, irá impactar no retorno esperado dos ativos financeiros. Entre várias teorias, o modelo de precificação de ativos desenvolvido por Sharpe (1964) e Lintner (1965), conhecido como CAPM (Capital Asset Pricing Model), ajuda a elucidar essa questão e é considerado um marco no campo de Finanças e na Teoria do Portfólio. No entanto, há outros componentes importantes que ajudam a explicar o comportamento dos retornos de uma ação que vão além da variável de risco.

Dentro desse contexto, fundamentado no modelo de precificação de ativos, Fama e French (1993) desenvolve um modelo econométrico de três fatores: um fator global de mercado e dois fatores relacionados ao tamanho da firma e a razão entre o patrimônio da firma e o seu valor de mercado (B/M). Segundo os autores, o cross-section dos retornos médios de ações ordinárias dos EUA mostram pouca relação a qualquer Beta (a inclinação na regressão de um retorno de uma ação com o retorno de mercado) calculado no modelo de precificação de ativos. Por outro lado, variáveis que não tem uma atenção específica na teoria de precificação de ativos parecem ter capacidade significativa de explicar os retornos médios. Os resultados apontam que os fatores para a amostra analisada parecem explicar os retornos das ações, embora para empresas pequenas isso não seja possível afirmar.

No entanto, evidências de Novy-Marx (2013), Titman, Wei and Xie (2014), entre outros, mostram que o modelo de três fatores é um modelo incompleto para especificar os retornos esperados porque este modelo carece muito da variação nos retornos relacionados com a rentabilidade e o investimento das firmas. Desse modo, motivado por esta evidência, Fama e French (2015) desenvolve o modelo de cinco fatores, direcionado a capturar melhor os retornos médios das ações através do mercado, tamanho, valor (B/M), a rentabilidade e o investimento. Os resultados apontam que a principal falha do modelo de cinco fatores também está centrada na captura dos baixos retornos médios de ações de empresas pequenas da amostra analisada pelos autores, em que os retornos se comportam de forma similar a empresas que investem muito apesar da baixa rentabilidade.

O objetivo deste trabalho, portanto, é aplicar o modelo de Fama e French (2015) em um determinado portfólio, de modo a verificar se tal modelo é bem especificado para

*Mestrando PPGCE-UERJ

explicar os retornos médio. Sendo que verificar a boa especificação do modelo significa entender se o modelo consegue explicar bem os dados observados e se cada fator inserido possui significância estatística na determinação do retorno médio obtido nesta carteira de investimentos.

Para tal, foi feita na seção 1 uma breve apresentação do tema e da revisão literária. Nas seções seguintes foram feitas exposições da metodologia utilizada no trabalho com a especificação do modelo econométrico de cinco fatores, bem como as definições dos dados a serem aplicados no modelo. Na seção 6, os resultados do modelo econométrico foram analisados de modo a verificar a robustez do modelo e, por fim, conclui-se o artigo com a constatação da finalidade do artigo.

2 Estruturação do modelo e metodologia aplicada

Este capítulo tem como objetivo principal estabelecer um método de investigação a ser usado para aplicar um modelo que explique a relação existente entre as variáveis independentes e a variável dependente. Assim, é importante iniciar este capítulo exatamente por um resumo que explique a construção da base do modelo a ser aplicado no artigo. Faz-se necessário conceituar alguns aspectos que explicam ou ajudam a especificar o modelo de Fama e French, começando pelo modelo de precificação proposto por Sharpe (1964) e Lintner (1965), que é a base para a criação do modeço trifatorial e o de cinco fatores.

2.1 Modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model)

Conforme Fama e French (2007), o modelo de precificação de ativos de capital (CAPM) de William Sharpe (1964) e John Lintner (1965) é considerado um marco para o nascimento da teoria da precificação de ativos. Em sua especificação mais simples, o modelo prevê que a taxa de retorno esperada de um ativo seria igual à taxa de retorno livre de risco mais um prêmio pelo risco. Esse prêmio de risco, dado pelo retorno acima da taxa de juros sem risco, é proporcional ao risco não diversificável, medido pela divisão da covariância entre os retornos de um ativo e o do mercado, e a variância dos retornos do mercado. Algebricamente, o modelo é representado da seguinte maneira:

$$Ri = Rf + \beta(Rm \text{ - } Rf)$$

$$Ri = \text{Taxa de retorno do ativo i}$$

$$Rf = \text{Taxa de retorno de títulos livre de risco}$$

$$Rm = \text{Taxa de retorno da carteira de mercado}$$

$$\beta = \frac{cov(Ri,Rm)}{\sigma^2(Rm)} = \text{Medida de sensibilidade que identifica o risco sistemático do ativo em comparação ao mercado}$$

A literatura, basicamente, representa o índice β da seguinte maneira: Se maior do que um, o ativo possui oscilações maiores e diretamente proporcionais ao mercado, portanto, é considerado mais arriscado. Caso contrário, isto é, se for β menor do que um, o ativo possui oscilações menores e inversamente proporcionais ao mercado e com isso é um ativo de menor risco. Já se β for igual a um, o ativo acompanha perfeitamente o comportamento do mercado.

2.2 Fama e French (2015) – 5 fatores

Para o presente trabalho, optou-se por estimar uma série diária do modelo de Fama e French (2015) de cinco fatores, de 02 de julho de 1990 a 31 de agosto de 2018 com especificação linear multivariada. Utiliza-se para isso a técnica de otimização de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) através do software RStudio, que fornece automaticamente as medidas utilizadas na análise.

O modelo de regressão básico explicando o comportamento dos retornos médios das ações, levando em consideração as variáveis do modelo de cinco fatores a serem incluídas para a estimação, pode ser expresso da seguinte forma:

$$Rit \text{ - } Rft = \alpha i + \beta i(Rmt \text{ - } Rft) + siSMBt + hiHMLt + riRMWt + ciCMAt + \varepsilon i \quad (1)$$

Nesta equação,Rit é considerado o retorno de um portfólio i em relação ao período t, enquanto Rft é o retorno livre de risco em relação ao mesmo período. Rmt é o retorno do portfólio de mercado ponderado pelo valor. Já a variável $SMBt$ é um fator representado pela subtração do retorno de um portfólio diversificado de ações pequenas em relação ao retorno de um portfólio diversificado de ações grandes. O fator $HMLt$ é representado pela diferença entre os retornos em um portfólio diversificado de ações de alta e baixa relação B/M.

O primeiro fator adicionado ao novo modelo é $RMWt$: a diferença entre os retornos em um portfólio diversificado de ações de lucratividade robusta e fraca. Enquanto que o segundo fator adicionado ao modelo original é $CMAt$, que é considerada a diferença entre os retornos em um portfólio diversificado de ações de alto e baixo investimento das firmas.

3 Dados

A análise empírica da série temporal do modelo especificado no capítulo anterior foi feita com uma amostra de dados coletada da compilação de informações atualizadas frequentemente pelo site dos autores. Neste site, os resultados e dados são organizados de diversas maneiras, como por exemplo, por modelo usado (3 ou 5 fatores), dados dos portfólios em relação aos Estados Unidos, regiões do mundo ou global. O período de coleta das informações foi de 02 de julho de 1990 até 31 de agosto de 2018, conforme já especificado no artigo, correspondendo a um número total de 7350 observações.

3.1 Descrição dos Dados

O modelo Fama e French de cinco fatores (2x3) globais com frequência diária, usado neste trabalho, é construído usando 6 portfólios ponderados por valores formados pelo tamanho e da razão book-to-market das empresas. Cabe ressaltar que para a regressão usaremos apenas o portfólio referente a empresas de tamanho pequeno e com baixa razão book-to-market, que corresponderá a variável Rit. A variável Rf é representada pela taxa de um mês da T-bill americana, enquanto que Rm representa o retorno do portfólio de mercado da região ponderado pelo valor retirado da NYSE, AMEX e NASDAQ. A expressão Rm - Rf pode ser vista como o excesso de retorno do mercado se compara ao ativo livre de risco.

Para construir os fatores SMB, HML, RMW e CMA, classificou-se os estoques em uma região em dois grupos de valor de mercado e três grupos de patrimônio book-to-market (B/M), lucro operacional (OP) e investimentos (INV) no final de cada mês de Junho. Ações de empresas grandes estão no top 90% do valor de mercado de junho para a região estabelecida, enquanto que as ações pequenas estão na parte abaixo de 10%. Os pontos de quebra para B/M, OP e INV em uma região são o 30th e 70 th percentis das respectivas razões para as ações de empresas grandes da região.

SMB ("Small - Big") é o retorno médio dos nove portfólios de ações de empresas pequenas subtraído do retorno médio de nove portfólios de ações de empresas grandes. Como optou-se por trabalhar apenas com uma carteira que relaciona o tamanho da empresa e a razão book-to-market (SMALL.LoBM), a fórmula de SMB será referente somente a razão B/M.

$SMBb/m = \frac{1}{3}$ (Small Value + Small Neutral + Small Growth) - $\frac{1}{3}$ (Big Value + Big Neutral + Big Growth)

HML ("High - Low") é o retorno médio das duas carteiras de valor (pequena e grande) menos o retorno médio das duas carteiras de crescimento (pequena e grande). É importante notar que carteira de valor se refere a empresas com alto índice book-to-market (B/M) enquanto que ações de crescimento possuem baixo índice book-to-market.

$HML = \frac{1}{2}$ (Small Value + Big Value) - $\frac{1}{2}$ (Small Growth + Big Growth)

RMW ("Robust - Weak") é o retorno médio de duas carteiras de empresas com lucro operacional robusto subtraído do retorno médio de duas carteiras de empresas com de lucro operacional mais frágil.

$RMW = \frac{1}{2}$ (Small Robust + Big Robust) - $\frac{1}{2}$ (Small Weak + Big Weak)

CMA ("Conservative - Aggressive") é o retorno médio de duas carteiras de investimento de empresas conservadoras subtraído do retorno médio de duas carteiras de investimento de empresas agressivas.

$CMA = \frac{1}{2}$ (Small Conserv + Big Conserv) - $\frac{1}{2}$ (Small Aggresv + Big Aggresv)

3.2 Análise dos dados

Um trabalho empírico que envolva séries temporais pressupõe que a série sob analisada seja estacionária. Uma série é dita estacionária quando sua média e variância são constantes ao longo do tempo, assim como também quando o valor da covariância entre dois períodos de tempo depende apenas da distância, ou defasagem, entre os dois períodos de tempo e não do tempo em que a covariância é calculada. É importante ressaltar que para o presente trabalho os dados das séries já foram tratados e apresentam estacionariedade conforme avaliação gráfica da Figura 1. Pode-se verificar esta estacionariedade facilmente através do comportamento das observações das séries ao longo do tempo, que se desenvolvem em torno de uma média constante.

Continuando a análise gráfica, nota-se períodos em que todos os fatores e os retornos apresentaram uma volatilidade elevada, em alguns casos muito desproporcional a média dos períodos anteriores, de modo que essa maior volatilidade está associada a um risco mais elevado dos ativos. Na figura 1, destaca-se dois períodos marcantes nessa análise:

1. A bolha da Internet de 2001 relacionada às empresas do setor de tecnologia, que teve efeitos diretos na bolsa de valores de Nova Iorque (NASDAQ)

2. A crise do sub-prime de 2008 relacionada ao setor imobiliário, que afetou grandes bancos e empresas dos Estados Unidos e se espalhou para os mercados globais

Em relação às estatísticas dos dados, quase todas as variáveis do modelo foram inicialmente divididas por cem, de modo a se reduzir a disparidade entre os valores da amostra, que apresentavam valores máximos e mínimos muito discrepantes. A técnica da divisão com isso acaba por reduzir o desvio-padrão e aproxima os valores dos dados da média ou o valor esperado da amostra. A única exceção foi a variável Rf, dividida pela raiz quadrada de 252, de modo a obter os valores dos retornos diários do ativo livre de risco.

Tabela 1 – Estatística dos dados

	Mkt.RF	SMB	HML	RMW	CMA	RF	Y
Mean	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000
Std.dev	0.009	0.004	0.004	0.003	0.003	0.001	0.008
Max	0.092	0.024	0.028	0.018	0.022	0.002	0.062
Min	-0.067	-0.040	-0.030	-0.017	-0.026	0.000	-0.061
Skewness	-0.245	-0.704	0.380	0.100	0.238	0.196	-0.593
Kurtosis	10.867	9.231	9.952	6.540	10.433	1.637	7.698

	SMALL.LoBM	ME1.BM2	SMALL.HiBM	BIG.LoBM	ME2.BM2	BIG.HiBM
Mean	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Std.dev	0.008	0.008	0.007	0.009	0.009	0.010
Max	0.062	0.062	0.047	0.104	0.093	0.091
Min	-0.061	-0.054	-0.049	-0.069	-0.070	-0.078
Skewness	-0.621	-0.570	-0.589	-0.122	-0.218	-0.169
Kurtosis	7.807	8.589	8.185	10.394	11.292	12.242

Nota: O artigo utiliza a variável SMALL.LoBM como portfólio

Fonte: Elaboração do autor

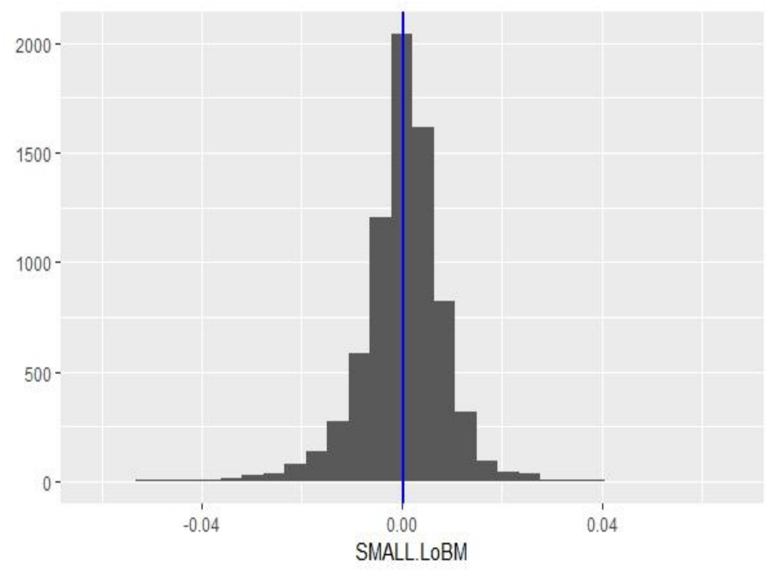
Analisando às estatísticas dos dados, é possível notar de imediato que as divisões reduziram consideravelmente os valores das séries e a média das variáveis considerando três casas decimais é igual a zero em praticamente todas elas, exceto a variáveis Rf, com média de 0.01. É importante notar que as médias dos retornos muito próximas de zero está associada a ideia em finanças que o logaritmo dos retornos seguem uma distribuição normal com média igual a zero. O desvio-padrão, que pode ser visto como uma medida de dispersão em relação a média amostral, após a manipulação dos dados, reduziu consideravelmente. Economicamente falando, um maior valor de desvio-padrão está associado a um risco mais elevado devido a maior variabilidade. Em todos as variáveis esse valor ficou abaixo de 0.011, valor aceitável para o modelo, sendo destacado o resultado natural de maior risco da variável Mkt.RF em relação a Rf, com valores de 0.009 e 0.001 respectivamente.

Com relação aos valores extremos dos dados de cada variável, é possível verificar através dos gráficos da Figura 2 que os valores de máximo e mínimo das séries se desenvolveram muito em períodos de maior instabilidade. Conforme dito anteriormente, é fácil verificar que essa maior variabilidade se deu em dois períodos principalmente: em 2001 com o estouro da bolha de tecnologia e em 2008 com a maior crise financeira desde a Crise de 1929. Destaca-se os valores da variáveis de excesso de retorno do mercado apresentando um valor máximo de 9,2% diário, enquanto que o retorno do ativo livre de risco apresentou um valor mínimo próximo de zero, acima do valor mínimo da variável Mkt.RF.

Quase todas as variáveis apresentaram um valor calculado da curtose maior de que três, mas em níveis aceitáveis se tratando de uma análise de uma série de retornos. Esse valor superior a três implica que os erros das séries não aprensetam uma distribuição normal. Destaca-se uma exceção, também relacionada a variável de ativos livre de risco, que apresenta uma curtose de 1.637 o que indica um maior achatamento da curva de função de distribuição de probabilidade em relação a distribuição normal.

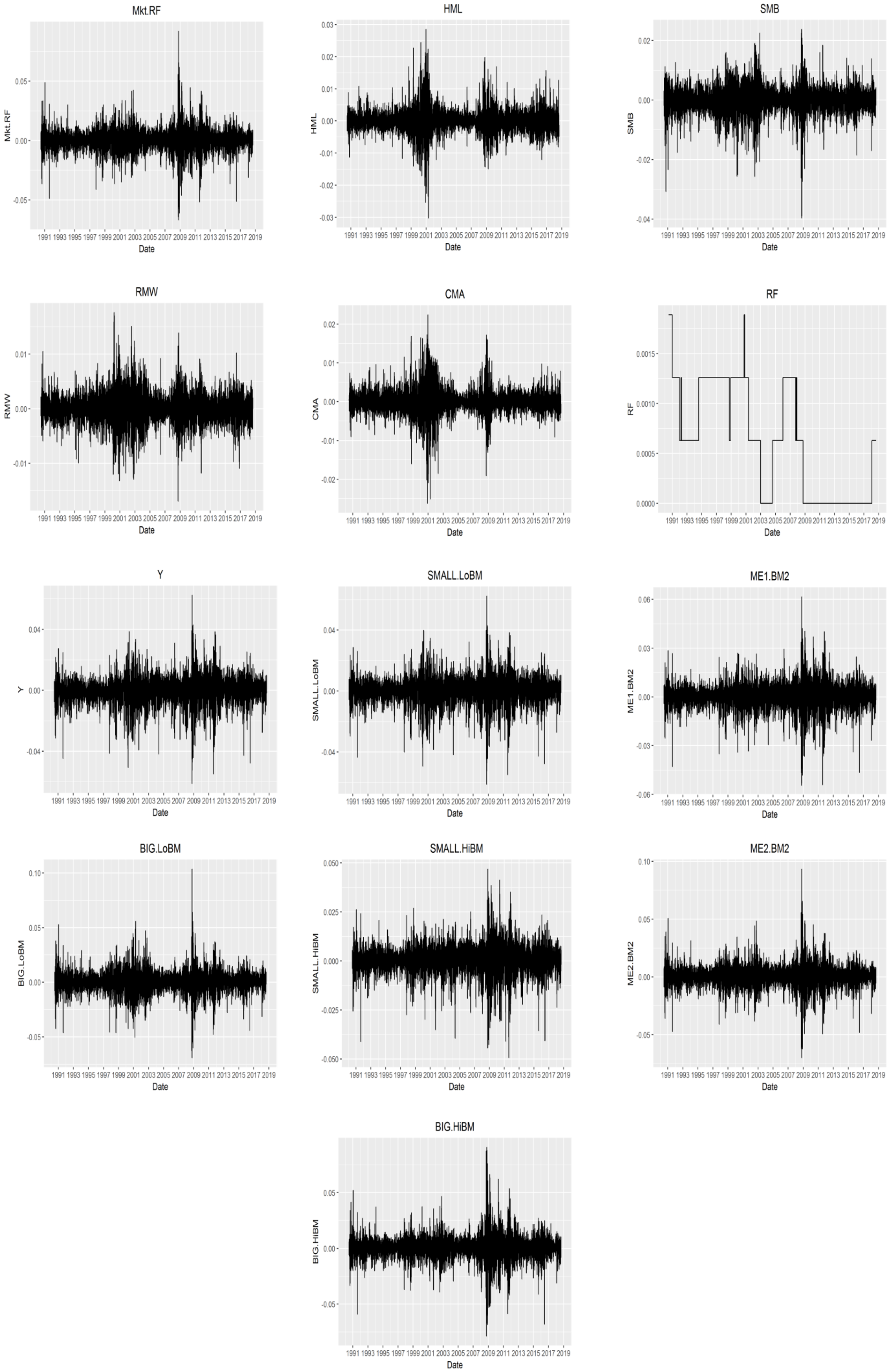
Uma distribuição é dita simétrica quando os valores da média, mediana e moda coincidem em um ponto. A medida de assimetria dos dados revela que as variáveis HML, RMW, CMA e RF apresentam uma assimetria positiva e, portanto, prevalecem os valores mais altos da amostra. No entanto, a maioria das séries apresentou um valor negativo, o que significa que predominam os valores mais baixos das observações, ou seja, a cauda da função de distribuição é mais longa à esquerda da moda amostral (frequência máxima). O portfólio escolhido para a análise no presente artigo apresenta uma cauda mais à esquerda conforme observado na Figura 1.

Figura 1 – Histograma



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 2 – Gráficos das séries temporais



Fonte: Elaborado pelo autor

4 Resultados econométricos

Reafirmando a proposta metodológica do tópico 2, foi realizada a estimação de um modelo de regressão utilizando a técnica MQO e com um espaço amostral de 7350 observações. Os resultados econométricos apresentados foram satisfatórios e dentro do esperado para a análise de séries temporais de um retorno de portfólio inserido em um modelo baseado no CAPM, conforme visto a seguir através da apresentação dos valores com base na Tabela 2.

Após a realização da regressão, o coeficiente de determinação (R^2) apresentou um resultado elevado antes e após a divisão dos dados por cem. O valor calculado é da ordem de 97%, o que indica que apenas aproximadamente 97% dos valores observados são explicados pela reta de regressão, ou seja, pelo modelo estimado. A inclusão de mais casas decimais para essa estatística objetiva mostrar que o cálculo do R^2 Ajustado, que aufere uma medida de punição a cada acréscimo de uma nova variável no modelo, foi reduzido sensivelmente. Já o valor da estatística F elevado (55.620) rejeita a hipótese nula de que as inclinações do modelo são iguais a zero e, portanto, que o modelo é bom como um todo e apresenta coeficientes significativos. O p-valor observado, que pode ser interpretado como a probabilidade de se obter uma estística de um teste realizado igual ou maior que aquela observada na amostra, apresentou valores muito baixos. Esse resultado favorece os indícios de rejeição da hipótese nula do teste F, reafirmando a boa confiabilidade do modelo.

Fama e French (2015) sugerem duas interpretações para o valor de zero do intercepto. Conforme Fama e French (2015), primeiro, sustentado em Huberman e Kandel (1987), que a eficiência do modelo capta o retorno médio da carteira escolhida, combinando apenas as variáveis do ativo livre de risco, o portfólio de mercado, SMB, HML, RMW e CMA. A segunda interpretação propõe a equação de regressão (1) como uma versão do modelo intertemporal de precificação de ativos de capital (IACPM) de Merton (1973). O valor do intercepto no modelo é muito próximo de zero, igual a zero considerando até duas casas decimais, sendo a medida encontrada estatísticamente significante a um nível de 0.001. O valor um pouco diferente de zero, ainda assim, pode indicar que uma pequena parte dos valores observados de Y na reta de regressão não são explicados pelo grupo das variáveis independentes escolhidas.

A variável Mkt.Rf, que representa a diferença entre o portfólio de mercado e o ativo livre de risco, apresentou um valor de 1.06 a um nível de significância de 0.001. O valor positivo calculado indica que uma variação de um ponto percentual no fator Mkt.Rf representa, *ceteris paribus*, um acréscimo de 1.06 ponto percentual na variável Y, que representa a diferença entre o valor do portfólio de empresas pequenas com baixa relação B/M. Esse valor positivo pode ser interpretado com relativa simplicidade ao verificarmos que o porfólio Small.LoBM, que compõe Y, está inserido na carteira de mercado. Assim, variações positivas no retorno do mercado estão associados a variações positivas na carteira. Embora não seja uma regra que essa relação se estabeleça sempre, pode-se interpretar da seguinte forma principalmente ao olharmos na Figura 3 que as variáveis estão correlacionadas positivamente.

A variável SMB, que representa a diferença entre ações de empresas pequenas e grandes e, portanto, o fator de tamanho das empresas, apresentou um coeficiente positivo da ordem de 0.99 ao mesmo nível de significância da variável anterior. Ou seja, a variação de um ponto percentual nesse em relação a variável SMB gera uma alteração quase na mesma magnitude em Y, tudo mais constante. Já a variável HML, que reprensenta a diferença do retorno médio das empresas analisando a relação B/M, apresentou um coeficiente negativo, também estatisticamente significante, de modo que a variação de um ponto percentual nessa variável, ceteris paribus, levaria a uma queda de 0.38 pontos percentuais da variável independente analisada no modelo.

Os dois novos fatores incluídos em relação ao modelo trifatorial aprensentaram uma relação negativa com a variável independente. O valor estimado do parâmetro da variável RMW, que representa a diferença entre os retornos médios de um portfólio de ações de empresas com lucratividade robusta e mais frágil, foi de -0.19 a um nível de significância de 0.001. O erro-padrão, embora mais elevado que nas outras variáveis, ainda se encontra em um patamar baixo. Já a variável CMA, a diferença do retorno médio de um portfólio de empresas com investimento conservador contra aquelas com investimento mais agressivo, apresentou um valor de -0.11, com mesma relevância estatística.

Tabela 2 – Estatísticas da regressão

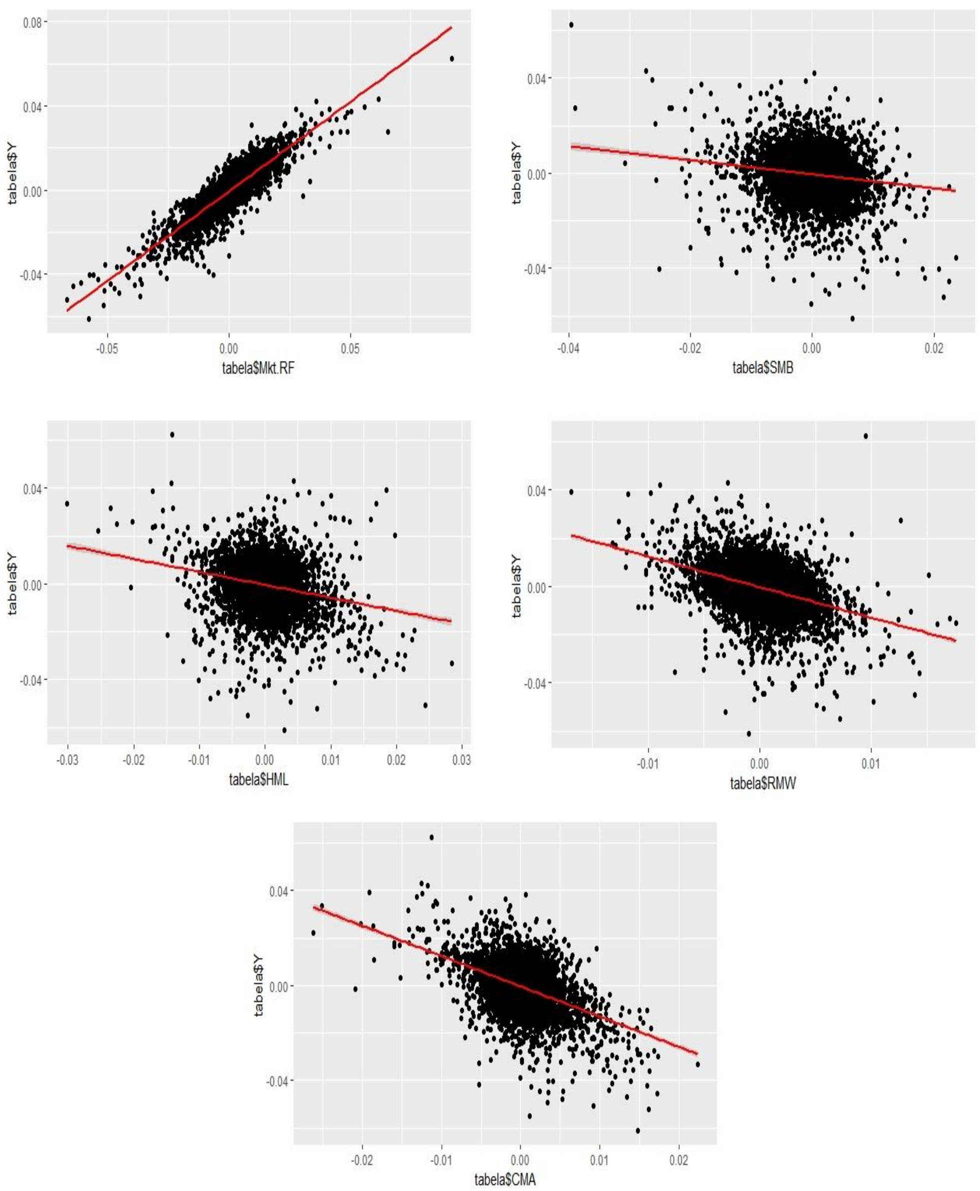
	Y = SMALL.LoBM - Rf
Intercepto	
	0.00
	(0.000)***
Mkt.RF	
	1.06
	(0.002)***
SMB	
	0.99
	(0.005)***
HML	
	-0.38
	(0.005)***
RMW	
	-0.19
	(0.007)***
CMA	
	-0.11
	(0.007)***
Observações	7350
R^2	0.97427
R^2 Ajustado	0.97426
F [5;7344]	55620
	[0.00]

Nota: ( )*** nível de significância estatística a 0.001

Fonte: Elaborado pelo autor

Na figura 3 foram feitos os gráficos das regressões de cada um dos fatores do modelo em relação ao portfólio que representa a carteira de empresas pequenas com baixa relação B/M. A inclinação das retas estimadas possui uma relação negativa na maioria dos casos, com exceção da variável Mkt.Rf em relação Y, que é intuitivo conforme já falado uma vez que o excesso de retorno do mercado, ou seja, o prêmio de risco do mercado, eleve a diferença entre o um ativo escolhido, que compõe essa carteira de mercado, em relação a taxa de juros livre de risco. Nota-se que a regressão individual da variável Y em relação aos outros fatores apresenta pouca capacidade da reta de explicar os valores observados, implicando em baixos valores do coeficiente de determinação e insignificância estatística dos interceptos. Porém, cabe ressaltar, que os valores da estatística t-student permaneceram eficientes para os fatores e de certa maneira isso reflete na melhora dos resultados ao agrupá-los no modelo trifatorial e de cinco fatores, uma vez que todas essas variáveis conjuntas ajudam a explicar boa parte os retornos médios das carteiras escolhidas.

Figura 3 – Gráficos das regressões



Fonte: Elaborado pelo autor

É importante ressaltar que os fatores construídos carecem de uma "interpretação"fundamentada na teoria econômica, embora isso não afete o estudo do comportamento da variável dependente. Conforme Fama e French (2007): "Do ponto de vista teórico, o principal defeito do modelo trifatorial está em sua motivação empírica. Os retornos explicativos pequeno-menos-grande (SMB) e alto-menos baixo (HML) não são motivados por previsões a respeito de variáveis de estado de interesse dos investidores. Pelo contrário, são construtos brutos que têm por objetivo captar a maneira como o retorno médio das ações varia com o porte e com o índice escritural-mercado. Mas essa preocupação não é fatal. O ICAPM não exige que as carteiras adicionais, usadas com a de mercado para explicar os retornos esperados, "imitem" as variáveis de estado relevantes.". Sendo assim, a boa estruturação do modelo, aliado aos resultados encontrados a partir da amostra selecionada para o artigo, proporciona boas conclusões quanto a solidez do modelo de cinco fatores de Fama e French (2015) em explicar o retorno médio dos ativos.

5 Conclusões

O modelo modelo de precificação de ativos de capital (CAPM) desenvolvido por Sharpe (1964) e Lintner (1965), é considerado um divisor de águas no estudo da teoria de Finanças. Embora apresente limitações, o modelo continua sendo o mais utilizado e aperfeiçoado nos estudos acadêmicos e profissionais devido a sua boa capacidade de explicar e precificar os ativos financeiros. Fundamentado nesta teoria de precificação, Fama e French (1992) desenvolvem um modelo com boa capacidade de explicar os retornos médios dos ativos com base em três fatores: um fator de mercado global, o tamanho das empresas e a relação book-to-market delas. Em Fama e French (2015), após críticas a ausência de variáveis importantes na formação dos retornos, os autores incluíram o nível de lucratividade e a capacidade de investimento das firmas no modelo e com base nele o artigo se desenvolveu.

O principal objetivo deste trabalho, portanto, foi analisar a capacidade do modelo de cinco fatores em explicar os dados e a consistência estatística de cada um dos parâmetros dos fatores que compõe o modelo. Para tanto, o conteúdo produzido foi inspirado nos artigos seminais de Fama e French (1992/2015) e na literatura econômica derivada dos artigos e do assunto muito difundido no campo de Finanças. Com as séries temporais captadas da acervo de dados fornecida pelo site dos autores, foi escolhida realizar apenas uma especificação linear múltipla, com a técnica de Mínimo Quadrados Ordinários, com base em um portfólio composto por empresas de tamanho pequeno e com uma relação B/M (book-to-market) baixa no modelo com cinco fatores.

Os resultados encontrados após a regressão do modelo indicaram uma boa capacidade explicativa dos dados em relação aos retornos médios do portfólio escolhido e levando em consideração a base amostral escolhida. O modelo também se mostrou robusto ao apresentar estatísticas consistentes e significantes para cada um dos coeficientes relacionados aos fatores e em relação ao próprio modelo como um todo. Embora a literatura apresente certas limitações do modelo CAPM, as conclusões empíricas deste trabalho, com isso, reforçam a importância do modelo na teoria do portfólio e reforça a solidez do modelo aperfeiçoado por Fama e French (2015) na capacidade de analisar os retornos e na precificação dos ativos.

6 Referências Bibliográficas

LINTNER, John. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. Review of Economics and Statistics, 1965.

SHARPE, William F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. Journal of Finance, 1964.

FAMA, E.; FRENCH, K. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. Journal of Financial Economics, 1993.

NOVY-MARX, R. The other side of value: The gross profitability premium. Journal of Financial Economics, 2013.

TITMAN, S; WEI, K; XIE, F. Capital investments and stock returns. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2004.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R.. O modelo de precificação de ativos de capital: teoria e evidências. Revista de Administração de Empresas, abr. 2007.

MERTON, R. C.. An intertemporal capital asset pricing model. Econometrica, 1973.

HUBERMAN, G.,KANDEL,S.. Mean-variance spanning. Journal of Finance, 1987

Coleta de dados para as séries temporais:

<http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html>

Acesso em: 09/11/2018

7 Anexos

7.1 Código R

```
install.packages("anytime")
install.packages("ggplot2")
install.packages("moments")
install.packages("devtools")
install.packages("Gran/FinTS",dependencies = T)
install.packages ("broom")

setwd ("C:/Users/Marcos/Desktop/Econometria - Aula/Trabalho")
        data <- read.csv("GLOBAL.csv")
        portfolio <- read.csv("PORTFOLIO.csv")
        data2 <- data[-7]/100
        data3<- data2[-1]
        data4<- data/sqrt(252)
        portfolio2<- portfolio[-1]/100
```

```
tabela <- cbind (data$Date, data3, data4$RF, portfolio2)
        names(tabela)[1]<-c("Date")
        names(tabela)[7]<-c("RF")
tabela$Y <- tabela$SMALL.LoBM - tabela$RF

head(tabela$Y)

library (anytime)
tabela$Date <- anydate (tabela$Date)

library(devtools)
install_github("Cran/FinTS",dependencies = TRUE)
library (FinTS)
library(moments)

stat <- function (data=x) #estou apenas dando um nome

{
  y=as.matrix( x[,-1] )
  nobs=NROW(y)
  N=NCOL(y)
  out<-matrix(0,ncol=N,nrow=6)
  for (i in 1:N){
    mean = mean(y[,i])
    std.dev = sd(y[,i])
    max=max(y[,i])
    min=min(y[,i])
    skewness=skewness(y[,i])
    kurtosis=kurtosis(y[,i])
    out[,i]=t(cbind(mean,std.dev,max,min,skewness,kurtosis))
    out=cbind(out)
  }
  colnames(out)<-colnames(y)
  rownames(out)<- c("mean","std.dev","max","min","skewness","kurtosis")
  out
}
out
stat (tabela)
stat (data2)
stat (tabela)
stat (portfolio2)

setwd ("C:/Users/Marcos/Desktop/Econometria - Aula/Trabalho")
        source("aulastat.R")
                stat(tabela)
                        table<-round(stat(tabela),digits=3)

table
```

```
write.table(table, file='muni-am1.csv', sep='\t', na="", quote=FALSE)

out

library(ggplot2)
plot_list<-list()
        for (i in 2:ncol(tabela)) {
                plott<-ggplot(tabela, aes(x=tabela$Date,
        geom_line() +
        ggtitle(colnames(tabela[i])) +
        xlab("Date") +
        ylab(colnames(tabela[i])) +
        theme(plot.title= element_text(hjust = 0.5)) +
scale_x_date(date_labels =
                                        "%Y",date_breaks = "2 year")
                        plot_list[[i]]<-plott
ggsave (plott,

                        file=paste0("image/",colnames(tabela[i]),".png"),
                        width=14,height=10,units="cm")
}

modelo <- lm(tabela$Y ~ tabela$Mkt.RF + tabela$SMB + tabela$HML +tabela$RMW
+ tabela$CMA)
        summary(modelo)
        teste<-summary(modelo)

plot(tabela$Y~tabela$Mkt.RF, col="lightblue")
abline(lm(tabela$Y~tabela$Mkt.RF))

teste
        library(broom)
        tidy(modelo)
        teste2<-tidy(modelo)
        teste2
write.table(teste2, file='teste3.xls', sep='\t', na="", quote=FALSE)

nobs <- length(tabela$Y)
Y <- tabela$Y
X <- cbind(1, tabela$Mkt.RF, tabela$SMB, tabela$HML, tabela$RMW, tabela$CMA)

XX <- t(X)%*%X
XY <- t(X)%*%Y

invXX<-solve(XX)
b<-invXX%*%XY
e<-Y-X%*%b
M<-diag(1, nobs, nobs)-X%*%invXX%*%t(X)
```

```
ggplotRegression <- function(fit,beta){

  require(ggplot2)
  plot <- ggplot(fit$model, aes(x = fit$model[,beta], y = fit$model[,1]))+
    geom_point() +
    stat_smooth(method = "lm", col="red") +
    ggtitle(paste("Adj R2 = ",signif(summary(fit)$adj.r.squared, 5),
                  "Intercept =",signif(fit$coef[[1]],5 ),
                  "Slope =",signif(fit$coef[[beta]], 5),
                  "P =",signif(summary(fit)$coef[beta,4], 5)))+
    xlab(colnames(fit$model[beta])) + ylab(colnames(fit$model[1]))
  print(plot)
}

        ggplotRegression(modelo,2)
        ggplotRegression(modelo,3)
        ggplotRegression(modelo,4)
        ggplotRegression(modelo,5)
        ggplotRegression(modelo,6)

hl<-hist(tabela$RF)
plot(hl)
qplot(tabela$RF,
      geom="histogram",
      xlab = "Rf") +
      geom_vline(xintercept=mean(tabela$RF), lwd=1, linetype=1, color="blue")
qplot(tabela$SMALL.LoBM,
      geom="histogram",
      xlab = "SMALL.LoBM") +
      geom_vline(xintercept=mean(tabela$SMALL.LoBM), lwd=1, linetype=1
      , color="blue")
```