

# Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode

## Fachbericht

7. Juni 2015

<b>Studiengang</b>	EIT
<b>Modul</b>	Projekt 2
<b>Team</b>	4
<b>Auftraggeber</b>	Peter Niklaus
<b>Fachcoaches</b>	Peter Niklaus, Richard Gut, Pascal Buchschacher, Anita Gertiser
<b>Autoren</b>	Anita Rosenberger, Benjamin Müller, Manuel Suter, Florian Alber, Raphael Frey
<b>Version</b>	Entwurf

## Abstract

In der Regelungstechnik ist die korrekte Dimensionierung der Regler essentiell. Die zu regelnde Strecke kann nur durch richtig eingestellte Regelwerte wie gewünscht beeinflusst werden.

Dieses Projekt hat sich zum Ziel gesetzt, eine Software zu entwickeln, welche aus den eingegebenen Streckenwerten  $K_s$ ,  $T_u$  und  $T_g$  PI- und PID-Regler dimensioniert. Das Tool berechnet die Reglerwerte mit der sogenannten Phasengangmethode, welche von Jakob Zellweger, ehemaliger Dozent der Fachhochschule Nordwestschweiz, stammt. Diese Methode wurde ursprünglich für die graphische Auswertung des Phasengangs entwickelt und durch Handarbeit mit Geodreieck und Bleistift angewendet. Die Software ermöglicht, die bewährte Methode effizient durch ein automatisiertes Verfahren anzuwenden.

Das entwickelte Softwaretool simuliert neben den berechneten Reglerwerten auch die Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises. Zusätzlich wurde die Berechnung dreier gängiger Faustformeln implementiert. Zum Vergleich können die Schrittantworten der Faustformeln im gleichen Plot angezeigt werden.

Für die Phasengangmethode werden gleichzeitig drei Graphen abgebildet. Einer mit der Standard-Reglerknickfrequenz gemäss Phasengangmethode und zwei weitere, welche sich im Vorzeichen unterscheiden und manuell einstellbar sind.

Zusätzlich kann die Reglerknickfrequenz und das Überspringen mittels eines Schiebereglers manuell verändert werden. Dies ermöglicht im Vergleich zu der ursprünglichen Ausführung der Phasengangmethode per Hand enorme Zeitersparnisse. Somit wird eine Optimierung der mit der Phasengangmethode erzielten Ergebnisse in Echtzeit möglich.

# Projekt P2 - Aufgabenstellung vom Auftraggeber (FS\_2015)

## Reglerdimensionierung mit Hilfe der Schrittantwort

### 1. Einleitung

In der Praxis werden die klassischen Regler (PI, PID, PD, ...) oft mit sog. Faustformeln dimensioniert. Dazu benötigt man bestimmte Informationen der zu regelnden Strecke. Handelt es sich dabei um „langsame Strecken“ mit Zeitkonstanten im Bereich von Sekunden bis Minuten, so ist das Bestimmen und Ausmessen der Schrittantwort oft die einzige Möglichkeit zur Identifikation der Strecke. Typische Beispiele dafür sind Temperaturheizstrecken, welche meistens mit einem PTn-Verhalten modelliert werden können (Kaffeemaschine, Boiler, Raumheizungen, Lötkolben, Warmluftfön, usw.).

Die Schrittantwort wird mit Hilfe einer Wendetangente vermessen und die Kenngrößen Streckenbeiwert ( $K_s$ ), Verzugszeit ( $T_u$ ) und Anstiegszeit ( $T_g$ ) werden bestimmt. Dies kann sowohl von Hand (grafisch) oder auch automatisiert durchgeführt werden, falls die Messdaten elektronisch vorliegen. Mit diesen drei Kenngrößen können mit Hilfe sog. Faustformeln I- und PID-Regler dimensioniert werden (Ziegler/Nichols, Chien/Hrones/Reidwork, Oppel/Rosenberg). Die Faustformeln liefern zwar sehr schnell die Reglerdaten, aber die Schrittantworten der entspr. Regelungen sind teilweise weit vom "Optimum" entfernt und der Regelkreis kann sogar instabil werden. In der Praxis muss man diese "Startwerte" häufig noch optimieren, damit die Schrittantwort der Regelung die Anforderungen erfüllt.

Die sog. "Phasengangmethode zur Reglerdimensionierung" wurde von Jakob Zellweger (FHNW) entwickelt und liefert Reglerdaten, welche näher am "Optimum" sind und für die Praxis direkt verwendet werden können. Dabei kann das Überschwingen der Schrittantwort vorgegeben werden (z.B. 20%, 10%, 2%, oder aperiodisch). Bei dieser Methode kann also das für viele Anwendungen wichtige Verhalten der Schrittantwort beeinflusst werden. Um die Phasengangmethode anwenden zu können, muss der Frequenzgang der Strecke bekannt sein (analytisch oder numerisch gemessen). Mit Hilfe der Hudzovik-Approximation (oder anderer ähnlicher Verfahren) wird die Problem gelöst in dem vorgängig aus den Kenngrößen der Schrittantwort ( $K_s$ ,  $T_u$ ,  $T_g$ ) eine PTn-Approximation der Strecke erzeugt wird. Mit dem Frequenzgang der PTn-Approximation können dann die Regler dimensioniert werden (I, PI, PID). Die Phasengangmethode war ursprünglich eine grafische Methode, basierend auf dem Bodediagramm der Strecke. Aktuell soll die Methode direkt numerisch im Rechner durchgeführt werden.

In dieser Arbeit geht es um die Entwicklung und Realisierung eines Tools zur **Reglerdimensionierung mit der Phasengangmethode**. Ausgehend von der PTn-Schrittantwort der Strecke sollen "optimale Regler" (PI, PID-T1) dimensioniert werden, wobei das Überschwingen der Regelgröße vorgegeben werden kann. Zum Vergleich sollen die Regler auch mit den üblichen Faustformeln dimensioniert werden. Wünschenswert wäre auch eine Simulation der Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises, so dass die Dimensionierung kontrolliert und evtl. noch "verbessert" werden könnte.

## 2. Aufgaben/Anforderungen an Tool

Entwerfen und realisieren Sie ein benutzerfreundliches Tool/Programm/GUI/usw. mit welchem PI- und PID-Regler mit der Phasengangmethode dimensioniert werden können. Dabei sind folgende Anforderungen und Randbedingungen vorgegeben:

- Die zu regelnden Strecken sind PTn-Strecken, wobei entweder die Schrittantwort grafisch vorliegt oder die Kenngrößen  $K_s$ ,  $T_u$  und  $T_g$  schon bekannt sind
- Die Bestimmung einer PTn-Approximation wird vom Auftraggeber zur Verfügung gestellt und muss entsprechend angepasst und eingebunden werden (Matlab zu Java)
- Das Überschwingen der Regelgrösse (Schrittantwort) soll gewählt werden können
- Zum Vergleich sind die Regler auch mit den üblichen Faustformeln zu dimensionieren.
- Das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises soll auch berechnet und visualisiert werden (Schrittantwort)

## 3. Bemerkungen

Die Software und das GUI sind in enger Absprache mit dem Auftraggeber zu entwickeln. Der Auftraggeber steht als Testbenutzer zu Verfügung und soll bei der Evaluation des GUI eingebunden werden. Alle verwendeten Formeln, Algorithmen und Berechnungen sind zu verifizieren, eine vorgängige oder parallele Programmierung in Matlab ist zu empfehlen. Zum Thema der Regelungstechnik und speziell zur Reglerdimensionierung mit der Phasengangmethode werden Fachinputs durchgeführt (Fachcoach).

## Literatur

- [1] J. Zoidweger, *Regelkreise und Regelungen*, Vorlesungsskript.
- [2] J. Zoidweger, *Phasengang-Methode*, Kapitel aus Vorlesungsskript.
- [3] H. Unbehauen, *Regelungstechnik I*, Vieweg Teubner, 2008.
- [4] W. Schumacher, W. Leonhard, *Grundlagen der Regelungstechnik*, Vorlesungsskript, TU Braunschweig, 2003.
- [5] B. Bate, *PID-Einstellregeln*, Projektbericht, FH Dortmund, 2009.

16.02.2015  
Peter Niklaus

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen der Regelungstechnik</b>	<b>8</b>
2.1	Die Steuerung . . . . .	8
2.2	Der geschlossene Regelkreis . . . . .	8
2.3	Regelstrecke . . . . .	10
2.4	Regler . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Fachlicher Hintergrund zur Regler-Dimensionierung</b>	<b>13</b>
3.1	Frequenzgang der Regelstrecke . . . . .	14
3.2	Reglerdimensionierung mittels Faustformeln . . . . .	15
3.3	Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode: PI-Regler . . . . .	17
3.4	Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode: PID-Regler . . . . .	21
3.5	Umrechnung zwischen bodekonformer und reglerkonformer Darstellung . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Software</b>	<b>29</b>
4.1	View . . . . .	29
4.2	Controller . . . . .	29
4.3	Model . . . . .	30
4.4	Benutzungs-Beispiel (Use-Case) . . . . .	31
<b>5</b>	<b>Verifikation</b>	<b>34</b>
5.1	Berechnungen . . . . .	34
5.2	Intern (Team) . . . . .	34
5.3	Extern . . . . .	34
5.4	Auftraggeber . . . . .	34
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>35</b>
	<b>Appendix</b>	<b>37</b>
<b>A</b>	<b>Beschreibung der Algorithmen</b>	<b>37</b>
A.1	Sani . . . . .	37
A.2	Umrechnung von reglerkonformer in bodekonforme Darstellung . . . . .	39
A.3	Umrechnung von bodekonformer in reglerkonforme Darstellung . . . . .	39
A.4	utfController . . . . .	41

A.5 Faustformel Oppelt . . . . .	41
A.6 Faustformel Rosenberg . . . . .	43
A.7 Faustformel Ziegler . . . . .	44
A.8 Faustformel Chien . . . . .	45
A.9 Steigung einer Funktion . . . . .	46
A.10 Inverse Fast Fourier Transform . . . . .	47
A.11 Optimieren des Überschwingens . . . . .	49
A.12 Berechnung von $T_{vk}$ und $T_{nk}$ . . . . .	51
<b>B Manuelle Berechnung des Hilfsparameteres <math>\beta</math></b>	<b>53</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>55</b>

## Versionsgeschichte

04.05.2015: Version 0.01

06.05.2015: Version 0.02

## 1 Einleitung

Im Rahmen des Projektes soll ein Tool entwickelt werden, welches einen PI- respektive einen PID-Regler mittels der von Jakob Zellweger entwickelten Phasengangmethode dimensioniert. Zum Vergleich soll der entsprechende Regler ebenfalls mittels verschiedener Faustformeln berechnet werden.

Die Phasengangmethode ist eine graphische Methode, die bis anhin mit Stift und Papier durchgeführt wurde. Folglich ist die Ausführung zeitaufwändig, speziell wenn Schrittantworten mit unterschiedlichen Parameterwerten durchgespielt werden sollen, zudem kann das Überspringen nur grob gewählt werden. Das Tool soll ausgehend von drei Parametern aus der Schrittantwort der Strecke (Verstärkung  $K_s$ , Anstiegszeit  $T_g$ , Verzögerungszeit  $T_u$ ) mittels der Phasengangmethode möglichst ideale Regelparameter berechnen, sowie die Schrittantwort des darauf basierenden geschlossenen Regelkreises graphisch darstellen. Die Benutzeroberfläche der Software soll intuitiv sein, sodass sich auch mit dem Thema nicht eingehend vertraute Regelungstechniker einfach zurechtfinden.

Die erforderlichen Algorithmen wurden zuerst in Matlab als Prototypen implementiert und anschliessend vollständig in Java konvertiert. Um optimale Wartbarkeit, Übersichtlichkeit und Modularität des Codes zu gewährleisten, ist die Software gemäss Model View-Controllern-Pattern aufgebaut.

Nach der Implementierung in Matlab wurde klar, dass die Berechnung durch die hohe Rechenleistung sehr schnell durchgeführt werden kann und somit eine Dimensionierung des geschlossenen Regelkreises anhand dieser Methode von Zellweger möglich ist. Die Schrittantworten können zur Echtzeit angezeigt werden. Diese Möglichkeit wurde genutzt indem zwei Schieberegler implementiert wurden. Durch einen kann das Überspringen manuell eingestellt werden kann und mit dem anderen wird die Kurve optimiert.

Der Bericht gliedert sich in drei Teile: Die ersten zwei Teile erläutern die theoretischen Grundlagen, der zweite Teil beschäftigt sich mit dem Aufbau der Software.

## 2 Grundlagen der Regelungstechnik

### 2.1 Die Steuerung

Unter einer Steuerung versteht man eine offen Wirkungskette wie in Abbildung 1, dass heisst die Wirkglieder sind kettenähnlich aufgereiht und besitzen keine Rückkopplung. Die Steuerkette wird genau für eine Steuerung ausgelegt und kann nur auf Steuergrössen reagieren. Ohne die Rückkopplung wird das Ausgangssignal nicht mit dem Eingangssignal verglichen und es können keine Korrekturen vorgenommen werden.

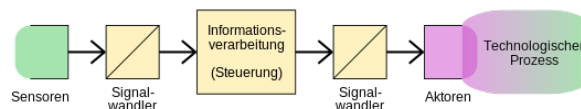


Abbildung 1: Steuerung

### 2.2 Der geschlossene Regelkreis

Die Aufgabe eines geschlossenen Regelkreises (Abbildung 2) ist es, einen vorgegeben Sollwert zu erreichen und diesen auch bei Störungen aufrecht zu erhalten. Dabei sollen die unten genannten dynamischen Anforderungen eingehalten werden, damit die Stabilität des Regelsystems garantiert ist. Daraus folgt auch die wichtigste Bedingung für die Schrittantwort ein geschlossenen Regelkreis heisst, dass der Regelfehler, die Differenz zwischen Ist- und Sollwert, möglichst schnell gleich Null oder möglichst klein ist.

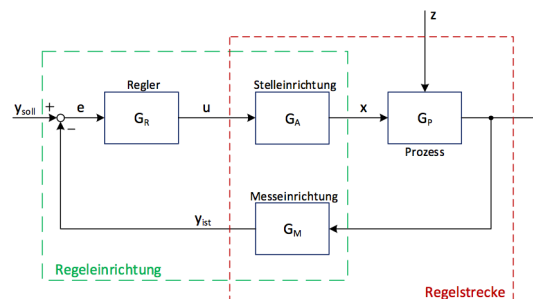


Abbildung 2: Geschlossener Regelkreis

- $y_{soll}$  bezeichnet den Sollwert der Regelgrösse
- $e$  Regelabweichung (Regelfehler)
- $u$  Steuergrösse
- $x$  Stellgrösse
- $y$  Regelgrösse
- $z$  Störgrössen werden in diesem Projekt nicht berücksichtigt
- $y_{ist}$  ist der Ist-Wert der Regelgrösse und wird auch als die Schrittantwort des Regelkreises bezeichnet.

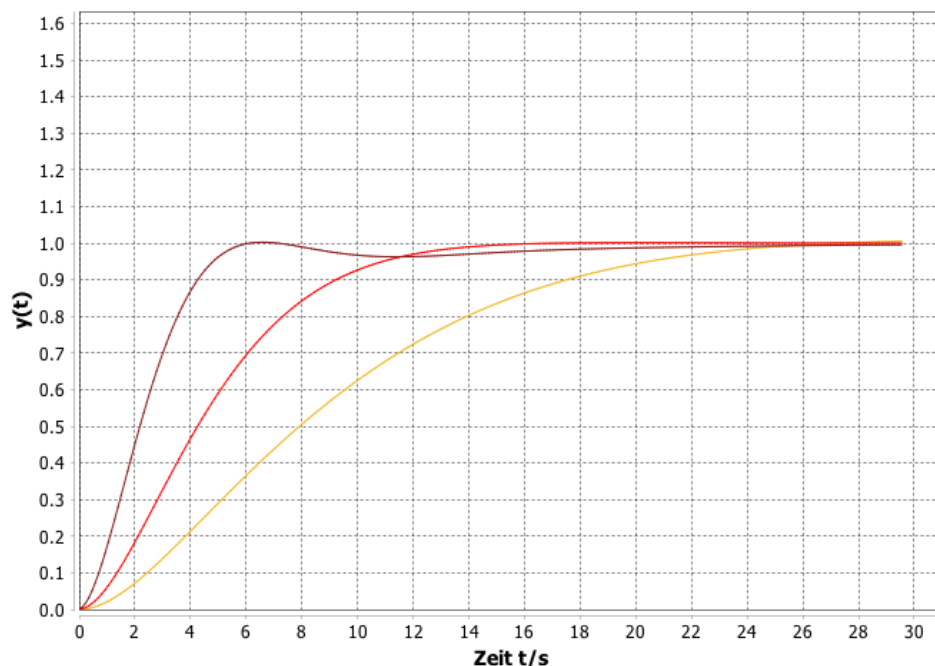
Grundsätzlich können fünf Anforderungen für einen geschlossenen Regelkreis und seinen Schrittantworten zusammengefasst werden:

1. Der Regelkreis muss stabil sein: Für das Regelsystem heisst stabil, dass es in seinen Gleichgewichtszustand zurückgeführt werden kann.
2. Der Regelkreis muss genügend gedämpft sein.



3. Der Regelkreis muss eine bestimmte stationäre Genauigkeit aufweisen: Das bedeutet, der Regelfehler  $e(t)$  soll für  $t \rightarrow \infty$  gegen null gehen.
4. Der Regelkreis muss hinreichend schnell sein: Ist die Dämpfung zu stark oder zu schwach, braucht der Einschwingvorgang mehr Zeit. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass die spezifischen Anforderungen an das Regelsystem eingehalten werden.
5. Der Regelkreis muss robust sein: Der Regelkreis muss so ausgelegt werden, dass das Regelsystem auch im schlimmsten Fall (je nach Regelsystem situationsabhängig) in der Lage ist, das System zurück in den stabilen Zustand (vgl. 1.) zu regeln.

## 1 Die Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises



**Abbildung 3:** Schrittantworten verschiedener Charakteristiken

Als Schrittantwort eines geschlossenen Regelkreises wird der zeitliche Verlauf des Ausgangssignals  $y(t)$  bezeichnet, welches entsteht wenn  $y_{soll}$  von 0 auf 1 springt. In der Abbildung 3 werden drei verschiedene Schrittantworten gezeigt. Im Zusammenhang mit den Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis, werden an die Schrittantwort folgende Forderungen gestellt:

1. Die Schrittantwort eines stabilen Regelkreises darf nach dem Erreichen des eingeschwungenen Zustands kein erneutes Überschwingen auftreten.
2. Die Dämpfung der Schrittantwort soll so stark sein, dass der eingeschwungene Zustand möglichst rasch erreicht wird ohne, dass das Überschwingen des Systems zu stark wird. Die dunkel orange Kurve in Abbildung 3 zeigt eine Schrittantwort, welche vor dem Erreichen des eingeschwungenen Zustands, überschwingt.
3. Die Schrittantwort muss für ein  $t \rightarrow \infty$  gleich  $y_{soll}$  sein.
4. Die Schnelligkeit des Einschwingvorganges der Schrittantwort ist stark von der Dämpfung abhängig. Wenn diese zu stark oder zu schwach ist, ist der Regelkreis zu langsam. Die hell orange Kurve in Abbildung 3 zeigt eine zu langsame Schrittantwort.

### 2.3 Regelstrecke

In der Regelungstechnik wird die zu regelnde Strecke als Regelstrecke bezeichnet. Die zu regelnde Strecke ist zum Beispiel die Temperatur im Raum oder die Luftfeuchtigkeit in der Sauna. Die Regelstrecke wird durch ihr Zeitverhalten charakterisiert, welches den Aufwand und die Güte der Regelung bestimmt. Um das Zeitverhalten zu beschreiben verwendet man die Sprungantwort, welche zeigt, wie die Regelgrösse auf Stellgrössenänderung reagiert. Mit der entstehenden Regelgrösse werden verschiedene Regelstrecken unterschieden:

- P-Regelstrecke
- I-Regelstrecke
- Strecken mit einer Totzeit
- Strecken mit Energiespeicher

Dieses Projekt beschäftigt sich mit den PTn-Strecken, welche eine Kombination aus einer Strecke mit proportionalen Verhalten und einer mit Totzeit ist. Die Ordnung der Strecke ist in n angegeben.

#### P-Regelstrecke

Bei der Regelstrecke mit proportionalem Verhalten folgt die Regelstrecke proportional der Stellgrösse ohne Verzögerung. Dies kommt in der Praxis nicht vor, da immer eine Verzögerung vorhanden ist. Ist die Verzögerung jedoch sehr klein spricht man von einer P-Strecke. Das Verhalten der Strecke ist in ihrem Blockschaltbild (Abb. 4) symbolisch dargestellt. Der Proportionalitätsfaktor wird mit  $K_p$  abgekürzt. Wird  $K_p < 1$  wirkt  $K_p$  nicht mehr verstärkend sondern abschwächend.



Abbildung 4: Blockschaltbild von P-Strecke

#### Strecken mit Totzeit

Ändert sich die Stellgrösse, wirkt sich diese Änderung bei einer Strecke mit Totzeit erst nach einer gewissen Zeit auf die Regelgrösse aus. Mit  $T_t$  wird das Mass der Totzeit gekennzeichnet. Im Blockschaltbild (Abb. 5) wird die Totzeit durch ein Unterbruch am Anfang gekennzeichnet.

Totzeiten verursachen schnelle Schwingungen, da sich die Stellgrösse zeitverzögert auf die Regelgrösse auswirkt. Die Schwingungen entstehen wenn sich die Stellgrösse und die Regelgrösse periodisch ändern.



Abbildung 5: Blockschaltbild von Strecke mit Totzeit

### I-Regelstrecke

Die I-Regelstrecke antwortet auf eine Stellgrößenänderung mit einer fortwährenden Änderung in steigende oder fallende Richtung. Die Begrenzung dieses Vorganges ist mit den systembedingten Schranken gegeben. Die Integrierzeit  $T_i$  ist ein Mass für die Anstiegsgeschwindigkeit der Regelgrösse und das Blockschaltbild (Abb. 6) zeigt das Verhalten sinnbildlich.

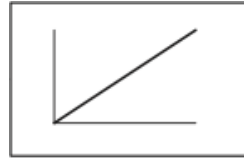


Abbildung 6: Blockschaltbild von I-Strecke

## 2.4 Regler

Die Aufgabe eines Reglers besteht darin die zu regelnde Strecke mit einem Stellsignal so zu beeinflussen, dass der Wert der Regelgrösse gleich dem Wert der Führungsgrösse entspricht. Der Regler besteht aus einem Vergleichsglied, welches die Reglerdifferenz aus der Differenz zwischen Führungs- und Reglergrösse bildet und dem Reglerglied. Das Reglerglied erzeugt aus der Reglerdifferenz die Stellgrösse.

Es wird zwischen P-, I- und D-Regler unterschieden.

In diesem Projekt werden die PI- und PID-Regler, welche Kombinationen der oben genannten Regler sind, behandelt.

### 1 PI-Regler

Der PI-Regler besteht aus einer Parallelschaltung von einem P- und einem I-Regler (Abb.??). Durch diese Kombination werden die Nachteile beider Regler aufgehoben und die Vorteile (schnell, stabil) hervorgehoben. Sein Verhalten wird bildlich in dem Blockschaltbild in Abbildung 8 dargestellt.

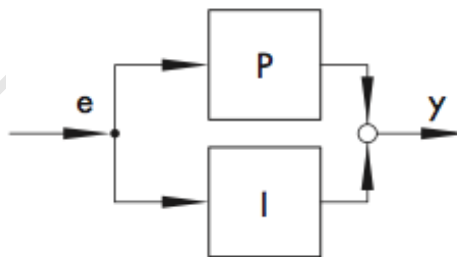


Abbildung 7: Parallelschaltung von P-Regler und I-Regler

### 2 PID-Regler

Wird dem PI-Regler ein D-Anteil parallel geschaltet (Abb. 9), entsteht der PID-Regler. Der PID-Regler ist ein sehr oft verwendeter Regler, da durch den D-Anteil die Regelgrösse rascher den Sollwert erreicht und der Einschwingvorgang schneller abgeschlossen ist. Das Blockschaltbild

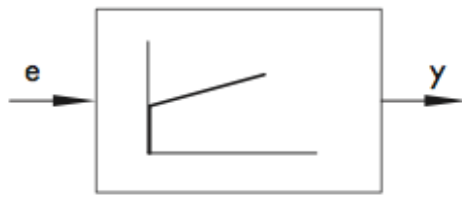


Abbildung 8: Blockschaltbild von PI-Regler

zeigt dieses Verhalten (Abb.10) anschaulich. Der PID-Regler ist geeignet für Regelstrecken höherer Ordnung, welche möglichst schnell und ohne bleibende Regelabweichungen geregelt werden müssen.

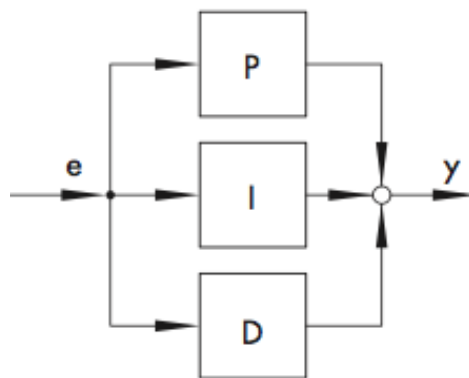


Abbildung 9: Parallelschaltung von P-, I-, und D-Regler

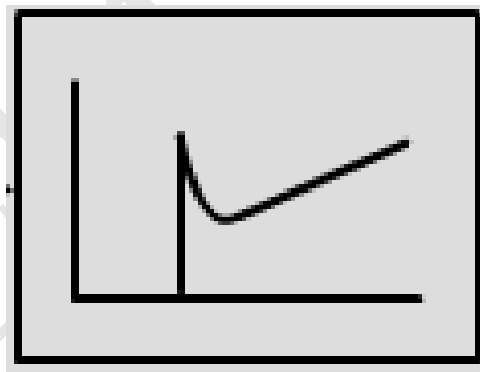


Abbildung 10: Blockschaltbild des PID-Reglers

### 3 Fachlicher Hintergrund zur Regler-Dimensionierung

Das Kernstück dieser Arbeit und des zugehörigen Softwaretools stellt die so genannte “Phasengangmethode zur Reglerdimensionierung” von Jakob Zellweger dar [1]. Diese wurde ursprünglich als vereinfachte grafische Methode zur Approximation der -20dB/Dek Methode erarbeitet und im Rahmen dieses Projektes in einem Java-Tool automatisiert. Als Vergleich wertet die Software ebenfalls einige der gängigen Faustformeln aus.

Das Tool führt grob vereinfacht folgende Schritte aus:

- Bestimmung des Frequenzgangs der Regelstrecke aus Verzögerungszeit  $T_u$ , Anstiegszeit  $T_g$  und Verstärkung  $K_s$  (Abschnitt 3.1)
- Dimensionierung des Reglers mittels Faustformeln (Abschnitt 3.2)
- Dimensionierung des Reglers durch die Phasengangmethode (Abschnitte 3.3 und 3.4)
- Umrechnung der Regler-Darstellung zwischen bodekonformer und reglerkonformer Darstellung (Abschnitt 3.5)
- Berechnung der Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises (Abschnitt ??)

Im folgenden Kapitel wird auf diese Punkte genauer eingegangen und das Vorgehen anhand eines konkreten Beispiels rechnerisch und grafisch erläutert. Die Durchrechnung der Phasengangmethode orientiert sich an den Rezepten, welche bereits im fachlichen Teil des Pflichtenheftes dieses Projektes zu finden sind [2]. Genauere Hintergrundinformationen zur Phasengangmethode selbst sind dem Vorlesungs-Skript von J. Zellweger zu entnehmen [1].

Das Überschwingverhalten kann im Software-Tool vom Benutzer auf einen Zielwert zwischen 0% und 30% eingestellt werden. Das Tool optimiert den resultierenden Regler dann entsprechend, um dieser Vorgabe möglichst nahe zu kommen. Dazu wird die Reglerverstärkung  $K_{rk}$  angepasst, bis ein passendes Resultat erzielt ist.

reference  
abschnitt  
anita

### 3.1 Frequenzgang der Regelstrecke

Als Ausgangspunkt der Reglerdimensionierung dient die Schrittantwort der Strecke. Durch Einzeichnen der Wendetangente<sup>1</sup> ergeben sich Schnittpunkte der Wendetangente mit der Zeitachse  $[T_u, 0]$  und mit dem Zielwert  $[T_g + T_g, K_s]$ . Es können nun also die Verzögerungszeit  $T_u$  und die Anstiegszeit  $T_g$  aus Abbildung 11 abgelesen werden.

Wir werden in diesem Bericht folgende Strecke als Beispiel nehmen:



**Abbildung 11:** Schrittantwort der Beispielschleife (schwarz), Wendetangente (rot),  $T_u$  und  $T_g$  (blau)

Ausmessen der Schrittantwort ergibt:

- $K_s = 2$
- $T_u = 1.1$  s
- $T_g = 8.9$  s

Der geschlossene Regelkreis soll schlussendlich maximal etwa 16.3% überschwingen.

Da die Reglerdimensionierung mit der Phasengangmethode vom Frequenzgang einer Strecke ausgeht und nicht von deren Schrittantwort, wird aus den obigen Werten nun der Frequenzgang der Strecke bestimmt. Dies erledigt die Methode `p_sani`<sup>3</sup>, welche uns die Werte für die Übertragungsfunktion der Strecke liefert. In unserem Fall ergibt dies folgendes Polynom:

<sup>1</sup>Die Wendetangente ist die Tangente an den Wendepunkt in der Anstiegs-Phase der Schrittantwort.

<sup>2</sup>Abbildung 11 ist auf 1 normiert, die Verstärkung unserer Beispielschleife beträgt 2. An den Werten für die Verzögerungs- und Anstiegszeit oder am Ausmessen der Schrittantwort ändert sich dadurch nichts

<sup>3</sup>Die Methode `p_sani` wurde zu Beginn des Projektes in einer Matlab-Implementation vom Auftraggeber zur Verfügung gestellt und anschliessend für unser Tool in Java übersetzt.

Sie kann aus der Verzögerungszeit, der Anstiegszeit und der Verstärkung der Strecke ein Polynom für deren Übertragungsfunktion vom Grad 1 bis 8 ausrechnen.

Als Eingabeparameter werden die Werte  $T_u$ ,  $T_g$  und  $K_s$  benötigt, als Rückgabewert erhält man ein Array mit den Zeiten  $T_i$  für die Nenner der Faktoren des Polynoms (siehe Gleichung 1).

$$\begin{aligned}
 H_s(s) &= K_s \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \\
 &= 2 \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 0.4134 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 1.4894 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 5.3655 \text{ s}}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Mit einem geeigneten Tool kann man sich den dazugehörigen Plot erstellen lassen.

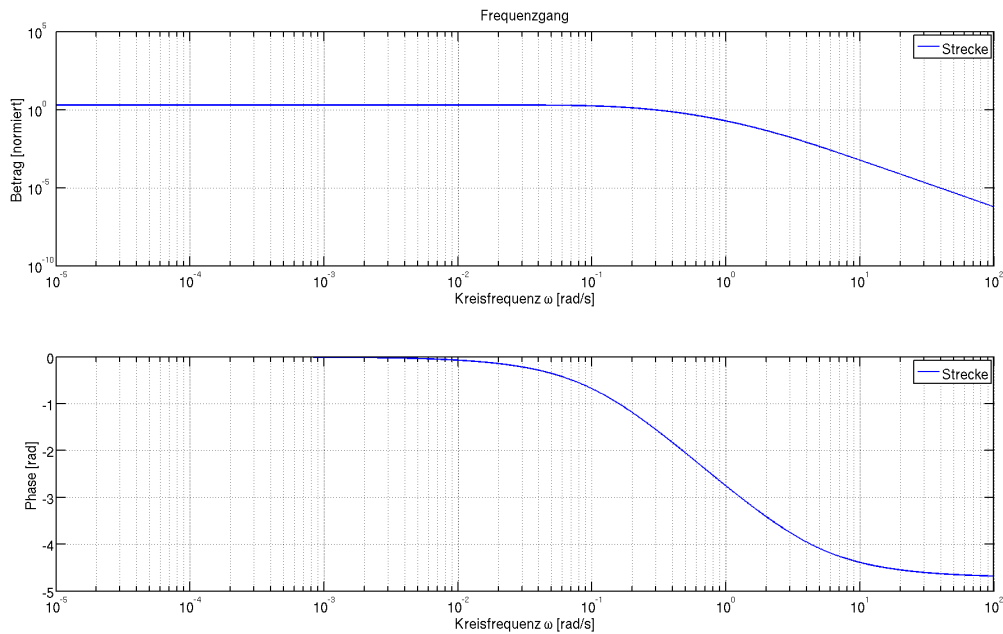


Abbildung 12: Frequenzgang der Strecke

Somit ist der Frequenzgang der Strecke bekannt und man hat alle erforderlichen Informationen, um den Regler mit der Phasengangmethode zu dimensionieren.

### 3.2 Reglerdimensionierung mittels Faustformeln

Im Praxiseinsatz stehen für die Dimensionierung von Reglern einfache Berechnungsformeln zur Verfügung (siehe Tabelle 1). Diese liefern Einstellwerte anhand von  $T_u$ ,  $T_g$  und  $K_s$ . An dieser Stelle wird daher unsere Beispielstrecke zuerst mit einigen der gängigen Faustformeln dimensioniert, um das Ergebnis anschliessend mit dem Resultat der Phasengangmethode vergleichen zu können.

Faustformel	PI-Regler		PID-T1-Regler		
	$T_n$	$K_p$	$T_n$	$T_v$	$K_p$
Chiens, Hrones, Reswick (0% Überswingen) [3], [4]	$1.2 \cdot T_g$	$\frac{0.35}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$T_g$	$0.5 \cdot T_u$	$\frac{0.6}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
Chiens, Hrones, Reswick (20% Überswingen) [3], [4]	$T_g$	$\frac{0.6}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$1.35 \cdot T_g$	$0.47 \cdot T_u$	$\frac{0.95}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
Oppelt [5]	$3 \cdot T_u$	$\frac{0.8}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0.42 \cdot T_u$	$\frac{1.2}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$

Faustformel	PI-Regler		PID-T1-Regler		
	$T_n$	$K_p$	$T_n$	$T_v$	$K_p$
Rosenberg [5]	$3.3 \cdot T_u$	$\frac{0.91}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0.45 \cdot T_u$	$\frac{1.2}{T_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$

**Tabelle 1:** Faustformeln zur Reglerdimensionierung

Entwurf



Setzt man die Werte für  $K_s$ ,  $T_u$ ,  $T_g$  in diese Formeln ein, ergeben sich die Werte aus Tabelle 2.

Faustformel	PI-Regler		PID-T1-Regler		
	$T_n$	$K_p$	$T_n$	$T_v$	$K_p$
Chiens, Hrones, Reswick (0% Überspringen) [3], [4]	10.68 s	1.42	8.9 s	0.55 s	2.43
Chiens, Hrones, Reswick (20% Überspringen) [3], [4]	8.9 s	2.43	12.02 s	52 s	3.84
Oppelt [5]	3.3 s	3.24	2.2 s	0.46 s	4.85
Rosenberg [5]	3.63 s	3.68	2.2 s	0.50 s	4.85

**Tabelle 2:** Reglerparameter bestimmt mit Faustformeln aus Tabelle 1

### 3.3 Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode: PI-Regler

Es werden nun anhand der Phasengangmethode sowohl ein PI- wie auch ein PID-Regler für die in Abschnitt 3.1 ausgemessene Strecke dimensioniert (siehe nächster Abschnitt für PID-Regler).

Tabelle 3 fasst die häufig verwendeten Begriffe in einer Übersicht zusammen:

$H_s(j\omega)$	Übertragungsfunktion der Regelstrecke
$A_s(j\omega) =  H_s(j\omega) $	Amplitudengang der Regelstrecke
$\varphi_s(j\omega) = \arg(H_s(j\omega))$	Phasengang der Regelstrecke
$H_r(j\omega)$	Übertragungsfunktion des Reglers
$A_r(j\omega) =  H_r(j\omega) $	Amplitudengang des Reglers
$\varphi_r(j\omega) = \arg(H_r(j\omega))$	Phasengang des Reglers
$H_o(j\omega) = H_s \cdot H_r(j\omega)$	Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises
$A_o(j\omega) =  H_o(j\omega) $	Amplitudengang des offenen Regelkreises
$\varphi_o(j\omega) = \arg(H_o(j\omega)) = \varphi_s(j\omega) + \varphi_r(j\omega)$	Phasengang des offenen Regelkreises
$H_{rpid} = K_{rk} \left[ \frac{(1+sT_{nk})(1+sT_{vk})}{sT_{nk}} \right]$	Übertragungsfunktion des PID-Reglers
$H_{rpi} = K_{rk} \left[ 1 + \frac{1}{sT_{nk}} \right]$	Übertragungsfunktion des PI-Reglers

**Tabelle 3:** Die wichtigsten Begriffsdefinitionen

## Ziel

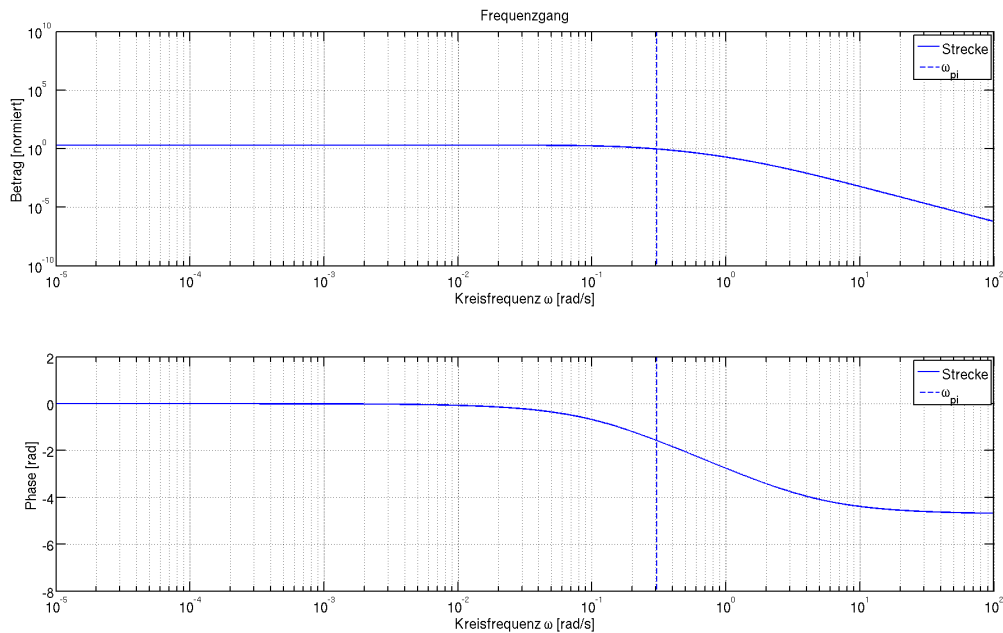
Das Ziel ist die Bestimmung der Parameter  $K_{rk}$  und  $T_{nk}$  in der Übertragungsfunktion des Reglers:

$$H_{rpi} = K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}} \right] \quad (2)$$

## 1 Bestimmung der Reglerfrequenz $\omega_{pi}$

Zuerst wird im Phasengang der Strecke gemäss Formel 3 die Frequenz  $\omega_{pi}$  bestimmt, für welche die Phase der Strecke  $-90^\circ$  beträgt, ersichtlich in Abbildung 13<sup>4</sup>.

$$\varphi_s(\omega_{pi}) = -90^\circ \quad (3)$$



**Abbildung 13:**  $\omega_{pi}$  eingetragen (vertikale gestrichelte Linie).

Wie man aus Abbildung 13 ablesen kann, liegt dieser Wert für  $\omega_{pi}$  in unserem Beispiel bei ungefähr  $0.3 \text{ s}^{-1}$ . Die Kontrollrechnung mittels Matlab ergibt:

$$\omega_{pi} = 0.3039 \text{ s}^{-1} \quad (4)$$

<sup>4</sup>Der Winkel stellt keinen endgültigen Wert dar. Dieser wurde von Jakob Zellweger fixiert, um eine grafische Evaluation überhaupt zu ermöglichen. Durch Anpassung dieses Wertes kann je nach Regelstrecke das Regelverhalten weiter optimiert werden.

## 2 Bestimmung von $T_{nk}$

Damit kann nun  $T_{nk}$  direkt berechnet werden<sup>5</sup>:

$$T_{nk} = \frac{1}{\omega_{pi}} = \frac{1}{0.3039 \text{ s}^{-1}} = 3.2902 \text{ s} \quad (5)$$

## 3 Bestimmung der Durchtrittsfrequenz $\omega_d$

Die Durchtrittsfrequenz ist die Frequenz, bei der die betrachtete Übertragungsfunktion  $H(j\omega)$  eine Verstärkung von  $0 \text{ dB} = 1$  aufweist. In der Phasengangmethode soll sie so festgelegt werden, dass der offene Regelkreis Gleichung 6 erfüllt. Dabei ist für  $\varphi_s$  abhängig vom gewünschten Überschwingverhalten ein Wert aus Tabelle 4 auszuwählen<sup>6</sup>. Nach dem Festlegen der Durchtrittsfrequenz wird dann im nächsten Abschnitt die Verstärkung des Reglers noch angepasst.

$$\varphi_o(\omega_d) = \varphi_s. \quad (6)$$

Überschwingen	0%	16.3%	23.3%
$\varphi_s$	-103.7°	-128.5°	-135°

**Tabelle 4:** Werte für  $\varphi_s$

Um Gleichung 6 auswerten zu können, wird der Phasengang des *offenen Regelkreises* benötigt. Dazu wird der in Gleichung 5 erhaltene Wert für  $T_{nk}$  in die Übertragungsfunktion des Reglers (Gleichung 2) eingesetzt.  $K_{rk}$  ist noch unbekannt, hat aber auf die Phase keinen Einfluss und wird somit vorerst einfach auf 1 gesetzt.

$$\begin{aligned} H_{rpi} &= K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}} \right] \\ &= 1 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot 3.2902 \text{ s}} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

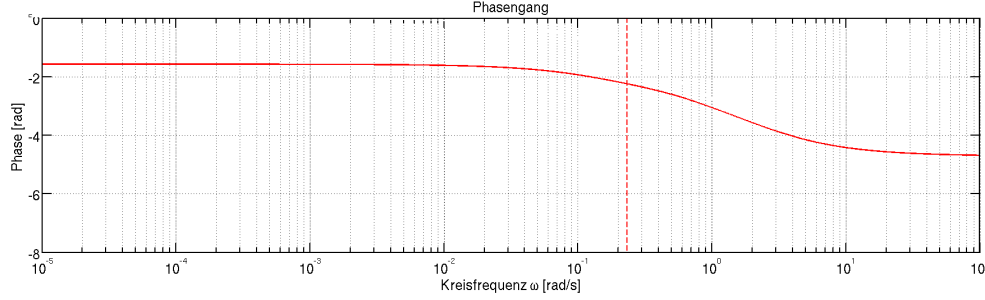
Daraus kann nun der Frequenzgang des offenen Regelkreises (Übertragungsfunktion  $H_o$ , Amplitudengang  $A_o$ , Phasengang  $\varphi_o$ ) identifiziert werden.

$$\begin{aligned} H_o(s) &= H_{rpi}(s) \cdot H_s(s) \\ &= \left( K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}} \right] \right) \cdot K_s \cdot \left( \frac{1}{1 + s \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \right) \\ &= \left( 1 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot 3.2902 \text{ s}} \right] \right) \cdot 2 \cdot \left( \frac{1}{1 + s \cdot 0.4134 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 1.4894 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 5.3655 \text{ s}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

<sup>5</sup>Um die Akkumulation von Ungenauigkeiten zu minimieren, werden bei diesen Berechnungen die genauen Werte aus Matlab verwendet und nicht die gerundeten Zwischenresultate, was zu Abweichungen zu den von Hand berechneten Ergebnissen führen kann.

<sup>6</sup>Die Werte für  $\varphi_s$  aus Tabelle 4 stellen keine abschliessende Auflistung dar und sind lediglich als Anhaltspunkte zu betrachten. Weicht das Verhalten des geschlossenen Regelkreises am Schluss zu stark vom gewünschten Ergebnis ab, besteht durch die Wahl anderer Werte für  $\varphi_s$  die Möglichkeit weiterer Optimierung.

Von besonderem Interesse ist der Phasengang  $\varphi_o(j\omega)$  dieser Übertragungsfunktion. Wie Anfangs spezifiziert, soll ein maximales Überschwingen von ca. 16.3% angestrebt werden. Dazu muss gemäss Tabelle 4 die Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  gefunden werden, an welcher der offene Regelkreis eine Phase von  $-128.5^\circ$  aufweist (Gleichung 6). In Abbildung 14 kann dies grafisch verifiziert werden.



**Abbildung 14:** Phasengang  $\varphi_o(j\omega)$  des offenen Regelkreises mit eingetragener Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  (vertikale gestrichelte Linie). Wie man sieht, weist der offene Regelkreis unseres Beispiels bei dieser Kreisfrequenz eine Phase von  $-128.5^\circ$  auf (etwa  $-2.24$  rad).

Dies ergibt:

$$\omega_d = 0.2329 \text{ s}^{-1} \quad (9)$$

#### 4 Bestimmung der Reglerverstärkung $K_{rk}$

Im letzten Schritt muss nun wie im vorherigen Abschnitt erwähnt die Verstärkung  $K_{rk}$  des Reglers noch angepasst werden, damit der offene Regelkreis bei der angestrebten Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  auch effektiv eine Verstärkung von 1 aufweist. Dazu wird  $j\omega_d$  in Gleichung 8 für den Parameter  $s$  eingesetzt und  $|H_o(j\omega_d)| = 1$  gesetzt.

$$\begin{aligned} A_o &= |H_o(j\omega_d)| = |H_{rpi}(j\omega) \cdot H_s(j\omega)| \\ &= \left| \left( K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{j \cdot \omega_d \cdot T_{nk}} \right] \right) \cdot K_s \cdot \left( \frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_2} \right) \right| \quad (10) \\ &= 1 \end{aligned}$$

Mit den Werten

$$\begin{aligned} K_s &= 2 \\ T_{nk} &= 3.2902 \text{ s} \\ T_1 &= 0.4134 \text{ s} \\ T_2 &= 1.4894 \text{ s} \\ T_3 &= 5.3655 \text{ s} \\ \omega_d &= 0.2329 \text{ rad s}^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

löst man Gleichung 10 nun nach  $K_{rk}$  auf und erhält:

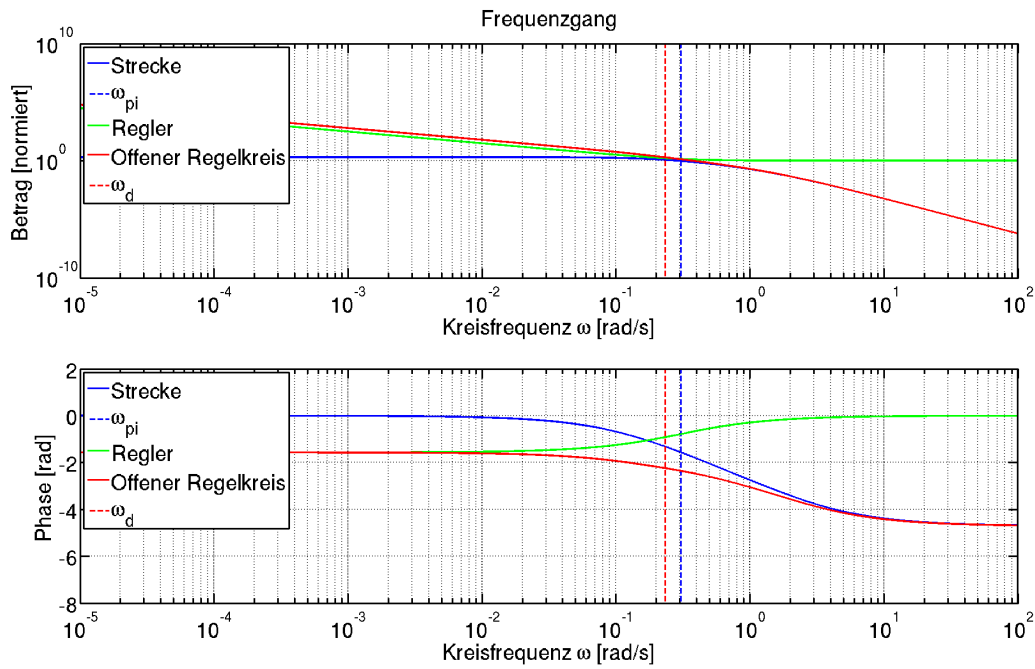
$$K_{rk} = 0.517577 \quad (12)$$

## 5 Resultat

Somit ist der PI-Regler vollständig bestimmt und hat folgende Form:

$$H_{rpi} = 0.518 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot 3.29 \text{ s}} \right] \quad (13)$$

In Abbildung 15 sind die wichtigsten Werte für diesen Prozess nochmals in einer Übersicht zusammengefasst.



**Abbildung 15:** Frequenzgang des Reglers (grün), der Strecke (blau) und des offenen Regelkreises (rot).

## 3.4 Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode: PID-Regler

### Ziel

Das Ziel ist die Bestimmung der Parameter  $K_{rk}$ ,  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$  in der Übertragungsfunktion des Reglers:

$$H_{rpid} = K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot T_{nk}) \cdot (1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}} \right] \quad (14)$$

### 1 Bestimmung der Reglerfrequenz $\omega_{pid}$

Analog zum PI-Regler wird zuerst im Phasengang der Strecke die Frequenz  $\omega_{pid}$  bestimmt, für welche die Phase einen bestimmten Wert aufweist, nur wird hier  $-135^\circ$  benutzt <sup>7</sup>:

$$\varphi_s(\omega_{pid}) = -135^\circ \quad (15)$$

In unserem Beispiel ergibt dies:

$$\omega_{pid} = 0.6714 \text{ s}^{-1} \quad (16)$$

Eine grafische Überprüfung kann anhand von Abbildung 16 durchgeführt werden.

## 2 Steigung des Phasengangs bei der Reglerfrequenz

Anschliessend wird die Steigung des Phasengangs  $\varphi_s$  der Strecke bei der Frequenz  $\omega_{pid}$  bestimmt. Ausgangspunkt dafür ist die von `p_sani` bestimmte Übertragungsfunktion der Strecke (siehe Gleichung 1).

$$\left. \frac{d\varphi_s}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} = \left. \frac{d(\arg(H_s(j\omega)))}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} = -1.5124 \text{ s} \quad (17)$$

Einheit  
überprüfen

## 3 Hilfsparameter $\beta$

Zwischen den Steigungen der Phasen des offenen Regelkreises ( $\varphi_o$ ), der Strecke ( $\varphi_s$ ) und des Reglers ( $\varphi_r$ ) gilt gemäss Tabelle 3 folgende Beziehung:

$$\varphi_o = \varphi_s + \varphi_r \quad (18)$$

Da die Ableitung eine lineare Funktion ist, gilt somit auch:

$$\frac{d\varphi_o}{d\omega} = \frac{d\varphi_s}{d\omega} + \frac{d\varphi_r}{d\omega} \quad (19)$$

Diese Beziehungen können auch gut in Abbildung 16 von Hand überprüft werden.

Es soll nun gelten:

$$\left. \frac{d\varphi_o}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} = -\frac{1}{2} \quad (20)$$

Da  $\frac{d\varphi_s}{d\omega}$  durch die Strecke gegeben und somit unveränderlich ist, kann lediglich der Wert von  $\frac{d\varphi_r}{d\omega}$  angepasst werden, damit Gleichung 20 erfüllt wird.

Dazu führt man den Hilfsparameter  $\beta$  ein, für den gilt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{vk}} &= \frac{\omega_{pid}}{\beta} \\ \frac{1}{T_{nk}} &= \omega_{pid} \cdot \beta \\ 0 < \beta &\leq 1 \end{aligned} \quad (21)$$

<sup>7</sup>Wie auch beim PI-Regler stellt diese Frequenz lediglich einen Ausgangspunkt dar und kann zur weiteren Optimierung des Resultats noch angepasst werden.

Wie in Abbildung 16 gesehen werden kann<sup>8</sup>, liegen die beiden Frequenzen  $\frac{1}{T_{vk}}$  und  $\frac{1}{T_{nk}}$  symmetrisch um den Faktor  $\beta$  respektive  $\frac{1}{\beta}$  oberhalb bzw. unterhalb der Frequenz  $\omega_{pid}$ .

Will man  $\beta$  von Hand berechnen, trifft man zuerst eine “vernünftige” Annahme, zum Beispiel:

$$\beta = 0.5 \quad (22)$$

Mit diesem Startwert bestimmt man nun  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$ :

$$\begin{aligned} T_{vk} &= \frac{\beta}{\omega_{pid}} = \frac{0.5}{0.6714 \text{ s}^{-1}} = 0.7447 \text{ s} \\ T_{nk} &= \frac{1}{\omega_{pid} \cdot \beta} = \frac{1}{0.6714 \text{ s}^{-1} \cdot 0.5} = 2.9789 \text{ s} \end{aligned} \quad (23)$$

Die somit erhaltenen Werte setzt man in Gleichung 14 ein, zusammen mit dem Wert für  $\omega_{pid}$  aus Gleichung 16. Da  $K_{rk}$  noch unbekannt ist, aber auf den Phasengang keinen Einfluss hat, setzt man vorerst  $K_{rk} = 1$ , um weiterrechnen zu können.

$$\begin{aligned} H_{rpid} &= K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + j\omega \cdot T_{nk}) \cdot (1 + j\omega \cdot T_{vk})}{j\omega \cdot T_{nk}} \right] \\ &= 1 \cdot \left[ \frac{(1 + j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}) \cdot (1 + j\omega \cdot 0.7447 \text{ s})}{j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

Von dieser Gleichung bestimmt man nun den Phasengang und wertet danach dessen Ableitung an der Stelle  $\omega = \omega_{pid}$  aus. Die zugehörige Rechnung kann in Anhang B gefunden werden.

$$\begin{aligned} \varphi_r(j\omega) &= \arg(H_{rpid}(j\omega)) \\ \left. \frac{d\varphi_r}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} &= 1.1920 \text{ s} \end{aligned} \quad (25)$$

Setzt man dies in Gleichung 18 ein, erhält man:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\varphi_o}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}, \beta=0.5} &= \left. \frac{d\varphi_s}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} + \left. \frac{d\varphi_r}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}, \beta=0.5} \\ &= -1.5124 \text{ s} + 1.1920 \text{ s} \\ &= -0.3204 \text{ s} \\ &> -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (26)$$

Mit  $\beta = 0.5$  erhält man also eine zu hohe Steigung des offenen Regelkreises an der Stelle  $\omega_{pid}$ , folglich muss  $\beta$  *verkleinert* werden. Diese Berechnungen werden nun mit jeweils neuen Werten

<sup>8</sup>Man beachte dabei, dass der Plot logarithmisch skaliert ist. Eine identische Wegstrecke zwischen zwei Punkte-Paaren auf der Frequenzachse bedeutet also, dass diese um denselben *Faktor* auseinander liegen, und nicht, dass die Differenz zwischen den jeweiligen Punkten identisch ist. Im Falle der Punkte-Paare  $[\frac{1}{T_{nk}}, \omega_{pid}]$  und  $[\omega_{pid}, \frac{1}{T_{vk}}]$  ist dieser Faktor  $\beta$ , wie in Gleichung 21 ersichtlich.

für  $\beta$  solange wiederholt, bis die Steigung des offenen Regelkreises die gewünschte Nähe zu  $-\frac{1}{2}$  aufweist.

Da die manuelle Iterierung dieses Prozesses enorm viel Zeit in Anspruch nimmt, bietet sich hier eine Automatisierung an. Die Berechnung mittels eines geeigneten Algorithmus in Matlab liefert schlussendlich folgendes Ergebnis:

$$\begin{aligned}\beta &= 0.2776 \\ T_{vk} &= \frac{\beta}{\omega_{pid}} = 0.4134 \text{ s} \\ T_{nk} &= \frac{1}{\omega_{pid} \cdot \beta} = 5.3656 \text{ s}\end{aligned}\tag{27}$$

Diese Werte sind in ebenfalls in 16 eingetragen.

Sollte man für  $\beta$  einen komplexen Wert erhalten, wird  $\beta = 1$  gesetzt.

#### 4 Durchtrittsfrequenz $\omega_d$

Als letzte Unbekannte verbleibt die Verstärkung  $K_{rk}$ . Wie auch beim PI-Regler ist zum Finden der Verstärkung die Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  zu bestimmen, um anschliessend mit deren Hilfe  $K_{rk}$  auszurechnen.

Die Resultate aus Gleichung 27 werden in Gleichung 14 eingesetzt.  $K_{rk}$  ist immer noch unbekannt, und wird daher vorerst bei 1 belassen.

$$H_{rpid} = K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot T_{nk}) \cdot (1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}} \right] = 1 \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot 5.3656 \text{ s}) \cdot (1 + s \cdot 0.4134 \text{ s})}{s \cdot 5.3656 \text{ s}} \right]\tag{28}$$

Es interessiert hier der Phasengang des offenen Regelkreises (auch eingetragen in Abbildung 16), wozu die Übertragungsfunktion der Strecke (siehe Gleichung 1) mit der soeben bestimmten provisorischen Übertragungsfunktion des Reglers (Gleichung 28) multipliziert wird.

$$H_o(j\omega) = H_{rpid}(j\omega) \cdot H_s(j\omega)\tag{29}$$

Nun wird die Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  berechnet, an welcher der offene Regelkreis eine Verstärkung von  $0 \text{ dB} = 1$  aufweisen soll. Wie auch beim PI-Regler werden wir hier ein Überschwingen von  $16.3\%$  anstreben, womit gemäss Tabelle 4 gilt:

$$\varphi_s(\omega_d) = \varphi_s = -128.5^\circ\tag{30}$$

Dieser Wert wird analog zum PI-Regler aus dem Phasengang des offenen Regelkreises abgelesen (siehe Abbildung 16). Eine Nachrechnung mittels Matlab ergibt:

$$\omega_d = 0.5341 \text{ s}^{-1}\tag{31}$$



## 5 Bestimmung der Reglerverstärkung $K_{rk}$

Im letzten Schritt wird nun der Amplitudengang des offenen Regelkreises an der Stelle  $\omega_d$  gleich 1 gesetzt und diese Gleichung nach  $K_{rk}$  aufgelöst:

$$\begin{aligned}
 A_o(j\omega_d) &= |H_o(j\omega_d)| = |H_{rpid}(j\omega_d) \cdot H_s(j\omega_d)| \\
 &= \left| K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + j\omega_d \cdot T_{nk}) \cdot (1 + j\omega_d \cdot T_{vk})}{j\omega_d \cdot T_{nk}} \right] \right| \\
 &\quad \cdot \left| K_s \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_2} \right| \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{32}$$

Die einzusetzenden Werte sind:

$$\begin{aligned}
 K_s &= 2 \\
 T_1 &= 0.4134 \text{ s} \\
 T_2 &= 1.4894 \text{ s} \\
 T_3 &= 5.3655 \text{ s} \\
 T_{nk} &= 5.3656 \text{ s} \\
 T_{vk} &= 0.4134 \text{ s} \\
 \omega_d &= 0.5341 \text{ s}^{-1}
 \end{aligned} \tag{33}$$

Womit man für die Verstärkung den Wert

$$K_{rk} = 1.83084 \tag{34}$$

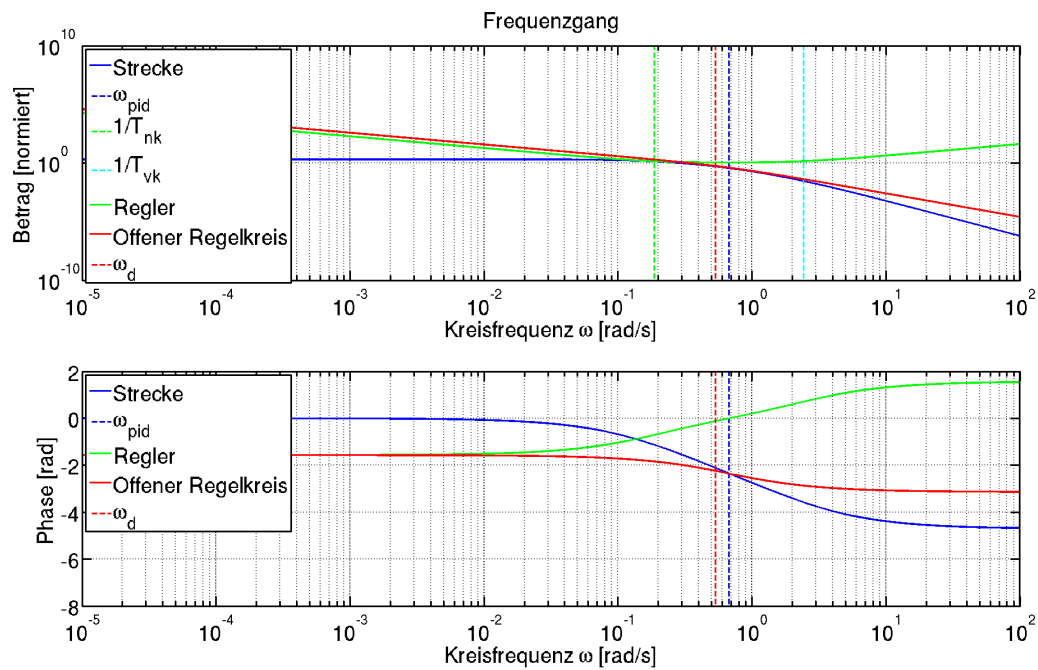
erhält.

## 6 Resultat

Somit ist der Regler vollständig dimensioniert und hat folgende Übertragungsfunktion:

$$H_{rpid}(s) = 1.83084 \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot 5.3656 \text{ s}) \cdot (1 + s \cdot 0.4134 \text{ s})}{s \cdot 5.3656 \text{ s}} \right] \tag{35}$$

Zusammenfassend sind in Abbildung 16 die verschiedenen Frequenzgänge und Frequenzen eingetragen.



**Abbildung 16:** Frequenzgang der Strecke (blau), des Reglers (grün) und des offenen Regelkreises (rot). Ebenfalls eingetragen sind die Reglerfrequenz  $\omega_{pid}$ , die beiden Frequenzen  $\frac{1}{T_{vk}}$  und  $\frac{1}{T_{nk}}$  sowie die Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$ .

### 3.5 Umrechnung zwischen bodekonformer und reglerkonformer Darstellung

Ein Regler kann mittels verschiedener mathematischen Gleichungen dargestellt werden. Für die Berechnungen in diesem Projekt sind zwei von besonderer Bedeutung: Die bodekonforme und die reglerkonforme Darstellung.

Dabei gilt es zu beachten, dass sich die einzelnen Darstellungen in ihrer mathematischen Gleichung unterscheiden, jedoch den selben Informationsinhalt haben. Deshalb ist es auch möglich, mittels einfacher Umrechnungen die Darstellungsweise zu wechseln.

Der Grund, weshalb zwei verschiedene Darstellungsarten existieren und verwendet werden, liegt zum einen darin, dass gewisse Berechnungen automatisch die eine oder andere Darstellungsart zurückgeben, jedoch auch, dass je nach Situation der Verständlichkeit halber die eine oder andere Darstellungsart bevorzugt wird.

Bei der bodekonformen Darstellung wie in Gleichungen 36 und 38 ist die Übertragungsfunktion leicht zu interpretieren, was ihren Amplitudengang und Frequenzgang betrifft. Deshalb wird die bodekonforme Darstellung überall dort verwendet, wo mit den Reglerwerten Berechnungen ausgeführt werden.

Die reglerkonforme Darstellung aus den Gleichungen 37 und 39 hingegen ist so aufgebaut, dass die Werte, welche an einem realen Regler einstellbar sind, direkt abgelesen werden können. Diese Darstellung wird verwendet, um die Reglerwerte dem Benutzer zur Verfügung zu stellen.

Zudem liegt das Ergebnis der Faustformeln auch immer in der reglerkonformen Darstellung vor. Für die Umrechnung zwischen den zwei Darstellungsarten ergibt sich durch einen Koeffizientenvergleich Tabelle 5.

$$H_{rpi} = K_{rk} \cdot \left[ \frac{1 + s \cdot T_n}{s \cdot T_n} \right] \quad (36)$$

$$H_{rpi} = K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}} \right] \quad (37)$$

$$H_{rpid} = K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot T_{nk}) \cdot (1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}} \right] \quad (38)$$

$$H_{rpid} = K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + \frac{s \cdot T_v}{s \cdot T_p} \right] \quad (39)$$

	bodekonform → reglerkonform	reglerkonform → bodekonform
PI	$T_n = T_{nk}$	$K_{rk} = K_r$
PID	$T_n = T_{nk} + T_{vk} - T_p$ $T_v = \frac{T_{nk} \cdot T_{vk}}{T_{nk} + T_{vk} - T_p} - T_p$ $K_r = K_{rk} \cdot \left( 1 + \frac{T_{vk} - T_p}{T_{nk}} \right)$	$T_{nk} = 0.5 \cdot (T_n + T_p) \cdot (1 + \epsilon)$ $T_{vk} = 0.5 \cdot (T_n + T_p) \cdot (1 - \epsilon)$ $K_{rk} = 0.5 \cdot K_r \cdot \left( 1 + \frac{T_p}{T_{nk}} \right) \cdot (1 + \epsilon)$
	wobei $\epsilon^2 = 1 - (4 \cdot T_n \cdot \frac{T_v - T_p}{(T_n + T_p)^2})$	

**Tabelle 5:** Formeln zur Umrechnung zwischen bode- zu reglerkonformer Darstellung [6], [7]

Für die Berechnungen in diesem Projekt wird, wenn nicht anders angegeben, mit  $T_p = \frac{1}{10} \cdot T_v$  gerechnet.

Entwurf

## 4 Software

Zweck der Applikation ist die Dimensionierung eines Reglers ausgehend von einer Regelstrecke und der zugehörigen Schrittantwort. Abschliessend werden die numerischen Parameter des dimensionierten Reglers ausgegeben sowie die Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises grafisch dargestellt.

Verweis  
auf Klas-  
sendia-  
gramm

Die Software ist im bekannten *Model-View-Controller*-Pattern aufgebaut.

### 4.1 View

Die *View* ist aus zwei übergeordneten Panels aufgebaut. Im linken Panel befinden sich Ein- und Ausgabefelder für numerische Werte, das rechte Panel beinhaltet die Plots sowie das Optimierungs-Panel und kann mittels Check-Box erweitern- und ausgeblendet werden.

Im Bereich 1 werden die Parameter der vermessenen Strecke eingegeben. Darunter befinden sich die Schaltflächen zur Wahl zwischen der Dimensionierung eines PI- respektive eines PID-T1-Reglers.

Das Panel *Reglerwerte* dient der Ausgabe der berechneten Reglerwerte der verschiedenen Berechnungsmethoden. Ebenfalls kann für die Phasengang-Methode, sofern ein PID-Regler dimensioniert wird, die Zeitkonstante  $T_p$  spezifiziert werden.

Das Optimierungs-Panel beinhaltet zwei Slider zur Eingabe des gewünschten Überschwingens respektive für die Optimierung des Reglers der Phasengang-Methode.

Unterhalb des Optimierungs-Panels werden die Plots der mittels Faustformeln und Phasengangmethode errechneten Schrittantworten graphisch ausgegeben. Diese können mittels Check-Boxen zu- und weggeschaltet werden. Zu jeder Faustformel wird die zugehörige Schrittantwort abgebildet. Die Resultate der Phasengangmethode werden durch drei Kurven dargestellt. Eine Kurve benutzt den Standardwert des Phasenrands gemäss Zellweger, die beiden anderen Kurven basieren auf Benutzereingaben für einen oberen und unteren Offset des Phasenrandes der über den Schieberegler *Optimierung* eingestellt werden kann.

### 4.2 Controller

Regler heisst übersetzt auf Englisch *Controller*. Aus diesem Grund heisst die generische Reglerklasse in unserer Software **Controller**. Die Klasse, welche die Rolle des *Controllers* im Kontext von *Model-View-Controller* wahrnimmt, heisst daher **GUIController**, um Namenskonflikte zu vermeiden.

Der **GUIController** dient als Schnittstelle zwischen der *View* und dem *Model*. Werden Eingaben auf der *View* durch den Benutzer gemacht, wird der **GUIController** darüber informiert. Er prüft die Daten auf Zulässigkeit und leitet berechnungsrelevante Daten, sofern sie die Prüfung bestanden haben, an das *Model* zur Verarbeitung weiter. Zusätzlich übernimmt der **GUIController** die Steuerung der *View*, indem er Objekte ein- und ausblendet sowie Meldungen/Warnungen über die *View* ausgibt.

Image  
Gesamt-  
GUI

Image  
Panel  
Schritt-  
antwort  
vermes-  
sen

Image  
Referen-  
zen

Image  
Butt-  
tons PI-,  
PID-T1-  
Regler

Check:  
korrekter  
Begriff

Image  
Panel  
Phasen-  
gangme-  
thode

Einfügen  
Wert,  
Referenz

### 4.3 Model

Die Model-Klassen beheimaten alle Daten sowie den Grossteil der Algorithmen (zusätzliche Algorithmen, die von den Model-Klassen verwendet werden, sind in der Klasse `Calc` des Package `Utilities` zu finden). Das `Model` ist observable, um das Aktualisieren der `View` zu ermöglichen.

#### Model

Verweis

Wie im Klassendiagramm ersichtlich erzeugt die Klasse `Model` im Konstruktor für jede Berechnungsart eine Instanz der Klasse `ClosedLoop`. Das `Model` hat ein Objekt der Klasse `Path` und übergibt dieses an den `ClosedLoop`. Das `Model` enthält Setter- und Getter-Methoden zur Verarbeitung der Daten mittels weiterer Klassen. Das `Model` nutzt die Möglichkeit `notifyObservers()` aufzurufen, um `update()` auf der `View` zu bewirken.

#### ClosedLoop

Die Instanzen der Klasse `ClosedLoop` repräsentieren die geschlossenen Regelkreise. Sie kennen ihren Berechnungstyp und besitzen einen Regler. Im Konstruktor wird je nach Berechnungsart ein passender `Controller` instanziiert. Zusätzlich beinhaltet die Klasse die Methode `calculate()`. Diese berechnet für alle Berechnungsarten die Schrittantwort mittels `calculateStepResponse()`. Für die Phasengangmethode wird zusätzlich das Überschwingverhalten mittels `overShootOptimizazation()` optimiert (siehe Anhang A.11). Zudem sind diverse Setter- und Getter-Methoden Bestandteil dieser Model-Klasse.

#### Controller

Der `Controller` bildet die Oberklasse aller Faustformeln und der Phasengangmethode. Er beinhaltet die abstrakte Klasse `calculate()` sowie alle nötigen Setter- und Getter-Methoden um Werte zu setzten und auszulesen.

#### Chien20

Die Klasse `Chien20` stellt die Algorithmen zur Berechnung der Reglerwerte gemäss der Faustformel Chien/Hrones/Reswick (20%) zur Verfügung, erbt von `Controller`, instanziiert und setzt eine Übertragungsfunktion.

#### ChienApper

Die Klasse `ChienApper` stellt die Algorithmen zur Berechnung der Reglerwerte gemäss der Faustformel Chien/Hrones/Reswick (aperiodisch) zur Verfügung, erbt von `Controller`, instanziiert und setzt eine Übertragungsfunktion.

#### Oppelt

Die Klasse `Oppelt` stellt die Algorithmen zur Berechnung der Reglerwerte gemäss der Faustformel Oppelt zur Verfügung, erbt von `Controller`, instanziiert und setzt eine Übertragungsfunktion.

#### Rosenberg

Die Klasse `Rosenberg` stellt die Algorithmen zur Berechnung der Reglerwerte gemäss der Faustformel Rosenberg zur Verfügung, erbt von `Controller`, instanziiert und setzt eine Übertragungsfunktion.

### PhaseResponseMethod

Die Klasse `PhaseResponseMethod` stellt die Algorithmen zur Berechnung der Reglerwerte gemäss der Phasengangmethode zur Verfügung. Sie erbt von der Klasse `Controller` und bringt all deren Setter- und Getter-Methoden mit.

Über die überladene Methode `setData()` werden die Input-Werte gesetzt. Dabei wird die Methode `calculateOverShoot()`, die das für die Berechnung des korrekten Überschwingens benötigt Attribut `phiU` setzt, ausgelöst. Zusätzlich wird `calculate()` aufgerufen. `calculate()` berechnet anhand der Methode `createOmegaAxis()` die diskrete Frequenzachse in Abhängigkeit der Zeitkonstante der Regelstrecke. Die Übertragungsfunktion in  $s$  der Regelstrecke wird für alle Punkte von `omega` berechnet.

`calculateTnk()` wird ausgelöst und berechnet  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$  unter Zuhilfenahme der diskreten Werte. `calculateTnk()` löst wiederum `calculateKrk()` zur Berechnung von  $K_{rk}$  aus und ruft zudem `calculateControllerConf()` und `setUTF()` auf. `calculateControllerConf()` transformiert die Werte in die reglerkonforme Darstellung (siehe Anhang A.3). `setUTF()` setzt die Übertragungs-Funktion des Reglers.

### Path

Die Klasse `Path` berechnet in der Methode `calculate()`, unter Zuhilfenahme der Sani-Methode (`Calc.sani()`), die Strecke (Path). Sie besitzt eine Instanz der Klasse `UTF` sowie Setter- und Getter-Methoden zum Setzen und Auslesen von Werten.

### UTF

Setzt und speichert die Übertragungsfunktion. Diese kann über diverse Getter- und Setter-Methoden ausgelesen bzw. geschrieben werden.

## 4.4 Benutzungs-Beispiel (Use-Case)

Das Zusammenspiel der einzelnen Komponenten der Applikation wird im Folgenden anhand eines Beispiels erklärt.

Beim Programmstart werden durch das Model drei `closedLoops` (geschlossenen Regelkreise) für die Phasengang-Methode sowie vier weitere für die Faustformeln erzeugt. Jeder `closedLoops` ist von Beginn an einem Berechnungstyp (Phasengang-Methode, Faustformel) zugewiesen. Er ist bereit, Daten aufzunehmen und zu verarbeiten.

Über die drei Eingabefelder  $K_s$ ,  $T_u$  und  $T_g$  werden die Werte der vermessenen Regelstrecke durch den Benutzer eingegeben. Durch Drücken des Buttons „Berechnen“ werden die Eingaben durch den `GUIController` auf Zulässigkeit überprüft. Erfüllen sie die erforderlichen Kriterien nicht, wird eine Benachrichtigung mit Hinweis auf den Fehler oberhalb des Buttons ausgegeben und die Berechnung nicht ausgelöst.

Haben die Eingaben die Überprüfung durch den `GUIController` bestanden, fragt dieser zusätzlich die aktuellen Werte/Zustände der Slider für Überschwingen und Optimierung sowie den Reglertyp auf dem GUI ab und leitet alle Daten mittels `setData()` an das Model weiter. Dieses erzeugt einen `Path` (Strecke) aus den Eingabewerten. Das Model errechnet den Optimierungs-Offset und weist die Daten den entsprechenden `closedLoops` der Phasengang-Methode sowie der Faustformeln mittels `setData()` Methode zu. Jeder `ClosedLoop` leitet die Daten an den zugehörigen Controller weiter, der die Reglerwerte berechnet. Zu Beginn betrachten wir den Regler nach Oppelt genauer.

Die Klasse **Oppelt** erbt von der abstrakten Klasse **Controller** und besitzt somit alle Setter- und Getter-Methoden der Oberklasse. Als Input stehen die Informationen der Strecke sowie der Reglertyp (PI, PID) zur Verfügung. Je nach gewähltem Berechnungstyp werden die Reglerwerte reglerkonform berechnet und gespeichert. Weiter werden die Werte in die bodekonforme Darstellung umgerechnet und ebenfalls abgespeichert.

Die Berechnungstypen Rosenberg, Chien/Hrones/Reswick (20%) sowie Chien/Hrones/Reswick (aperiod.) funktionieren analog dem Berechnungstyp Oppelt und werden nicht weiter ausgeführt.

Ein spezielles Augenmerk richten wir nun auf die Berechnung der Phasengang-Methode. Auch die Klasse **PhaseResponseMethod** erbt von der Klasse **Controller** und bringt die bereits erwähnten Setter- und Getter-Methoden mit. Die Input-Werte sind analog derjenigen der Faustformeln. Zusätzlich werden die Informationen zum Überspringen, der Optimierung sowie  $T_p$  in die Berechnung miteinbezogen und die gesetzten Input-Werte werden den lokalen Attributen zugewiesen. **calculateOvershoot()** wird ausgelöst und setzt das Attribut **phiU**, welches für das korrekte Überspringen benötigt wird. Darauf folgend wird **calculate()** aufgerufen. Diese Methode berechnet anhand der Methode **createOmegaAxis()** die diskrete Omega-Achse in Abhängigkeit der Zeitkonstanten der Regelstrecke. Der Wert der Übertragungsfunktion der Regelstrecke wird für alle Punkte der Frequenzachse ausgewertet. **calculateTnk()** wird ausgelöst. Diese Methode berechnet  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$  unter Zuhilfenahme der diskreten Werte nach dem Prinzip der Phasengangmethode. Daraus resultiert die Übertragungsfunktion des Reglers. Falls  $T_p = 0$  aus der Eingabe übergeben wurde, wird an dieser Stelle  $T_p$  berechnet.  $K_{rk}$  wird gemäß der Phasengangmethode mittels **calculateKrk()** berechnet. Zudem beinhaltet die Methode **calculateKrk()** den Aufruf von **calculateControllerConf()** und **setUTF()**. **calculateControllerConf()** transformiert die Werte in die reglerkonforme Darstellung. **setUTF()** setzt die Übertragungs-Funktion des Reglers.

Im **ClosedLoop** wird nun die Methode **calculate()** ausgeführt, welche mittels der Methode **calculateStepResponse()** die Schrittanwort des geschlossenen Regelkreises berechnet. Falls es sich bei der Berechnungsmethode des Reglers um die Phasengang-Methode handelt, wird zusätzlich **overShootOptimization()** aufgerufen. Diese Methode ändert den Wert von  $K_{rk}$  so lange, bis das gewünschte Überspringen erreicht wird.

Sobald die Berechnungen aller **ClosedLoops** abgeschlossen sind, wird im **Model** **notifyObserver()** ausgelöst. Hiermit wird die **View** darüber informiert, dass Änderungen im **Model** vorgenommen wurden und die Methode **update()** in den jeweiligen Unterklassen der Klasse **View** aufgerufen werden soll. Somit aktualisiert sich die **View** und die neu berechneten Reglerwerte. Die Streckenordnung wird ausgegeben und die Plot-Daten werden aktualisiert. Im Fall der Phasengangmethode werden auch Startwerte für  $T_p$  gesetzt.

Der Benutzer hat nun die Möglichkeit, die Resultate der Phasengangmethode weiter zu optimieren. Über das Panel **Optimierungen** stehen die Slider *Überspringen* sowie *Optimierung* zur Verfügung. Das Überspringen kann in vorgegebenen Schritten in Prozenten festgelegt werden. Die Optimierung schiebt den Phasenrand bzw. den Regler-Knickpunkt in die positive sowie negative Richtung zugleich, und wird mittels zwei separaten Plots dargestellt. Weiter können die Werte für  $T_p$  nachträglich für jede der drei Kurven individuell angepasst werden.

Sobald einer der drei Parameter (Überspringen, Optimierung,  $T_p$ ) verändert wird, wird über den **GUIController** die jeweilige Setter-Methode im **Model** aufgerufen. Das **Model** gibt die Daten an den jeweiligen **ClosedLoop** weiter, der diese wiederum den Methoden der Phasengang-Methode weiterleitet. Sobald die neu berechneten Werte vorliegen wird **notifyObservers()** aufgerufen und die **View** aktualisiert.

Die Plots sowie die Optimierungs-Schaltflächen sind nur dann sichtbar, wenn die **CheckBox Erweiter** aktiviert ist. Durch Deaktivieren dieser **CheckBox** kann das Programm in einer Klein-



Ansicht ohne grafische Ausgabe bedient werden. Die einzelnen Plots können über CheckBoxen unterhalb des Plot-Bereichs dazu- oder weggeschaltet werden.

Über den Button *Löschen* können alle Regler- sowie Plot-Daten gelöscht werden.

Entwurf

## 5 Verifikation

Damit die Software von Anfang an den Anforderungen des Kunden sowie dem Pflichtenheft entspricht, wurden die Berechnungen sowie die Funktionsweise der einzelnen Komponenten laufend mittels verschiedenster Varianten überprüft, welche nachfolgend erläutert werden.

### 5.1 Berechnungen

Die Berechnungen und Algorithmen wurden in vorerst in Matlab geschrieben und durch ein weiteres Teammitglied überprüft. Die in Matlab berechneten Test-Resultate konnten mit dem Fachcoach/Auftraggeber abgeglichen werden. Die so entstandenen Matlab-Files dienten als direkte Vorlage für die Umsetzung in Java-Code. Zusätzlich konnten die berechneten Werte in Java direkt mit den Resultaten aus Matlab verglichen werden.

### 5.2 Intern (Team)

Um die Funktionalität und das Verhalten des GUI's zu testen wurde das Programm regelmässig durch das Team getestet. Dabei wurden alle Mitglieder dazu aufgefordert nebst den zu erwartenden Werten auch explizite Fehleingaben/-ausgaben zu provozieren.

Fehler wurden umgehend an den Programmier-Verantwortlichen weitergeleitet. Sobald der Fehler behoben wurde, wurde das Team darüber informiert und zur erneuten Verifikation aufgefordert.

### 5.3 Extern

Das Tool wurde auf Computer aussenstehender Personen auf Funktionalität und korrekte Darstellungsweise getestet. Dabei wurde ein spezielles Augenmerk darauf gelegt, dass die Testpersonen unterschiedliche Betriebssysteme und Bildschirmauflösungen verwenden.

### 5.4 Auftraggeber

Die Software wurde in enger Zusammenarbeit mit dem Auftraggeber entwickelt. So konnte er die Software immer wieder testen und direktes Feedback an die Entwickler geben. Eine möglichst kundenorientierte Lösung, die den Vorstellungen des Auftraggebers entspricht, konnte somit erarbeitet werden. Eine Vorabversion wurde dem Auftraggeber zur Überprüfung der Auflösung und Lauffähigkeit auf seinem System zugestellt.

## 6 Schlussfolgerungen

Das Projekt wurde erfolgreich abgeschlossen und alle Punkte des ursprünglichen Auftrages erfüllt. Aus den Eingabewerten wird das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises berechnet und graphisch dargestellt. Einige Erweiterungen wurden eingebaut, sodass man den Regler mit der Phasengangmethode dimensioniert und zusätzlich.

ganz überarbeiten

Satz abgebrochen

Die vor der Erweiterung des Auftrags optional geplanten graphischen Ausgaben des Amplitudengangs der Strecke sowie die Schieberegler für das Verändern der Reglerwerte wurden weggelassen. Der Grund für diesen Entscheid war die Möglichkeit, durch die hohe Rechenleistung den Regler in Echtzeit zu optimieren, womit diese Funktionen überflüssig wurden.

Wieso wird der Amplitudengang der Strecke überflüssig durch Echtzeitoptimierung?

Alternativ kann die Schrittantwort mit zwei Schieberegler manuell optimiert werden. Durch das Verändern des Überschwingens und das Einstellen der Optimierung kann die Kurve per Hand angepasst werden. Als Erweiterung wäre es möglich, die Streckenwerte auszugeben und die Strecke graphisch zurückgegeben wird. Das automatische Einlesen der Streckenwerte aus einer graphisch Form könnte hinzugefügt werden. Das Tool würde an die eingelesene Kurve die Wendetangente legen und die Werte ablesen. Das Ablesen könnte mit der Monte-Carlo-Studie verfeinert werden.

Wenn wir das schon erwähnen, sollte man nicht auch erklären, was das ist?

### Ehrlichkeitserklärung

Mit der Unterschrift bestätigt der Unterzeichnende (Projektleiterin), dass das Dokument selbst geschrieben worden ist und alle Quellen sauber und korrekt deklariert worden sind.

Anita Rosenberger: \_\_\_\_\_

Ort, Datum: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

Entwurf

## A Beschreibung der Algorithmen

### A.1 Sani

#### Input

$T_u$	Verzugszeit
$T_g$	Anstiegszeit

#### Output

Array	Array mit den Zeitkonstanten des Polynoms der Übertragungsfunktion der Strecke
-------	--

#### Algorithmus

1. Ungültige Eingaben werden abgefangen und ein Fehler zurückgegeben.
2. Lädt Werte für  $T_u$  und  $T_g$ .
3. Erstellt 50 Werte zwischen 0 und 1 für  $r_i$ .
4. Bestimmt die Ordnung der Regelstrecke.
5. Spline für  $r$  und  $\omega$
6.  $T(n)$  wird aus  $\omega \cdot T_g$  berechnet.
7. Umspeichern und Sortieren

Ja aber  
was  
heisst  
das nun?

#### Matlab-Code

```

1 function [n,T] = p2_sani(tu,tg,p)
2
3 if tu<=0 || tg<=0
4     disp(' ');
5     error('!!!! unsinnige Zeiten !!!!!');
6 end;
7
8 v=tu/tg;
9 if v>0.64173
10     disp(' ');
11     error('!!!! Tu/Tg zu gross --> N > 8 !!!!!');
12 end;
13
14 if v<0.001
15     disp(' ');
16     error('!!!! Tu/Tg zu klein --> N = 1 !!!!!');
17 end;
18
19 load('p2_sani_tu_tg');
20 pause(0.1); % Pause, damit Laden vom File erfolgreich!!!!
21
22 % Berechnet mit NN=50 (r-Auflösung)
23 ri=linspace(0,1,50);
24
25 if v <= 0.103638 % abhaengig von n werden vorberechnete
26     n=2; % Datenfiles von der Festplatte geladen.
27 elseif v <= 0.218017 % 2 <= n <= 8
28     n=3; % n=1 ist trivial und fuehrt zu Abbruch
29 elseif v <= 0.319357
30     n=4;
31 elseif v <= 0.410303
32     n=5;
33 elseif v <= 0.4933
34     n=6;
35 elseif v <= 0.5700

```

```
36     n=7;
37 elseif v<=0.64173
38     n=8;
39 else
40     n=10;
41 end;
42
43 r=spline(Tu_Tg(n,:),ri,v);
44 w=spline(ri,T_Tg(n,:),r);
45 T(n)=w*tg;
46
47
48 for i=n-1:-1:1,                % Umspeicher, damit gleiche Reihenfolge wie bei Hudzovik
49     T(i)=T(n)*r^(n-i);
50 end;
51
52 % Plots der Schrittantworten
53 if p==1
54     TT=4*(tg);
55     t=linspace(0,TT,2500);
56     za=1;
57     n1=conv([T(1) 1],[T(2) 1]);
58     for k=3:n
59         nen1=conv(n1,[T(k) 1]);
60         n1=nen1;
61     end;
62     nens=n1;
63     step(za,nens,'k'); grid on;
64     hold on;
65     %wendeptk(T);
66     hold off;
67 end;
```

## A.2 Umrechnung von reglerkonformer in bodekonforme Darstellung

### Input

$T_v$	Vorhaltezeit
$T_n$	Nachstellzeit
$T_p$	Periodendauer
$K_r$	Verstärkungsfaktor des Reglers
Reglertyp	Typ des Reglers (P, PI, PID)

### Output

Array	Array mit Nachstellzeit $T_{nk}$ , Vorhaltezeit $T_{vk}$ und Verstärkungsfaktor $K_{rk}$ des Reglers
-------	--

### Algorithmus

1. Wählt je nach Reglertyp die Umrechnungsformel.
2. Falls ein nicht implementierter Reglertyp gewählt wird, wird ein Fehler zurückgegeben.
3. Berechnung der Reglerwerte gemäss Tabelle 5.

### Matlab-Code

```

1 function [ t_nk, t_vk, k_rk ] = p2_bodekonf(t_n, t_v, t_p, k_r ,reglertyp )
2
3 if (reglertyp = 2) %PI-Regler
4     t_nk=t_n;
5     k_rk=k_r;
6     t_vk=0;
7 elseif (reglertyp = 3) %PID-Regler
8     epsilon=sqrt(1-(4*t_n*(t_v-t_p))/(t_n+t_p)^2);
9     t_nk=0.5*(t_n+t_p)*(1+epsilon);
10    k_rk=0.5*k_r*(1+t_p/t_nk)*(1+epsilon);
11    t_vk=0.5*(t_n+t_p)*(1+epsilon);
12 else
13     error('!!!! Nicht implementierter Reglertyp !!!!');
14 end;

```

## A.3 Umrechnung von bodekonformer in reglerkonforme Darstellung

### Input

$T_p$	Periodendauer
$T_{nk}$	Nachstellzeit
$T_{vk}$	Vorhaltezeit
$K_{rk}$	Verstärkungsfaktor des Reglers
Reglertyp	Reglertyp (P, PI, PID)

### Output

Array	Array mit Nachstellzeit $T_n$ , Vorhaltezeit $T_v$ und Verstärkungsfaktor $K_r$ des Reglers
-------	---

### Algorithmus

1. Wählt je nach Reglertyp die Umrechnungsformel.
2. Falls ein nicht implementierter Reglertyp gewählt wird, wird ein Fehler zurückgegeben.
3. PI-Regler:  $T_n = T_{nk}$ ,  $K_k = K_{rk}$ ,  $T_v = 0$
4. Berechnung der Reglerwerte gemäss Tabelle 5.

### Matlab-Code

```
1 function [ t_n, t_v, k_r ] = p2_reglerkonf(t_nk, t_vk, t_p, k_rk ,reglertyp )
2
3 if (reglertyp = 2) %PI-Regler
4     t_n=t_nk;
5     k_r=k_rk;
6     t_v=0;
7 elseif (reglertyp = 3) %PID-Regler
8     k_r=k_rk*(1+t_vk/t_nk);
9     t_n=t_nk+t_vk-t_p;
10    t_v=(t_nk*t_vk)/(t_nk+t_vk-t_p)-t_p;
11 else
12     error('!!!! Nicht implementierter Reglertyp !!!!');
13 end;
```



## A.4 utfController

### Input

$T_p$	Verzugszeit
$T_{nk}$	Nachstellzeit
$T_{vk}$	Vorhaltezeit
$K_{rk}$	Verstärkungsfaktor des Reglers
Reglertyp	Reglertyp (P, PI, PID)

### Output

Array	Array mit reellem Zähler und reellem Nenner
-------	---

### Algorithmus

1. Wählt je nach Reglertyp die korrekten Formeln.
2. \_\_\_\_\_

Matrix

### Matlab-Code

```

1 function [ Zah_r, Nen_r ] = p2_UTFRegler(t_nk, t_vk, t_p, k_rk ,Reglertyp )
2
3 % PI Regler
4 if (Reglertyp == 2)
5     Zah_r = k_rk*[t_nk 1];
6     Nen_r = [t_nk 0];
7 end;
8
9 %ID-Regler
10 if (Reglertyp == 3)
11     Zah_r = k_rk * p2_xdiskConv([t_vk 1],[t_nk 1]);
12     Nen_r = [t_nk 0];
13 end;
```

## A.5 Faustformel Oppelt

### Input

$T_p$	Verzugszeit
$T_u$	Anstiegszeit
$K_s$	Verstärkung der Strecke
Reglertyp	Reglertyp (P, PI, PID)

### Output

Array	Array mit Proportionalitätsfaktor $K_p$ , Nachstellzeit $T_n$ und Vorhaltezeit $T_v$
-------	--

### Algorithmus

1. Wählt je nach Reglertyp die korrekten Formeln.
2. Für PI:

$$K_p = \frac{0.8}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$$

$$T_n = 3 \cdot T_u$$

$$t_v = 0$$

3. Für PID:

$$K_p = \frac{1.2}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$$

$$T_n = 2 \cdot T_u$$

$$T_v = 0.42 * T_u$$

## A.6 Faustformel Rosenberg

### Input

$T_p$	Verzugszeit
$T_u$	Anstiegszeit
$K_s$	Verstärkung der Strecke
Reglertyp	Reglertyp (P, PI, PID)

### Output

Array	Array mit Proportionalitätsfaktor $K_p$ , Nachstellzeit $T_n$ und Vorhal- tezeit $T_v$
-------	---

### Algorithmus

1. Wählt je nach Reglertyp die korrekten Formeln.
- 2.
3. Für PI:

$$K_p = \frac{0.91}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$$

$$T_n = 3.3 \cdot T_u$$

$$T_v = 0$$

4. Für PID:

$$K_p = \frac{1.2}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$$

$$T_n = 2 \cdot T_u$$

$$T_v = 0.45 \cdot T_u;$$

## A.7 Faustformel Ziegler

### Input

$T_p$	Verzugszeit
$T_u$	Anstiegszeit
$K_s$	Verstärkung der Strecke
Reglertyp	Reglertyp (P, PI, PID)

### Output

Array	Array mit Proportionalitätsfaktor $K_p$ , Nachstellzeit $T_n$ und Vorhaltezeit $T_v$
-------	--

### Algorithmus

1. Wählt je nach Reglertyp die korrekten Formeln.
2. Für PI:

$$K_p = \frac{0.9}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$$

$$T_n = 3.33 \cdot T_u$$

$$T_v = 0$$

3. Für PID:

$$K_p = \frac{1.2}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$$

$$T_n = 2 \cdot T_u$$

$$T_v = 0.5 \cdot T_u$$

## A.8 Faustformel Chien

### Input

$T_p$	Verzugszeit
$T_u$	Anstiegszeit
$K_s$	Verstärkung der Strecke
Reglertyp	Reglertyp (P, PI, PID)
Überschwingen	Flag für Überschwingeng

### Output

Array	Array mit Proportionalitätsfaktor $K_p$ , Nachstellzeit $T_n$ und Vorhaltezeit $T_v$
-------	--

### Algorithmus

1. Wählt je nach Reglertyp die korrekten Formeln.
2. Für PI, ohne Überschwingen:

$$K_p = \frac{0.35 \cdot T_g}{K_s \cdot T_u}$$

$$T_n = 1.2 \cdot T_u$$

$$T_v = 0$$

3. Für PI, 20% Überschwingen:

$$K_p = \frac{0.7 \cdot T_g}{K_s \cdot T_u}$$

$$T_n = 3 \cdot T_u$$

$$T_v = 0$$

4. Für PID, ohne Überschwingen:

$$K_p = \frac{0.9 \cdot T_g}{K_s \cdot T_u}$$

$$T_n = 2.4 \cdot T_u$$

$$T_v = 0.42 \cdot T_u;$$

5. Für PID, 20% Überschwingen:

$$K_p = \frac{1.2 \cdot T_g}{K_s \cdot T_u}$$

$$T_n = 2 \cdot T_u$$

$$T_v = 0.42 \cdot T_u;$$

## A.9 Steigung einer Funktion

`diskDiff()` berechnet die Steigung einer Funktion (repräsentiert durch zwei Arrays) an einem bestimmten Array-Index.

### Input

x-Array	Array mit x-Werten
y-Array	Array mit zugehörigen Funktionswerten
Index	Index, an dem die Steigung berechnet werden soll

### Output

Steigung	Steigung an gesuchter Stelle
----------	------------------------------

### Algorithmus

1. Prüfen, ob Index innerhalb des Arrays liegt.
2. Steigungsdreieck zwischen Element and Index und den unmittelbar daneben liegenden Array-Elementen bilden.
3. Durchschnitt der beiden Steigungsdreiecke ausrechnen.
4. Falls Steigung an erster Array-Stelle verlangt ist: Steigungsdreieck mit dem zweiten Element bilden und Steigung zurückgeben.
5. Falls Steigung an letzter Array-Stelle verlangt ist: Steigungsdreieck mit zweitletztem Array-Element bilden und Steigung zurückgeben.

### Java-Code

```

1 public static double diskDiff(double[] x, double[] y, int index) {
2     if (index > 0 & index < x.length - 1) {
3         double diff2 = (y[index + 1] - y[index]) / (x[index + 1] - x[index]);
4         double diff1 = (y[index] - y[index - 1]) / (x[index] - x[index - 1]);
5         double diff = (diff1 + diff2) / 2;
6         return diff;
7     } else if (index == 0)
8         return (y[index + 1] - y[index]) / (x[index + 1] - x[index]);
9     else if (index == x.length)
10        return (y[index] - y[index - 1]) / (x[index] - x[index - 1]);
11    else
12        return 0;
13 }
```

## A.10 Inverse Fast Fourier Transform

`schrittIfft()` berechnet die Schrittantwort im Zeitbereich einer Übertragungsfunktion.

korrekt?

### Input

Zähler	Zähler der Übertragungsfunktion
Nenner	Nenner der Übertragungsfunktion
$f_s$	Abtastfrequenz
$n$	Granulierung der Frequenzachse

### Output

Resultat	Zweidimensionales Array mit Zeitachse und zugehörigen Funktionswerten
----------	---

### Algorithmus

1. Array mit Frequenzachse generieren.
2. Frequenzgang der Übertragungsfunktion berechnen.
3. Impulsantwort im Frequenzbereich berechnen.
4. In den Zeitbereich zurücktransformieren.
5. Aus den Realteilen des Resultat-Arrays die Schrittantwort zusammensetzen (aufsummieren des Realteils des aktuellen Array-Elements mit den Realteilen aller vorhergehenden Array-Elementen).

### Java-Code

```

1 public static double[][] schrittIfft(double[] zah, double[] nen, double fs, int n) {
2
3     double T = 1 / fs; // Periode
4     Complex[] H;
5
6     // Frequenzachse berechnen
7     double[] w = linspace(0.0, fs * Math.PI, n / 2); // Kreisfrequenz
8
9     // Frequenzgang berechnen
10    H = freqs(zah, nen, w);
11
12    // Symmetrischen Vektor fuer Ifft erstellen:
13    Complex[] tmp = new Complex[H.length];
14    tmp = colonColon(H, (n / 2) - 1, -1, 1);
15
16    for (int i = 0; i < tmp.length; i++) {
17        tmp[i] = tmp[i].conjugate();
18    }
19
20    Complex x = new Complex(0);
21    H = concat(colonColon(H, 0, 1, (n / 2) - 1), new Complex[] { x }, tmp);
22
23    // Impulsantwort berechnen
24    Complex[] h; // = new Complex[H.length];
25    FastFourierTransformer f = new FastFourierTransformer(DftNormalization.STANDARD);
26    h = f.transform(H, TransformType.INVERSE);
27
28    // Realteil von h extrahieren.
29    double[] hReal = new double[h.length];
30
31    for (int i = 0; i < h.length; i++) {

```

```
32     hReal[i] = h[i].getReal();
33 }
34
35 // Schrittantwort berechnen
36 // double[] y = Calc.diskConvOnes(hReal, n);
37 double[] y = new double[n];
38 y[0] = hReal[0];
39 for (int i = 1; i < y.length; i++) {
40     y[i] = y[i - 1] + hReal[i];
41 }
42
43 // Resultate ausschneiden. Halbiert die Laenge von y.
44 double[] yShort = colonColon(y, 0, 1, (int) ((y.length / 2) - 1));
45
46 // Zeitachse generieren:
47 double[] t;
48 t = linspace(0.0, (yShort.length - 1) * T, yShort.length);
49
50 // Fuer Output zusammensetzen:
51 double[][] res = new double[2][yShort.length];
52
53 for (int j = 0; j < res[0].length; j++) {
54     res[0][j] = yShort[j];
55 }
56 for (int i = 0; i < res[1].length; i++) {
57     res[1][i] = t[i];
58 }
59 return res;
60 }
```



## A.11 Optimieren des Überschwingens

overShootOptimisation() optimiert das Überschwingverhalten des generierten Reglers.

### Input

Keine Eingabewerte

### Output

Keine Rückgabewerte

### Algorithmus

1. Das Maximum in der Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises finden.
2. Diesen Wert mit dem vom Benutzer gewünschten maximalen Überschwingen vergleichen.
3. Die Optimierung des Überschwingens erfolgt in zwei Stufen: Eine rasche, aber grobe, erste Stufe, und eine langsamere, aber feinere, zweite Stufe. Dies erlaubt, rasch in den gewünschten Wertebereich zu kommen, ohne dass dabei das Endergebnis an Genauigkeit verliert. In beiden Stufen ist das Konzept identisch:
  - (a) Falls zu starkes Überschwingen: Reglerverstärkung  $K_{rk}$  schrittweise reduzieren, bis gewünschtes Verhalten eingehalten wird.
  - (b) Falls zu schwaches Überschwingen: Reglerverstärkung  $K_{rk}$  schrittweise erhöhen, bis gewünschtes Verhalten eingehalten wird.

### Java-Code

```

1 private void overShootOptimization() {
2     double max = yt[0][Calc.max(yt[0])];
3     PhaseResponseMethod phaseResponseMethod = (PhaseResponseMethod) controller;
4     double Krk = phaseResponseMethod.getControllerValues()[PhaseResponseMethod.KrkPOS];
5
6     // Grobskalierung mit dem Faktor 1.15
7     if (max - 0.1 > controller.overShoot / 100.0 + 1.0) {
8         while (max > controller.overShoot / 100.0 + 1.0) {
9             Krk = phaseResponseMethod.getControllerValues()[PhaseResponseMethod.KrkPOS];
10            phaseResponseMethod.setKrk(Krk / 1.15);
11            calculateStepResponse();
12            max = yt[0][Calc.max(yt[0])];
13        }
14    } else {
15        while (max + 0.1 < controller.overShoot / 100.0 + 1.0 & Krk < 1000) {
16            Krk = phaseResponseMethod.getControllerValues()[PhaseResponseMethod.KrkPOS];
17            phaseResponseMethod.setKrk(Krk * 1.15);
18            calculateStepResponse();
19            max = yt[0][Calc.max(yt[0])];
20        }
21    }
22
23    // Feinskalierung mit dem Faktor 1.05
24    if (max > controller.overShoot / 100.0 + 1.0) {
25        while (max > controller.overShoot / 100.0 + 1.0) {
26            Krk = phaseResponseMethod.getControllerValues()[PhaseResponseMethod.KrkPOS];
27            phaseResponseMethod.setKrk(Krk / 1.05);
28            calculateStepResponse();
29            max = yt[0][Calc.max(yt[0])];
30        }
31    } else {
32        while (max < controller.overShoot / 100.0 + 1.0 & Krk < 1000) {
33            Krk = phaseResponseMethod.getControllerValues()[PhaseResponseMethod.KrkPOS];
34            phaseResponseMethod.setKrk(Krk * 1.05);

```

```
35         calculateStepResponse();
36         max = yt[0][Calc.max(yt[0])];
37     }
38 }
39 }
```

Entwurf

## A.12 Berechnung von $T_{vk}$ und $T_{nk}$

`calculateTnkTvK()` bestimmt  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$ . Kern des Algorithmus ist die Automatisierung der Berechnung von  $\beta$  (siehe Anhang B für die manuelle Rechnung);

### Input

Keine Eingabewerte

### Output

Keine Rückgabewerte

### Algorithmus

1. Bestimmen der Steigung der Strecke bei Frequenz  $\omega_{pid}$
2. Unteren Wert für  $\beta$  festlegen:  $10^{-12}$ . Wert muss grösser als null, aber sehr klein sein, damit der Rest des Algorithmus funktioniert.
3. Obere Grenze für  $\beta$  auf 1 legen.
4. Über 20 Iterationen folgende Arbeitsschritte ausführen:
  - (a) Aktuellen Testwert für  $\beta$  definieren:  $\beta_{oben} - \beta_{unten} \cdot 0.5 + \beta_{unten}$ .
  - (b) Mit diesem Wert für  $\beta$  nun  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$  berechnen gemäss Gleichung 21.
  - (c)  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$  in die Reglergleichung (siehe Gleichung 24) einsetzen. Man beachte, dass der Algorithmus nicht symbolisch rechnet, sondern mit Werte-Arrays für die Frequenzachse und Funktionswerte der Übertragungsfunktion.
  - (d) Steigung des Phasengangs des Reglers an der Stelle  $\omega_{pid}$  bestimmen, aufsummieren mit der Steigung der Strecke (bereits bekannt) zur Steigung des Phasengangs des offenen Regelkreises (siehe Gleichung 18).
  - (e) Falls die Steigung  $\varphi_o$  an der Stelle  $\omega_{pid}$  kleiner ist als  $-\frac{1}{2}$ , muss  $\beta$  vergrössert werden. In diesem Fall die untere Grenze  $\beta_{unten}$  auf den aktuellen Testwert  $\beta$  setzen.
  - (f) Falls die Steigung  $\varphi_o$  an der Stelle  $\omega_{pid}$  grösser ist als  $-\frac{1}{2}$ , muss  $\beta$  verkleinert werden. Daher neue Obergrenze  $\beta_{oben}$  auf den aktuellen Testwert  $\beta$  setzen.

### Java-Code

```

1  private void calculateTnkTvK() {
2      double dPhiS = Calc.diskDiff(omega, phiS, omegaControllerIndex);
3      double beta_u = Math.pow(10, -12);
4      double beta_o = 1;
5      double beta;
6      double dPhiR,
7      dPhi0;
8
9      for (int iteration = 0; iteration < 20; iteration++) {
10         beta = (beta_o - beta_u) / 2 + beta_u;
11         TvK = 1 / (omegaController / beta);
12         TnK = 1 / (omegaController * beta);
13
14         for (int i = 0; i < pointNumber; i++) {
15             Hr[i] = new Complex(1, omega[i] * TnK).multiply(
16                 new Complex(1, omega[i] * TvK)).divide(
17                     new Complex(0, omega[i] * TnK));
18             Ho[i] = Hs[i].multiply(Hr[i]);
19         }
20         phiR = Calc.ComplexAngleUnwrapped(Hr);
21
22         dPhiR = Calc.diskDiff(omega, phiR, omegaControllerIndex);
23         dPhi0 = dPhiS + dPhiR;

```

```
24
25     if (dPhi0 * omegaController < -0.5) {
26         beta_u = beta;
27     } else {
28         beta_o = beta;
29     }
30 }
31 }
```

## B Manuelle Berechnung des Hilfsparameteres $\beta$

Der erste Iterationsschritt der in Abschnitt 3.4 erwähnten manuellen Berechnung des Hilfsparameteres  $\beta$  ist hier im Detail ausgeführt.

Zur Rekapitulation eine kurze Wiederholung der Ausgangslage:

$$\begin{aligned}
 \omega_{pid} &= 0.6714 \text{ s}^{-1} \\
 T_{vk} &= \frac{\beta}{\omega_{pid}} = \frac{0.5}{0.6714 \text{ s}^{-1}} = 0.7447 \text{ s} \\
 T_{nk} &= \frac{1}{\omega_{pid} \cdot \beta} = \frac{1}{0.6714 \text{ s}^{-1} \cdot 0.5} = 2.9789 \text{ s} \\
 K_{rk} &= 1
 \end{aligned} \tag{40}$$

Diese Werte eingesetzt in Gleichung 14 ergeben:

$$\begin{aligned}
 H_{rpid}(j\omega) &= K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot T_{nk})(1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}} \right] \\
 &= 1 \cdot \left[ \frac{(1 + j\omega \cdot 0.7447 \text{ s})(1 + j\omega \cdot 2.9789 \text{ s})}{j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \right] \\
 &= \frac{1 + j\omega \cdot (2.9789 \text{ s} + 0.7447 \text{ s}) - \omega^2 \cdot 0.7447 \text{ s} \cdot 2.9789 \text{ s}}{j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \\
 &= \frac{1 - 2.2184 \text{ s}^2 \cdot \omega^2 + j\omega \cdot 3.7236 \text{ s}}{j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \\
 &= \frac{-\omega \cdot 3.7236 \text{ s} + j(1 - \omega^2 \cdot 2.2184 \text{ s}^2)}{\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \\
 &= -1.250 + j \cdot (\omega^{-1} \cdot 0.3357 \text{ s}^{-1} - \omega \cdot 0.7450 \text{ s})
 \end{aligned} \tag{41}$$

Von dieser Zahl gilt es nun, das Argument zu bestimmen und abzuleiten.  $H_{rpid}(j\omega)$  ist eine komplexe Zahl in der linken Halbebene ( $Re < 0$ ), somit kommen folgende Formeln zur Berechnung des Arguments in Frage:

$$\begin{aligned}
 \varphi(Re + j \cdot Im) &= \text{atan}\left(\frac{Im}{Re}\right) + \pi & Re < 0 \wedge Im \geq 0 \\
 \varphi(Re + j \cdot Im) &= \text{atan}\left(\frac{Im}{Re}\right) - \pi & Re < 0 \wedge Im < 0
 \end{aligned} \tag{42}$$

Da aber in diesem Fall lediglich die *Ableitung* von  $\varphi$  benötigt wird, fällt der Summand  $\pm\pi$  weg und welche Formel für die Berechnung des Arguments verwendet wird, ist ohne Konsequenz.

$$\begin{aligned}
 \varphi(H_{rpid}(j\omega)) &= \text{atan}\left(\frac{\omega^{-1} \cdot 0.3357 \text{ s}^{-1} - \omega \cdot 0.7450 \text{ s}}{-1.250}\right) \pm \pi \\
 &= \text{atan}\left(\omega^{-1} \cdot -0.2686 \text{ s}^{-1} - \omega \cdot 0.5960 \text{ s}\right) \pm \pi
 \end{aligned} \tag{43}$$

Die Ableitung des Arkustangens ist:

$$\frac{d}{dx} \operatorname{atan}(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad (44)$$

Mit

$$x(j\omega) = \omega^{-1} \cdot -0.2686 \text{ s}^{-1} - \omega \cdot 0.5960 \text{ s} \quad (45)$$

folgt

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} \varphi(H_{rpid}(j\omega)) &= \frac{d}{dx} \operatorname{atan}(x(j\omega)) \cdot \frac{d}{d\omega} x(j\omega) \\ &= \frac{0.5960 + \omega^{-2} \cdot 0.2686 \text{ s}^2}{1 + (\omega \cdot 0.5960 \text{ s} - \omega^{-1} \cdot 0.2686 \text{ s}^{-1})^2} \\ &\approx 1.1920 \end{aligned} \quad (46)$$

Wie in Gleichung 26 gezeigt, ist dies noch nicht der gesuchte Wert für  $\beta$ . Für den nächsten Iterationsschritt würde nun ein kleinerer Wert gewählt (z.B.  $\beta = 0.25$ ), der zu neuen Werten für  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$  führen würde, mit denen dann die Berechnungen aus Gleichungen 41 bis 46 erneut ausgeführt würden. Bei zufriedenstellender Nähe der Steigung des offenen Regelkreises zu  $-\frac{1}{2}$  ist die Iteration beendet.

Eine Beschreibung des in unserem Tool verwendeten Algorithmus ist in Anhang A.12 zu finden.

## Literatur

- [1] J. Zellweger, „Phasengang-Methode,” Kapitel aus Vorlesungsskript.
- [2] A. Rosengerger, B. Müller, M. Suter, F. Alber, und R. Frey, „Projekt 2: Pflichtenheft – Fachlicher Teil,” April 2015.
- [3] (2011, März) Reglereinstellung nach Chiens, Hrones, Reswick. [Online]. Verfügbar: [http://mathematik.tsn.at/content/files1/CHR\\_mit\\_ohne\\_Ausgleich1344.pdf](http://mathematik.tsn.at/content/files1/CHR_mit_ohne_Ausgleich1344.pdf) [Stand: 23. März 2015].
- [4] (2015, März) Faustformelverfahren (Automatisierungstechnik). [Online]. Verfügbar: [http://de.wikipedia.org/wiki/Faustformelverfahren\\_\(Automatisierungstechnik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Faustformelverfahren_(Automatisierungstechnik)) [Stand: 23. März 2015].
- [5] (1999, Jan) Anpassung eines Reglers an eine Regelstrecke – Einstellregeln. [Online]. Verfügbar: <http://techni.chemie.uni-leipzig.de/reg/parcalchelp.html> [Stand: 23. März 2015].
- [6] J. Zellweger, „Regelkreise und Regelungen,” Vorlesungsskript.
- [7] W. Schumacher und W. Leonhard, „Grundlagen der Regelungstechnik,” 2001, Vorlesungsskript.