Structuri de date
Tema 1

1. Să se afişeze toate tripletele de numere în ordine crescătoare de pe poziţii consecutive din vectorul v de numere reale. (1p)
   Exemplu: pentru vectorul $\{20, 35, 37, 30, 12, 14, 25, 26, 0, 3, 1, 7, 14\}$ aceste triplete ar fi:
   20, 35, 37
   12, 14, 25
   14, 25, 26
   1, 7, 14

2. Se consideră vectorul de numere v cu n elemente numere naturale (≤ 100). Să se determine ce elemente apar de mai multe ori şi de câte ori apare fiecare. (1p)

3. Să se verifice dacă un vector este sortat şi dacă da, să se specifice cum este sortat, crescător sau descrescător. (1p)

4. Se dă o matrice cu m linii şi n coloane având ca elemente valori de 0 şi 1. Fiecare linie reprezintă câte un număr în baza 2. Să se afişeze aceste numere în baza 10. (1p)

5. Un profesor a studiat structura relaţiilor dintre elevii săi. Pentru a reprezenta această structură, profesorul a numerotat elevii de la 1 la n şi a construit o matrice pătratică cu n linii astfel: $a(i, j) = 1$ dacă elevul i îl agreează pe elevul j şi 0 altfel. Se consideră că fiecare elev se agreează pe sine însuşi. (1p)

   a. Afişaţi pe ecran toate perechile distincte de elevi care se agreează reciproc.
   b. Afişaţi elevii care nu agreează pe nimeni.
   c. Afişaţi elevii care nu sunt agreeaţi de nimeni

Exemplu: se consideră 5 elevi şi matricea de prietenie următoare

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a. Elevii care se agreează reciproc sunt: (1,2), (2,5), (4,5)

b. Elevul care nu agreează pe nimeni este 3

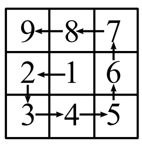
c. Elevul care nu este agreeat de nimeni este 3.

6. Se consideră un număr natural cu n cifre. Să se taie p cifre, $p < n$, astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare posibil. Nu este permisă schimbarea ordinii cifrelor în număr. (3p).

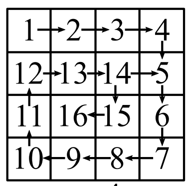
7. Să se scrie într-o matrice pătratică numerele de la 1 la n^2 în spirală: (2p)

   - pentru n impar începând din centru
   - pentru n par începând din colţul stânga-sus

   Exemplu:



n=3



n=4

8. Tipăriţi sumele elementelor aflate pe pătratele concentrice ale unei matrice pătratice. (2p)
   Exemplu: Se consideră matricea

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 11 & 6 & 0 \\ 1 & 9 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

   Atunci pătratele concentrice şi sumele sunt:

1	2	1	0	3
2	3	4	5	1
4	1	11	6	0
1	9	0	2	4
0	0	1	2	2

s_1=24

1	2	1	0	3
2	3	4	5	1
4	1	11	6	0
1	9	0	2	4
0	0	1	2	2

s_2=30

1	2	1	0	3
2	3	4	5	1
4	1	11	6	0
1	9	0	2	4
0	0	1	2	2

s_3=11

9. Să se completeze elementele unei matrice astfel: pe prima linie elementele dintr-un vector v. Pe fiecare dintre următoarele linii permutarea circulară a liniei precedente. (1p)
Exemplu: Se consideră vectorul $v = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ cu $n = 5$ elemente. Matricea rezultată este

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

10. Se consideră o matrice pătratică A de dimensiuni $n \times n$, subdiagonală. O matrice se numeşte subdiagonală dacă toate elementele aflate deasupra diagonalei principale sunt nule. **Observaţie:** suma şi produsul a două matrice subdiagonale sunt tot matrice subdiagonale.

    a. Să se transforme partea utilă a matricii (adică elementele de pe diagonala principală şi de sub diagonala principală) într-un vector. (1p)

    b. Să se scrie un algoritm care citeşte 2 matrice subdiagonale A şi B, le transformă conform (a) în doi vectori V_a şi V_b şi apoi calculează produsul $C = AB$ al celor două matrice folosind doar vectorii V_a şi V_b. (3p)

    Exemplu: Se consideră matricea subdiagonală

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 9 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

    a. Partea utilă este $V_a = \{1, 2, 3, 4, 1, 3, 1, 9, 0, 2, 1, 0, 1, 2, 2\}$

b. Dacă se consideră matricea

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

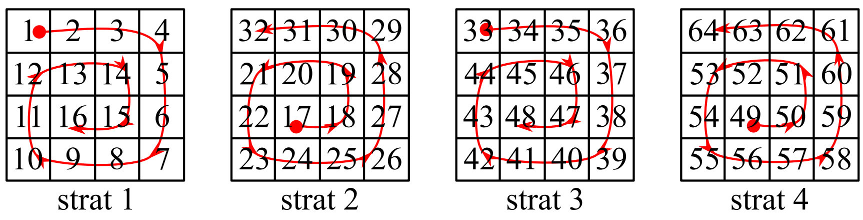
Atunci $V_b = \{2, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 0, 0, 1, 2\}$, iar produsul celor două matrice este $V_c = \{2, 7, 3, 9, 4, 6, 13, 11, 4, 6, 8, 3, 6, 8, 4\}$ care reprezintă matricea

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 4 & 6 & 0 & 0 \\ 13 & 11 & 4 & 6 & 0 \\ 8 & 3 & 6 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

11. Se consideră un cub de dimensiune $n \times n \times n$ care conţine numerele de la 1 la n^3 dispuse în modul următor:

- pe fiecare strat impar ordonate în spirală începând din colţul stânga sus, în sensul acelor de ceasornic
- pe fiecare strat par ordonate în spirală, pornind de la elementul aflat deasupra ultimului element parcurs pe stratul anterior şi în sens invers acelor de ceasornic.

Exemplu: pentru $n = 4$



a. Dacă se citeşte un număr p, să se determine poziţia în cub - adică coordonatele x - linia, y - coloana, z - strat, fără a construi efectiv cubul. (2.5p)

b. Să se determine numărul de numere prime de pe fiecare faţă laterală a cubului. (2.5p)

Observaţie: Punctajul maxim se obţine pentru consum de memorie minim şi eficienţă maximă, evitând construcţia efectivă a cubului (care este $O(n^3)$). Precizaţi complexitatea pentru fiecare punct în parte.

În exemplul de mai sus:

a. Numărul 45 are coordonatele $(2, 2, 3)$.

b. Numerele prime de pe feţele laterale sunt reprezentate în pătratele gri din figura de mai jos

61	62	63	64
36	35	34	33
29	30	31	32
4	3	2	1

fata 1

58	59	60	61
39	38	37	36
26	27	28	29
7	6	5	4

fata 2

55	56	57	58
42	41	40	39
23	24	25	26
10	9	8	7

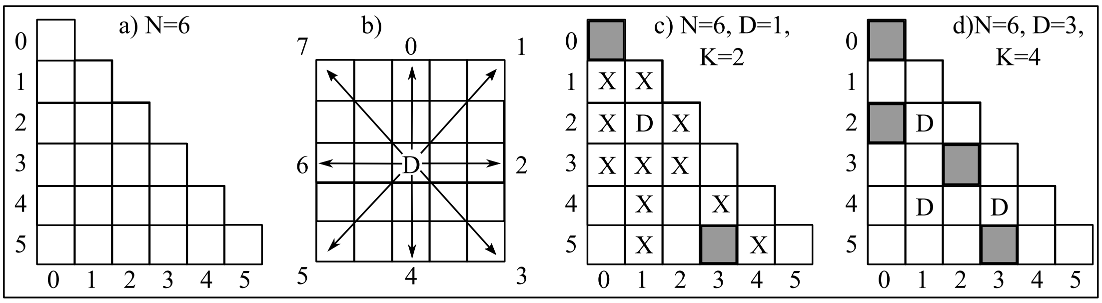
fata 3

64	53	54	55
33	44	43	42
32	21	22	23
1	12	11	10

fata 4

12. Jocul betaşah se joacă folosindu-se doar piese asemănătoare damelor clasicului şah, numite tot dame. Suprafaţa de joc are o formă triunghiulară şi este formată din $\frac{N*(N+1)}{2}$ pătrate identice dispuse pe N rânduri şi N coloane. Rândurile se numerotează de sus în jos, de la 0 la $N-1$. Coloanele se numerotează de la stânga la dreapta, de la 0 la $N-1$. Primul rând (de indice 0) conţine un singur pătrat, al doilea rând (de indice 1) conţine două pătrate alăturate,..., al N-lea rând (de indice $N-1$) conţine N pătrate alăturate, ca în suprafeţele de joc cu $N = 6$ din figurile de mai jos. Din cele $\frac{N*(N+1)}{2}$ pătrate, K sunt gri, iar restul sunt albe. Poziţia fiecărui pătrat de pe suprafaţa de joc este dată de rândul şi coloana în care acesta este situat.

Pe suprafaţa de joc sunt aşezate D dame în D pătrate albe distincte, ocupândule. Într-un pătrat alb poate fi aşezată o singură damă, iar într-un pătrat gri nu poate fi aşezată nicio damă. Poziţia unei dame pe suprafaţa de joc este dată de poziţia pătratului alb în care este aşezată dama.



Damele pot accesa orice pătrat alb neocupat situat pe direcţiile: verticală, orizontală sau diagonală, numerotate de la 0 la 7 în figura b). Accesul pe o direcţie se face trecând din pătrat alb în pătrat alb (doar pătrate albe neocupate) până la întâlnirea unui pătrat gri sau a unui pătrat alb ocupat de o altă damă sau până la terminarea suprafeţei de joc.

Numim pătrat accesibil orice pătrat alb neocupat (de pe suprafaţa de joc) care ar putea fi accesat de cel puţin una din cele D dame. De exemplu, pentru suprafaţa de joc din figura c) numărul de pătrate accesibile (marcate cu X) de pe suprafaţă este 11. Pătratele rămase albe nu sunt atacate de nici o dama. Pentru suprafaţa de joc cu $N = 6$, $D = 3$ şi $K = 4$ un exemplu de suprafaţă de joc este figura d).

Scrieţi un program care să citească numerele naturale N, D, K, poziţiile damelor şi ale pătratelor gri pe suprafaţa de joc şi care să determine poziţiile care nu sunt atacate de nicio damă (adică pătratele inaccesibile). (3p)

Observaţie: Este obligatorie utilizarea alocării dinamice a memoriei pentru vectori şi matrice. Folosiţi sintaxa C++.

Evaluare: Rezolvaţi la alegere probleme. Fiecare problemă are alături punctajul aferent. Se acordă pentru această temă suma punctajelor problemelor rezolvate, dar maxim nota 10. Un punct este din oficiu. Se tine cont de criteriile generale de evaluare, prezentate în lista de criterii de pe platformă de e-learning de la prima unitate de învăţare.