

Propuesta de investigación: La Pelota rellena

Alonso Montagut^{*}

Angie Sandoval^{**}

Alexandra Peña^{***}

Universidad Industrial de Santander

20 de febrero del 2025

1. Planteamiento del Problema

El estudio del comportamiento de los objetos en movimiento ha sido un tema central en la física, especialmente en la mecánica clásica. Dentro de esta se encuentra el análisis de colisiones, ya que permite comprender la interacción entre cuerpos en movimiento, la conservación del momento y la energía en distintos sistemas [1]. Uno de los conceptos derivados del estudio de colisiones es el coeficiente de restitución, el cual describe la capacidad de un cuerpo para recuperar su movimiento después de un impacto [3].

Un caso que ocasionalmente se estudia cuando de colisiones se trata es el de una partícula en un choque, similar al de una pelota que, dependiendo de su coeficiente de restitución, rebota [1]. Sin embargo, la mayoría de los estudios se enfocan en pelotas huecas y no consideran el efecto de introducir líquidos en su interior. La adición de un líquido modifica la distribución de masa, la disipación de energía y la dinámica del impacto, lo que podría alterar significativamente la altura del rebote y el coeficiente de restitución [5].

Dado que los líquidos pueden tener diferentes viscosidades y densidades, surge la necesidad de estudiar cómo estas propiedades afectan el comportamiento de la pelota durante su rebote. La presente investigación busca responder a la pregunta: ¿Cómo afectan la viscosidad y la densidad de un líquido interno a la altura máxima de rebote de una pelota de ping-pong? Para ello, se analizará la relación entre la cantidad y la viscosidad del líquido en el interior de la pelota y su efecto sobre la altura del rebote a través del coeficiente de restitución para la colisión.

^{*} Código: 2211077

^{**} Código: 2210728

^{***} Código: 2210721

2. Objetivo General

Determinar el coeficiente de restitución y la altura máxima de rebote de una pelota de ping-pong cuando está llena de líquido.

3. Objetivos Específicos

- Encontrar el coeficiente de restitución elástico del sistema pelota-líquido y compararlo cuando la cantidad de líquido varía.
- Determinar la relación entre la cantidad de líquido dentro de la pelota y la altura máxima alcanzada.
- Determinar si hay una relación entre la viscosidad del líquido y la altura máxima alcanzada.

4. Marco Teórico

El fenómeno del rebote de una pelota ha sido analizado ampliamente debido a su relevancia en la comprensión de la conservación del momento y la energía. Un concepto clave en este contexto es el coeficiente de restitución, el cual caracteriza la capacidad de un cuerpo para recuperar su energía cinética tras un impacto.

4.1. Coeficiente de restitución.

El coeficiente de restitución (ϵ) es un parámetro adimensional que cuantifica la pérdida de energía en una colisión. Se define como la razón entre la velocidad relativa de separación y la velocidad relativa de aproximación entre dos cuerpos en colisión. En este caso, como la superficie de rebote es fija, el coeficiente de restitución se expresa como:

$$\epsilon = \frac{v_f}{v_i}, \quad (1)$$

donde v_f es la velocidad después del impacto y v_i es la velocidad antes del impacto. Para colisiones perfectamente elásticas, $\epsilon = 1$, mientras que para colisiones completamente inelásticas, $\epsilon = 0$. En el caso de una pelota de ping-pong, este coeficiente depende de la superficie de impacto y la composición del material.

4.2. Dinámica del rebote.

El comportamiento de una pelota de ping-pong tras su impacto con el suelo sigue un patrón de decaimiento exponencial en la altura de rebote. Según el estudio presentado en el artículo "*The Exponential Nature of a Bouncing Ping-Pong Ball*" [4], la altura del rebote h_n después del n -ésimo impacto sigue la relación:

$$h_n = h_0 e^{-\lambda n}, \quad (2)$$

donde λ es una constante de decaimiento que depende del material de la pelota y la superficie de impacto. Dicho estudio indica que la altura de rebote disminuye de manera bien definida, lo que sugiere la aplicabilidad de modelos exponenciales para describir su comportamiento.

Para describir la dinámica del rebote de una pelota con líquido en su interior, consideremos la ecuación del movimiento de una partícula bajo la acción de la gravedad y la resistencia del aire:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg - b \frac{dy}{dt}, \quad (3)$$

donde m representa la masa efectiva del sistema pelota-líquido, g es la aceleración de la gravedad y b es el coeficiente de resistencia del aire. Esta ecuación se deduce a partir del análisis presentado en los artículos "*Dynamic Behavior of a Bouncing Ball*" [2] y "*The Exponential Nature of a Bouncing Ping-Pong Ball*" [4], y su formulación es consistente con la dinámica del rebote de una pelota de ping-pong estudiada en estos trabajos.

Tras el impacto con el suelo, la velocidad de la pelota se reduce en función del coeficiente de restitución ϵ :

$$v_{n+1} = \epsilon v_n. \quad (4)$$

Dado que la altura del rebote depende del cuadrado de la velocidad, la relación entre alturas consecutivas se expresa como:

$$h_{n+1} = \epsilon^2 h_n. \quad (5)$$

Sin embargo, en el presente estudio, el análisis se enfocará únicamente en el primer rebote, ya que el objetivo principal es examinar cómo varía el coeficiente de restitución y comparar las alturas alcanzadas en el primer impacto para diferentes líquidos. Dado que la pelota se deja caer desde el reposo, su velocidad inicial es cero. En consecuencia, las ecuaciones de interés se simplifican a:

$$h_1 = \epsilon^2 h_0, \quad (6)$$

donde h_0 corresponde a la altura inicial antes del impacto, mientras que h_1 representa los valores después del primer rebote. Este enfoque permitirá evaluar cómo la adición de líquidos con diferentes viscosidades afecta la disipación de energía y, en consecuencia, la altura máxima alcanzada tras el primer rebote.

4.3. Efecto de la adición de Líquido.

La introducción de un líquido en el interior de la pelota altera su distribución de masa y afecta la disipación de energía en cada impacto. En el estudio [2], se analiza cómo factores externos, como la frecuencia de vibración de la superficie de impacto, influyen en la dinámica de una pelota en rebote. Sin embargo, en la presente investigación se estudiará específicamente el efecto de la adición de líquido, examinando cómo varían el coeficiente de restitución y la altura del rebote a medida que la pelota continúa impactando contra la superficie.

La viscosidad del líquido desempeña un papel fundamental en este fenómeno. Un fluido de alta viscosidad provoca una mayor disipación de energía en cada impacto, lo que puede disminuir tanto

el coeficiente de restitución como la altura del rebote. En contraste, un fluido de baja viscosidad podría comportarse más como una masa en movimiento solidario con la pelota, reduciendo su efecto sobre la dinámica del impacto.

5. Metodología

En primer lugar se fijará una pinza al borde de una mesa (medida la altura con anterioridad) utilizando una prensa de agarre para asegurar que permanezca inmóvil durante todo el experimento. Luego se colocará una pelota de ping pong vacía dentro de la pinza; seguidamente, se liberará la pinza y se permitirá que la pelota caiga libremente. La caída será registrada en video con un teléfono celular y el análisis del movimiento se realizará con el software **Tracker**. A partir de este análisis se determinará el coeficiente de restitución elástica, que representa la eficiencia de la pelota para recuperar su energía tras el impacto con el suelo. Con este coeficiente se realizará una simulación teórica de la caída y el rebote, lo que permitirá comparar los resultados experimentales con los predichos por la teoría.

El procedimiento se repetirá utilizando la misma pelota de ping pong, pero esta vez parcialmente llena de líquido. En particular se utilizarán volúmenes de 10 ml, 15 ml y 20 ml tanto de agua como de aceite de girasol, los cuales se introducirán con una jeringa. El orificio de llenado será sellado con silicona caliente y luego se lijará para eliminar irregularidades que puedan afectar el comportamiento dinámico de la pelota. En cada condición se medirá la masa de la pelota con una báscula de precisión, registrando el peso de cada pelota de ping pong. Esta masa será un parámetro clave que se incorporará a la simulación teórica para calcular la altura máxima esperada y compararla con los datos experimentales. En cada configuración (vacía, con agua o con aceite) se repetirá el proceso de caída, registro en video y análisis con **Tracker**.

Al igual que con la pelota vacía, se medirá el coeficiente de restitución elástica para cada líquido y volumen. Este coeficiente, junto con la masa medida, alimentará el modelo teórico y permitirá comparaciones directas entre la teoría y el experimento. De esta forma, se analizará cómo varía el comportamiento de la pelota al incorporar diferentes tipos y cantidades de fluido y se evaluará la consistencia entre el modelo teórico y el comportamiento observado en cada caso.

6. Cronograma

- Toma de videos (27/03/25).
 - Informe de avance (3-4láminas).
 - Sustentación informe de avance (7m sustentación + 3m preguntas).
 - Actualización del git con informe de avance.
- Finalizar la toma de videos y análisis con tracker. (03/04/25-08/05/25)
 - Informe de avance (3-4láminas)
 - Sustentación informe de avance (7m sustentación + 3m preguntas)

Actualización del git con informe de avance.

- Redacción y sustentacion informe final. (17/05/25 - 29/05/25)

Documento (enlace a overleaf) con el informe final (max 7pg sin referencias, ni autores-resumen).

Poster presentando el informe final (7láminas).

Sustentación informe de avance (7m sustentación + 3m preguntas).

Actualización del git con informe de avance y el poster.

Referencias

- [1] Marcelo Alonso y Edward J Finn. “Física: Volumen I: Mecánica”. En: (1970).
- [2] Shu Karube, Takuji Kousaka y Yuya Kawazu. “Dynamic Behavior of a Bouncing Ball”. En: *2016 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2016)*. November 27th-30th, 2016. Yugawara, Japan: International Symposium on Nonlinear Theory e Its Applications, 2016, págs. 60-63.
- [3] Francis Weston Sears et al. *Física universitaria*. Fondo Educativo Interamericano Naucalpan de Juárez, México, 1986.
- [4] “The Exponential Nature of a Bouncing Ping-Pong Ball”. En: *Physics Teacher Support Material* (2023).
- [5] Frank M White. “Fluid Mechanics, 8th edition”. En: (2017).