

# Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode

## Fachbericht

29. Mai 2015

<b>Studiengang</b>	EIT
<b>Modul</b>	Projekt 2
<b>Team</b>	4
<b>Auftraggeber</b>	Peter Niklaus
<b>Fachcoaches</b>	Peter Niklaus, Richard Gut, Pascal Buchschacher, Anita Gertiser
<b>Autoren</b>	Anita Rosenberger, Benjamin Müller, Manuel Suter, Florian Alber, Raphael Frey
<b>Version</b>	Entwurf

## Abstract

In der Regelungstechnik ist die korrekte Dimensionierung der Regler grundlegend. Die zu regelnde Strecke kann nur durch richtig eingestellte Regelwerte wie gewünscht verändert werden.

Dieses Projekt hat sich zum Ziel gesetzt ein Softwaretool zu entwickeln, welches aus den eingegebenen Streckenwerten  $K_s$ ,  $T_u$  und  $T_g$  PI- und PID-Regler dimensioniert. Das Tool berechnet die Reglerwerte mit der sogenannten Phasengangmethode, welche von Jakob Zellweger, ehemaliger Dozent der Fachhochschule Nordwestschweiz, stammt. Diese Methode wurde ursprünglich für die graphische Auswertung des Phasengangs entwickelt und durch Handarbeit mit Geodreieck und Bleistift angewendet. Das Softwaretool ermöglicht die bewährte Methode effizient durch ein automatisiertes Verfahren anzuwenden.

Das entwickelte Softwaretool simuliert neben den berechneten Reglerwerten auch die Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises. Zusätzlich wurde die Berechnung dreier gängigen Faustformeln mit implementiert. Zum Vergleich können die Schrittantworten der Faustformeln im gleichen Plot angezeigt werden. Für die Phasengangmethode werden gleichzeitig drei Graphen abgebildet. Einer mit der Standard-Reglerknickfrequenz gemäss Phasengangmethode und zwei weitere welche sich in der Reglerknickfrequenz um  $\pm 10^\circ$  unterscheiden.

Zusätzlich kann die Reglerknickfrequenz und das Überschwingen mittels Schieberegler manuell verändert werden. Dies ermöglicht die im Vergleich, zu der ursprünglichen Handarbeit, enorm hohe Geschwindigkeit. Somit wird eine Echtzeit Optimierung der bestehenden Phasengangmethode getätigt.

# Projekt P2 - Aufgabenstellung vom Auftraggeber (FS\_2015)

## Reglerdimensionierung mit Hilfe der Schrittantwort

### 1. Einleitung

In der Praxis werden die klassischen Regler (PI, PID, PD, ...) oft mit sog. Faustformeln dimensioniert. Dazu benötigt man bestimmte Informationen der zu regelnden Strecke. Handelt es sich dabei um „langsame Strecken“ mit Zeitkonstanten im Bereich von Sekunden bis Minuten, so ist das Bestimmen und Ausmessen der Schrittantwort oft die einzige Möglichkeit zur Identifikation der Strecke. Typische Beispiele dafür sind Temperaturheizstrecken, welche meistens mit einem PTn-Verhalten modelliert werden können (Kaffeemaschine, Boiler, Raumheizungen, Lötkolben, Warmluftfön, usw.).

Die Schrittantwort wird mit Hilfe einer Wendetangente vermessen und die Kenngrößen Streckenbeiwert ( $K_s$ ), Verzugszeit ( $T_u$ ) und Anstiegszeit ( $T_g$ ) werden bestimmt. Dies kann sowohl von Hand (grafisch) oder auch automatisiert durchgeführt werden, falls die Messdaten elektronisch vorliegen. Mit diesen drei Kenngrößen können mit Hilfe sog. Faustformeln P- und PID-Regler dimensioniert werden (Ziegler/Nichols, Chien/Hrones/Reidwork, Oppel/Rosenberg). Die Faustformeln liefern zwar sehr schnell die Reglerdaten, aber die Schrittantworten der entspr. Regelungen sind teilweise weit vom "Optimum" entfernt und der Regelkreis kann sogar instabil werden. In der Praxis muss man diese "Startwerte" häufig noch optimieren, damit die Schrittantwort der Regelung die Anforderungen erfüllt.

Die sog. "Phasengangmethode zur Reglerdimensionierung" wurde von Jakob Zellweger (FHNW) entwickelt und liefert Reglerdaten, welche näher am "Optimum" sind und für die Praxis direkt verwendet werden können. Dabei kann das Überschwingen der Schrittantwort vorgegeben werden (z.B. 20%, 10%, 2%, oder aperiodisch). Bei dieser Methode kann also das für viele Anwendungen wichtige Verhalten der Schrittantwort beeinflusst werden. Um die Phasengangmethode anwenden zu können, muss der Frequenzgang der Strecke bekannt sein (analytisch oder numerisch gemessen). Mit Hilfe der Hudzovik-Approximation (oder anderer ähnlicher Verfahren) wird die Problem gelöst in dem vorgängig aus den Kenngrößen der Schrittantwort ( $K_s$ ,  $T_u$ ,  $T_g$ ) eine PTn-Approximation der Strecke erzeugt wird. Mit dem Frequenzgang der PTn-Approximation können dann die Regler dimensioniert werden (I, PI, PID). Die Phasengangmethode war ursprünglich eine grafische Methode, basierend auf dem Bodediagramm der Strecke. Aktuell soll die Methode direkt numerisch im Rechner durchgeführt werden.

In dieser Arbeit geht es um die Entwicklung und Realisierung eines Tools zur **Reglerdimensionierung mit der Phasengangmethode**. Ausgehend von der PTn-Schrittantwort der Strecke sollen "optimale Regler" (PI, PID-T1) dimensioniert werden, wobei das Überschwingen der Regelgröße vorgegeben werden kann. Zum Vergleich sollen die Regler auch mit den üblichen Faustformeln dimensioniert werden. Wünschenswert wäre auch eine Simulation der Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises, so dass die Dimensionierung kontrolliert und evtl. noch "verbessert" werden könnte.

## 2. Aufgaben/Anforderungen an Tool

Entwerfen und realisieren Sie ein benutzerfreundliches Tool/Programm/GUI/usw. mit welchem PI- und PID-Regler mit der Phasengangmethode dimensioniert werden können. Dabei sind folgende Anforderungen und Randbedingungen vorgegeben:

- Die zu regelnden Strecken sind PTn-Strecken, wobei entweder die Schrittantwort grafisch vorliegt oder die Kenngrößen  $K_s$ ,  $T_u$  und  $T_g$  schon bekannt sind
- Die Bestimmung einer PTn-Approximation wird vom Auftraggeber zur Verfügung gestellt und muss entsprechend angepasst und eingebunden werden (Matlab zu Java)
- Das Überschwingen der Regelgrösse (Schrittantwort) soll gewählt werden können
- Zum Vergleich sind die Regler auch mit den üblichen Faustformeln zu dimensionieren.
- Das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises soll auch berechnet und visualisiert werden (Schrittantwort)

## 3. Bemerkungen

Die Software und das GUI sind in enger Absprache mit dem Auftraggeber zu entwickeln. Der Auftraggeber steht als Testbenutzer zu Verfügung und soll bei der Evaluation des GUI eingebunden werden. Alle verwendeten Formeln, Algorithmen und Berechnungen sind zu verifizieren, eine vorgängige oder parallele Programmierung in Matlab ist zu empfehlen. Zum Thema der Regelungstechnik und speziell zur Reglerdimensionierung mit der Phasengangmethode werden Fachinputs durchgeführt (Fachcoach).

## Literatur

- [1] J. Zoidweger, *Regelkreise und Regelungen*, Vorlesungsskript.
- [2] J. Zoidweger, *Phasengang-Methode*, Kapitel aus Vorlesungsskript.
- [3] H. Unbehauen, *Regelungstechnik I*, Vieweg Teubner, 2008.
- [4] W. Schumacher, W. Leonhard, *Grundlagen der Regelungstechnik*, Vorlesungsskript, TU Braunschweig, 2003.
- [5] B. Bate, *PID-Einstellregeln*, Projektbericht, FH Dortmund, 2009.

16.02.2015  
Peter Niklaus

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen der Regelungstechnik</b>	<b>7</b>
2.1	Regelstrecke . . . . .	7
2.2	Regler . . . . .	8
2.3	Die Steuerung . . . . .	9
2.4	Der geschlossene Regelkreis . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Fachlicher Hintergrund zur Regler-Dimensionierung</b>	<b>12</b>
3.1	Frequenzgang der Regelstrecke . . . . .	13
3.2	Reglerdimensionierung mittels Faustformeln . . . . .	14
3.3	Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode: PI-Regler . . . . .	16
3.4	Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode: PID-Regler . . . . .	20
3.5	Umrechnung zwischen bodekonformer und reglerkonformer Darstellung . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Software</b>	<b>27</b>
4.1	View . . . . .	27
4.2	Controller . . . . .	27
4.3	Model . . . . .	27
4.4	Benutzungs-Beispiel (Use-Case) . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Tests</b>	<b>28</b>
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>29</b>
	<b>Appendix</b>	<b>31</b>
<b>A</b>	<b>Manuelle Berechnung des Hilfsparameteres <math>\beta</math></b>	<b>31</b>

## Versionsgeschichte

04.05.2015: Version 0.01

06.05.2015: Version 0.02

## 1 Einleitung

Im Rahmen des Projektes soll ein Tool entwickelt werden, welches einen PI- respektive einen PID-Regler mittels der von Prof. Jakob Zellweger entwickelten Phasengangmethode dimensioniert. Zum Vergleich soll der entsprechende Regler ebenfalls mittels verschiedenen Faustformeln berechnet werden.

Die Phasengangmethode ist eine graphische Methode, die bis anhin mit Stift und Papier durchgeführt wurde. Folglich ist die Ausführung zeitaufwändig, speziell wenn Schrittantworten mit unterschiedlichen Parameterwerten durchgespielt werden sollen. Das Tool soll ausgehend von drei Parametern aus der Schrittantwort der Strecke (Verstärkung  $K_s$ , Anstiegszeit  $T_g$ , Verzögerungszeit  $T_u$ ) mittels der Phasengangmethode möglichst ideale Regelparameter berechnen sowie die Schrittantwort des darauf basierenden geschlossenen Regelkreises graphisch darstellen. Die Benutzeroberfläche der Software soll intuitiv sein, sodass sich auch mit dem Thema nicht eingehend vertraute Regelungstechniker einfach zurechtfinden.

Die erforderlichen Algorithmen wurden zuerst in Matlab als Prototypen implementiert und anschliessend vollständig in Javakonvertiert. Die graphische Benutzeroberfläche baut ganz auf Java. Um optimale Wartbarkeit, Übersichtlichkeit und Modularität des Codes zu gewährleisten, ist die Software gemäss Model-View-Controllern-Pattern aufgebaut.

Nach der Implementierung in Matlab wurde klar, dass die Berechnung durch die hohe Rechenleistung sehr schnell durchgeführt werden kann und somit eine Dimensionierung des geschlossenen Regelkreises anhand dieser Methode von Herrn Zellweger möglich ist.

Der Bericht gliederte sich in zwei Teile: Der ersten Teil erläutert die theoretischen Grundlagen und darauf aufbauend stellt der zweite Teil der Aufbau der Software dar.

## 2 Grundlagen der Regelungstechnik

### 2.1 Regelstrecke

In der Regelungstechnik wird die zu regelnde Strecke als Regelstrecke bezeichnet. Die Regelstrecke wird durch ihr Zeitverhalten charakterisiert, welches den Aufwand und die Güte der Regelung bestimmt. Um das Zeitverhalten zu beschreiben verwendet man die Sprungantwort, welche zeigt, wie die Regelgrösse auf Stellgrössenänderung reagiert. Mit der entstehenden Regelgrösse werden verschiedene Regelstrecken unterschieden:

- P-Regelstrecke
- I-Regelstrecke
- Strecken mit einer Totzeit
- Strecken mit Energiespeicher

Dieses Projekt beschäftigt sich mit den PTn-Strecken, welche eine Kombination aus einer Strecke mit proportionalen Verhalten und einer mit Totzeit sowie der Angabe der Ordnung n der Strecke.

#### P-Regelstrecke

Bei der Regelstrecke mit proportionalem Verhalten folgt die Regelstrecke proportional der Stellgrösse ohne Verzögerung. Dies kommt in der Praxis nicht vor, da immer eine Verzögerung vorhanden ist. Ist diese jedoch sehr klein spricht man von einer P-Strecke. Das Verhalten der Strecke ist in seinem Blockschaltbild (Abb.1) symbolisch dargestellt. Der Proportionalitätsfaktor wird mit  $K_p$  abgekürzt. Wird  $K_p < 1$  wirkt  $K_p$  nicht mehr verstärkend sondern abschwächend.



Abbildung 1: Blockschaltbild von P-Strecke

Bild Block-  
schaltbild  
P-Strecke

#### Strecken mit Totzeit

Ändert sich die Stellgrösse, wirkt sich diese Änderung bei einer Strecke mit Totzeit erst nach einer gewissen Zeit auf die Regelgrösse aus. Mit  $T_t$  wird das Mass der Totzeit gekennzeichnet. Totzeiten verursachen schnell Schwingungen, da sich die Stellgrösseänderung zeitverzögert auf die Regelgrösse auswirkt. Die Schwingungen entstehen wenn sich die Stellgrösse und die Regelgrösse periodisch ändern.



Abbildung 2: Blockschaltbild von Strecke mit Totzeit

### I-Regelstrecke

Die I-Regelstrecke antwortet auf eine Stellgrößenänderung mit einer fortwährenden Änderung in steigende oder fallende Richtung. Die Begrenzung dieses Vorganges ist mit den systemgegebenen Schranken gegeben. Die Integrierzeit  $T_i$  ist ein Mass für die Anstiegsgeschwindigkeit der Regelgrösse und das Blockschaltbild (Abb. 3) zeigt das Verhalten sinnbildlich.

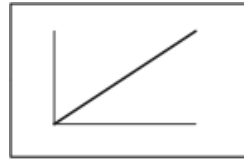


Abbildung 3: Blockschaltbild von I-Strecke

## 2.2 Regler

Die Aufgabe eines Reglers besteht die zu regelnde Strecke mit einem Stellsignal so zu beeinflussen, dass der Wert der Regelgrösse gleich dem Wert der Führungsgrösse entspricht. Der Regler besteht aus einem Vergleichsglied, welches die Reglerdifferenz aus der Differenz zwischen Führungs- und Reglergrösse bildet und dem Reglerglied. Das Reglerglied erzeugt aus der Reglerdifferenz die Stellgrösse. Es wird zwischen P-, I- und D-Regler unterschieden.

In diesem Projekt werden die PI- und PID-Regler, welche Kombinationen der oben genannten Regler sind, behandelt.

### 1 PI-Regler

Der PI-Regler besteht aus einer Parallelschaltung von einem P- und einem I-Regler (Abb.??). Durch diese Kombination werden die Nachteile beider Regler aufgehoben und die Vorteile (schnell, stabil) hervorgehoben. Sein Verhalten wird bildlich in dem Blockschaltbild in Abbildung 5.

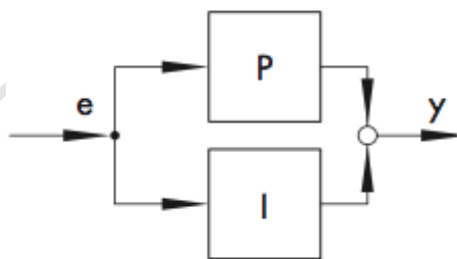


Abbildung 4: Parallelschaltung von P-Regler und I-Regler

### 2 PID-Regler

Wird dem PI-Regler ein D-Anteil parallel geschaltet (Abb. ??), entsteht der PID-Regler. Der PID-Regler ist ein sehr oft verwendeter Regler, da durch den D-Anteil die Regelgrösse rascher den Sollwert erreicht und der Einschwingvorgang schneller abgeschlossen ist. Das Blockschaltbild zeigt dieses Verhalten (Abb.7) figürlich. Der PID-Regler ist geeignet für Strecken höheren



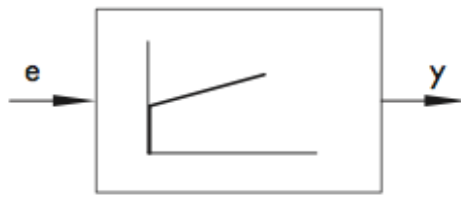


Abbildung 5: Blockschaltbild von PI-Regler

Ordnungen, welche möglichst schnell und ohne bleibende Regelabweichung geregelt werden müssen.

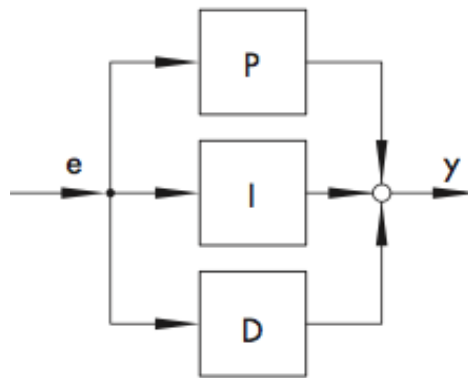


Abbildung 6: Parallelschaltung von P-, I-, und D-Regler

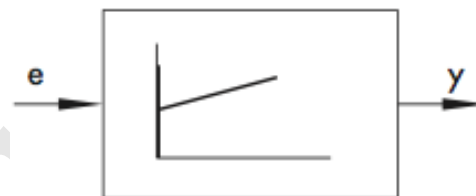


Abbildung 7: Blockschaltbild des PID-Reglers

## 2.3 Die Steuerung

Unter einer Steuerung versteht man eine offene Wirkungskette wie in Abbildung ??, das heißt die Wirkglieder sind kettenähnlich aufgereiht und besitzen keine Rückkopplung. Die Steuerkette wird genau für eine Steuerung ausgelegt und kann nur einer Störgrösseart entgegenwirken. Ohne die Rückkopplung wird das Ausgangssignal nicht mit dem Eingangssignal verglichen und es können keine Korrekturen vorgenommen werden.

## 2.4 Der geschlossene Regelkreis

Die Aufgabe eines geschlossenen Regelkreises (Abbildung 8) ist es, einen vorgegeben Sollwert zu erreichen und diesen auch bei Störungen aufrecht zu erhalten. Dabei sollen die unten genannten dynamischen Anforderungen eingehalten werden, damit die Stabilität des Regelkreises garantiert ist. Die wichtigste Bedingung für die Schrittantwort eines geschlossenen Regelkreises ist, dass der Regelfehler, die Differenz zwischen Ist- und Sollwert, gleich Null oder möglichst klein

ist.

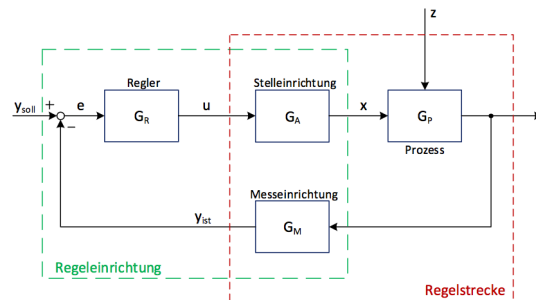


Abbildung 8: Geschlossener Regelkreis

- $y_{soll}$  bezeichnet den Sollwert der Regelgrösse.
- $e$  Regelabweichung (Regelfehler)
- $u$  Steuergrösse
- $x$  Stellgrösse
- $y$  Regelgrösse
- $z$  Störgrößen werden in diesem Projekt nicht berücksichtigt
- $y_{ist}$  ist der Ist-Wert der Regelgrösse und wird auch als die Schrittantwort des Regelkreises bezeichnet.

Grundsätzlich können fünf Anforderungen für einen geschlossenen Regelkreis und deren Schrittantworten zusammengefasst werden:

1. Der Regelkreis muss stabil sein:  
Für das Regelsystem heisst stabil, dass es in seinen Gleichgewichtszustand zurückgeführt werden kann.
2. Der Regelkreis muss genügend gedämpft sein.
3. Der Regelkreis muss eine bestimmte stationäre Genauigkeit aufweisen:  
Das bedeutet, der Regelfehler  $e(t)$  soll für  $t \rightarrow \infty$  gegen Null gehen.
4. Der Regelkreis muss hinreichend schnell sein: Ist die Dämpfung zu stark oder zu schwach, braucht der Einschwingvorgang mehr Zeit. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass die spezifischen Anforderungen an das Regelsystem eingehalten werden.
5. Der Regelkreis muss robust sein: Der Regelkreis muss so ausgelegt werden, dass das Regelsystem auch im schlimmsten Fall (je nach Regelsystem situationsabhängig) in der Lage ist, das System zurück in den stabilen Zustand (vgl. 1.) zu regeln.

## 1 Die Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises

Bild Schrittantworten passend zu Aufzählung unten

Als Schrittantwort eines geschlossenen Regelkreises wird das Ausgangssignal  $y(t)$  bezeichnet. Im Zusammenhang mit den Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis, werden an die Schrittantwort folgende Forderungen gestellt:

1. Die Schrittantwort eines stabilen Regelkreises darf nach dem Erreichen des eingeschwungenen Zustand kein erneutes Überschwingen auftreten.
2. Die Dämpfung der Schrittantwort soll so stark sein, dass der eingeschwungene Zustand möglichst rasch erreicht wird ohne dass das Überschwingen des Systems zu stark wird.

3. Die Schrittantwort muss für ein  $t \rightarrow \infty$  gleich  $y_{soll}$  sein.
4. Die Schnelligkeit des Einschwingvorganges der Schrittantwort ist stark von der Dämpfung abhängig. Wenn diese zu stark oder zu schwach ist, ist der Regelkreis zu langsam.

Entwurf

### 3 Fachlicher Hintergrund zur Regler-Dimensionierung

Das Kernstück dieser Arbeit und des zugehörigen Softwaretools stellt die so genannte “Phasengang-Methode zur Reglerdimensionierung” von Jakob Zellweger dar [?]. Diese wurde ursprünglich als vereinfachte grafische Methode zur Approximation der -20dB/Dek Methode erarbeitet und im Rahmen dieses Projektes in einem Java-Tool automatisiert. Als Vergleich wertet die Software ebenfalls einige der gängigen Faustformeln aus.

Das Tool führt grob vereinfacht folgende Schritte aus:

- Bestimmung des Frequenzgangs der Regelstrecke aus Verzögerungszeit  $T_u$ , Anstiegszeit  $T_g$  und Verstärkung  $K_s$  (Abschnitt 3.1)
- Dimensionierung des Reglers mittels Faustformeln (Abschnitt 3.2)
- Dimensionierung des Reglers durch Phasengangmethode (Abschnitte 3.3 und 3.4)
- Umrechnung der Regler-Darstellung zwischen bodekonformer und reglerkonformer Darstellung (Abschnitt 3.5)
- Berechnung der Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises (Abschnitt ??)

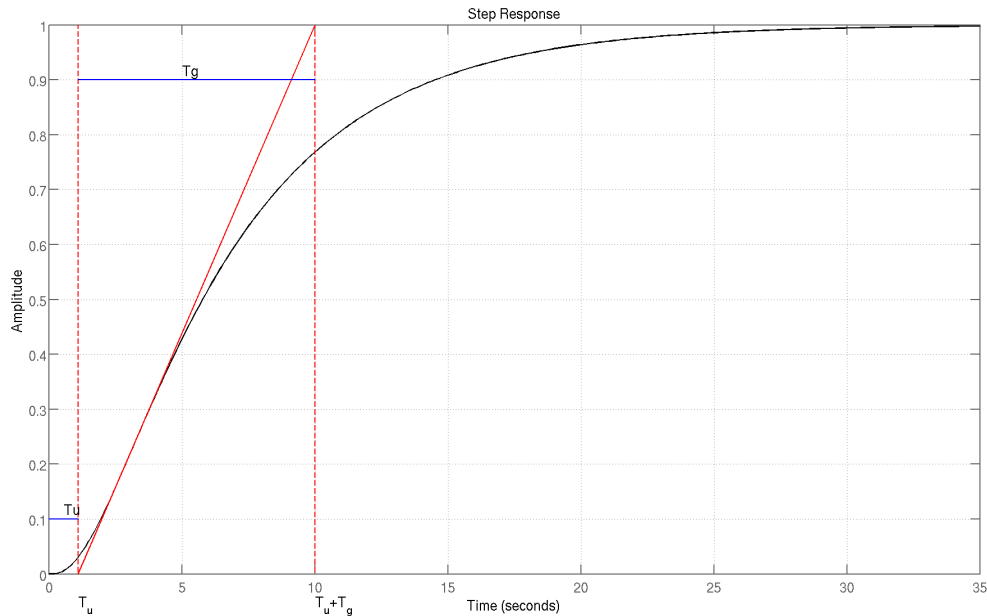
Im folgenden Kapitel wird auf diese Punkte genauer eingegangen und das Vorgehen anhand eines konkreten Beispiels rechnerisch und grafisch erläutert. Die Durchrechnung der Phasengangmethode orientiert sich an den Rezepten, welche im fachlichen Teil des Pflichtenheftes dieses Projektes zu finden sind [?]. Genauere Hintergrundinformationen zur Phasengangmethode selbst sind dem Vorlesungs-Skript von J. Zellweger zu entnehmen [?].

Das Überschwingverhalten kann im Software-Tool vom Benutzer auf einen Zielwert zwischen 0% und 30% eingestellt werden. Das Tool optimiert den resultierenden Regler dann entsprechend, um dieser Vorgabe möglichst nahe zu kommen.

### 3.1 Frequenzgang der Regelstrecke

Als Ausgangspunkt der Reglerdimensionierung dient die Schrittantwort der Strecke. Durch Einzeichnen der Wendetangente<sup>1</sup> ergeben sich Schnittpunkte der Wendetangente mit der Zeitachse  $[T_u, 0]$  und mit dem Zielwert  $[T_g + T_u, 1]$ . Es können nun also die Verzögerungszeit  $T_u$  und die Anstiegszeit  $T_g$  aus Abbildung 9 abgelesen werden.

Wir werden in diesem Bericht folgende Strecke als Beispiel nehmen:



**Abbildung 9:** Schrittantwort der Beispielstrecke (schwarz), Wendetangente (rot),  $T_u$  und  $T_g$  (blau)

Ausmessen der Schrittantwort ergibt:

- $K_s = 2$ <sup>2</sup>
- $T_u = 1.1$  s
- $T_g = 8.9$  s

Der geschlossene Regelkreis soll schlussendlich maximal etwa 16.3% überschwingen.

Da die Reglerdimensionierung mit der Phasengangmethode vom *Frequenzgang* einer Strecke ausgeht und nicht von deren Schrittantwort, besteht der nächste Schritt nun darin, aus den obigen Werten den Frequenzgang der Strecke zu bestimmen. Dies erledigt die Methode `p_sani`<sup>3</sup>, welche uns die Werte für die Übertragungsfunktion der Strecke liefert. In unserem Fall ergibt dies folgendes Polynom:

<sup>1</sup>Die Wendetangente ist die Tangente an den Wendepunkt in der Anstiegs-Phase der Schrittantwort.

<sup>2</sup>Abbildung 9 ist auf 1 normiert, die Verstärkung unserer Beispielstrecke beträgt 2. An den Werten für die Verzögerungs- und Anstiegszeit oder am Ausmessen der Schrittantwort ändert sich dadurch nichts

<sup>3</sup>Die Methode `p_sani` wurde zu Beginn des Projektes in einer Matlab-Implementation zur Verfügung gestellt und anschliessend für unser Tool in Java übersetzt.

Sie kann aus der Verzögerungszeit, der Anstiegszeit und der Verstärkung der Strecke ein Polynom für deren Übertragungsfunktion vom Grad 1 bis 8 ausrechnen.

Als Eingabeparameter werden die Werte  $T_u$ ,  $T_g$  und  $K_s$  benötigt, als Rückgabewert erhält man ein Array mit den Zeiten  $T_i$  für die Nenner der Faktoren des Polynoms (siehe Gleichung 1).

$$\begin{aligned}
 H_s(s) &= K_s \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \\
 &= 2 \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 0.4134 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 1.4894 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 5.3655 \text{ s}}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Mit einem geeigneten Tool kann man sich den dazugehörigen Plot erstellen lassen.

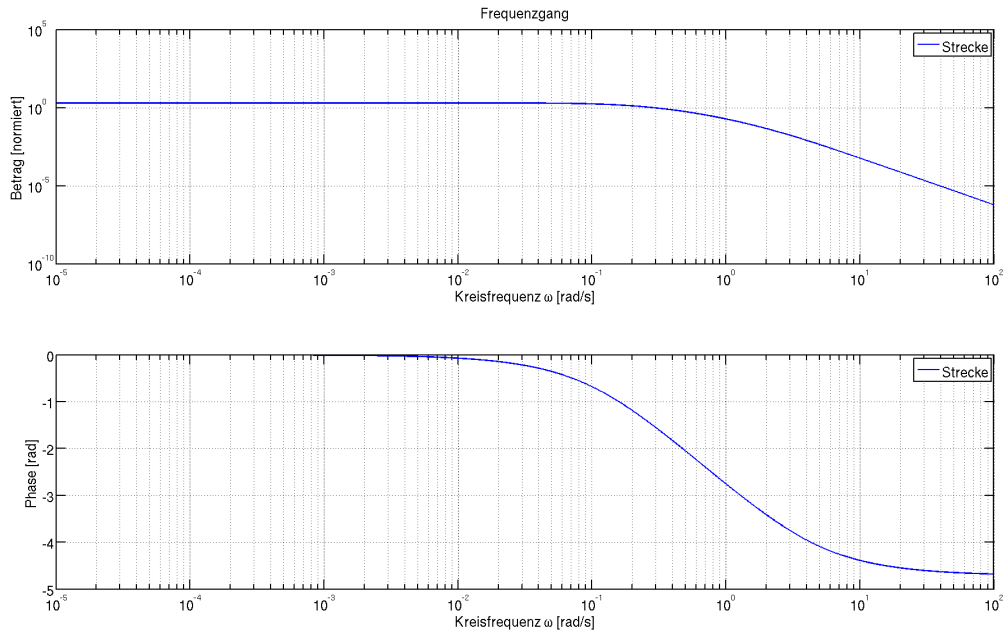


Abbildung 10: Frequenzgang der Strecke

Somit ist der Frequenzgang der Strecke bekannt und man kann mit einer geeigneten Methode den Regler dimensionieren.

### 3.2 Reglerdimensionierung mittels Faustformeln

Im Praxiseinsatz stehen für die Dimensionierung von Reglern einfache Berechnungsformeln zur Verfügung. Diese liefern Einstellwerte anhand von  $T_u$ ,  $T_g$  und  $K_s$ . An dieser Stelle wird daher unsere Beispielstrecke zuerst mit einigen der gängigen Faustformeln dimensioniert, um das Ergebnis anschließend mit dem Resultat der Phasengangmethode vergleichen zu können.

Faustformel	PI-Regler		PID-T1-Regler		
	$T_n$	$K_p$	$T_n$	$T_v$	$K_p$
Chiens, Hrones, Reswick (0% Überschwingen) [?], [?]	$1.2 \cdot T_g$	$\frac{0.35}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$T_g$	$0.5 \cdot T_u$	$\frac{0.6}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
Chiens, Hrones, Reswick (20% Überschwingen) [?], [?]	$T_g$	$\frac{0.6}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$1.35 \cdot T_g$	$0.47 \cdot T_u$	$\frac{0.95}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
Oppelt [?]	$3 \cdot T_u$	$\frac{0.8}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0.42 \cdot T_u$	$\frac{1.2}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$

Faustformel	PI-Regler		PID-T1-Regler		
	$T_n$	$K_p$	$T_n$	$T_v$	$K_p$
Rosenberg [?]	$3.3 \cdot T_u$	$\frac{0.91}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0.45 \cdot T_u$	$\frac{1.2}{T_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$

**Tabelle 1:** Faustformeln zur Reglerdimensionierung

Setzt man die Werte für  $K_s$ ,  $T_u$ ,  $T_g$  in diese Formeln ein, ergibt sich Folgendes:

Faustformel	PI-Regler		PID-T1-Regler		
	$T_n$	$K_p$	$T_n$	$T_v$	$K_p$
Chiens, Hrones, Reswick (0% Überspringen) [?], [?]	10.68 s	1.42	8.9 s	0.55 s	2.43
Chiens, Hrones, Reswick (20% Überspringen) [?], [?]	8.9 s	2.43	12.02 s	52 s	3.84
Oppelt [?]	3.3 s	3.24	2.2 s	0.46 s	4.85
Rosenberg [?]	3.63 s	3.68	2.2 s	0.50 s	4.85

**Tabelle 2:** Reglerparameter bestimmt mit Faustformeln aus Tabelle 1

### 3.3 Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode: PI-Regler

Es werden nun anhand der Phasengangmethode sowohl ein PI- wie auch ein PID-Regler für die in Abschnitt 3.1 ausgemessene Strecke dimensioniert (siehe nächster Abschnitt für PID-Regler).

Tabelle 3 fasst die häufig verwendeten Begriffe in einer Übersicht zusammen:

$H_s(j\omega)$	Übertragungsfunktion der Regelstrecke
$A_s(j\omega) =  H_s(j\omega) $	Amplitudengang der Regelstrecke
$\varphi_s(j\omega) = \arg(H_s(j\omega))$	Phasengang der Regelstrecke
$H_r(j\omega)$	Übertragungsfunktion des Reglers
$A_r(j\omega) =  H_r(j\omega) $	Amplitudengang des Reglers
$\varphi_r(j\omega) = \arg(H_r(j\omega))$	Phasengang des Reglers
$H_o(j\omega) = H_s \cdot H_r(j\omega)$	Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises
$A_o(j\omega) =  H_o(j\omega) $	Amplitudengang des offenen Regelkreises
$\varphi_o(j\omega) = \arg(H_o(j\omega)) = \varphi_s(j\omega) + \varphi_r(j\omega)$	Phasengang des offenen Regelkreises
$H_{rpid} = K_{rk} \left[ \frac{(1+sT_{nk})(1+sT_{vk})}{sT_{nk}} \right]$	Übertragungsfunktion des PID-Reglers (bodekonform)
$H_{rpi} = K_{rk} \left[ 1 + \frac{1}{sT_{nk}} \right]$	Übertragungsfunktion des PI-Reglers (bodekonform)

**Tabelle 3:** Die wichtigsten Begriffsdefinitionen



## Ziel

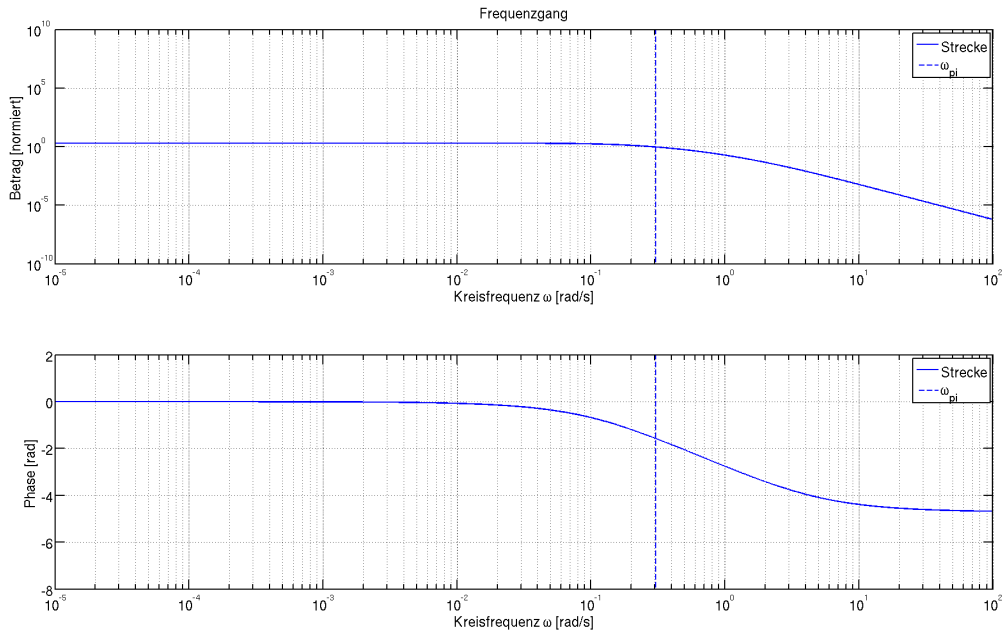
Das Ziel ist die Bestimmung der Parameter  $K_{rk}$  und  $T_{nk}$  in der Übertragungsfunktion des Reglers:

$$H_{rpi} = K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}} \right] \quad (2)$$

## 1 Bestimmung der Reglerfrequenz $\omega_{pi}$

Zuerst wird im Phasengang der Strecke die Frequenz  $\omega_{pi}$  bestimmt, für welche die Phase der Strecke  $-90^\circ$  beträgt, ersichtlich in Abbildung 11<sup>4</sup>.

$$\varphi_s(\omega_{pi}) = -90^\circ \quad (3)$$



**Abbildung 11:**  $\omega_{pi}$  eingetragen (vertikale gestrichelte Linie).

Wie man aus Abbildung 11 ablesen kann, liegt dieser Wert für  $\omega_{pi}$  in unserem Beispiel bei ungefähr  $0,3 \text{ s}^{-1}$ . Die Kontrollrechnung mittels Matlab ergibt:

$$\omega_{pi} = 0,3039 \text{ s}^{-1} \quad (4)$$

<sup>4</sup>Der Winkel stellt keinen endgültigen Wert dar. Dieser wurde von Jakob Zellweger fixiert, um eine grafische Evaluation überhaupt zu ermöglichen. Durch Anpassung dieses Wertes kann je nach Regelstrecke das Regelverhalten weiter optimiert werden.

## 2 Bestimmung von $T_{nk}$

Damit kann nun  $T_{nk}$  direkt bestimmt werden<sup>5</sup>:

$$T_{nk} = \frac{1}{\omega_{pi}} = \frac{1}{0.3039 \text{ s}^{-1}} = 3.2902 \text{ s} \quad (5)$$

## 3 Bestimmung der Durchtrittsfrequenz $\omega_d$

Die Durchtrittsfrequenz ist die Frequenz, bei der eine betrachtete Übertragungsfunktion eine Verstärkung von 0 dB = 1 aufweist. In der Phasengangmethode soll sie so festgelegt werden, dass der offene Regelkreis Gleichung 6 erfüllt. Dabei ist für  $\varphi_s$  abhängig vom gewünschten Überschwingverhalten ein Wert aus Tabelle 4 auszuwählen<sup>6</sup>. Nach dem Festlegen der Durchtrittsfrequenz wird dann im nächsten Abschnitt die Verstärkung des Reglers noch angepasst.

$$\varphi_o(\omega_d) = \varphi_s. \quad (6)$$

Überschwingen	0%	16.3%	23.3%
$\varphi_s$	−103.7°	−128.5°	−135°

**Tabelle 4:** Werte für  $\varphi_s$

Um Gleichung 6 auswerten zu können, wird der Phasengang des *offenen Regelkreises* benötigt. Dazu wird der in Gleichung 5 erhaltene Wert für  $T_{nk}$  in die Übertragungsfunktion des Reglers (Gleichung 2) eingesetzt.  $K_{rk}$  ist noch unbekannt, hat aber auf die Phase keinen Einfluss und wird somit vorerst einfach auf 1 gesetzt.

$$\begin{aligned} H_{rpi} &= K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}} \right] \\ &= 1 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot 3.2902 \text{ s}} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

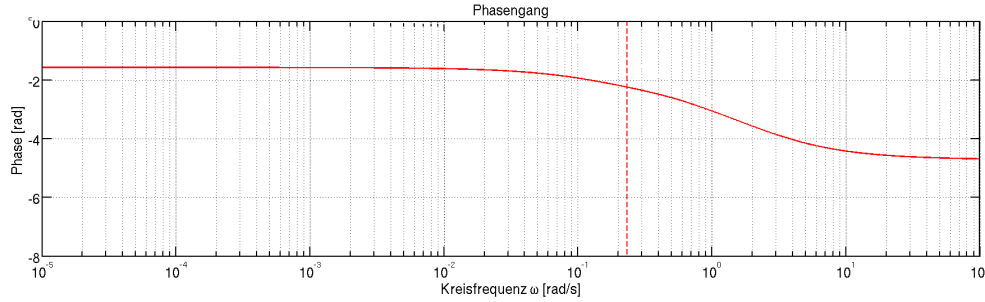
Daraus kann nun der Frequenzgang des offenen Regelkreises (Übertragungsfunktion  $H_o$ , Amplitudengang  $A_o$ , Phasengang  $\varphi_o$ ) bestimmt werden.

$$\begin{aligned} H_o(s) &= H_{rpi}(s) \cdot H_s(s) \\ &= \left( K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}} \right] \right) \cdot K_s \cdot \left( \frac{1}{1 + s \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \right) \\ &= \left( 1 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot 3.2902 \text{ s}} \right] \right) \cdot 2 \cdot \left( \frac{1}{1 + s \cdot 0.4134 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 1.4894 \text{ s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 5.3655 \text{ s}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

<sup>5</sup>Um die Akkumulation von Ungenauigkeiten zu minimieren, werden bei diesen Berechnungen die genauen Werte aus Matlab verwendet und nicht die gerundeten Zwischenresultate, was zu Abweichungen zu den von Hand berechneten Ergebnissen führen kann.

<sup>6</sup>Die Werte für  $\varphi_s$  aus Tabelle 4 stellen keine abschliessende Auflistung dar und sind lediglich als Anhaltspunkte zu betrachten. Weicht das Verhalten des geschlossenen Regelkreises am Schluss zu stark vom gewünschten Ergebnis ab, besteht durch die Wahl anderer Werte für  $\varphi_s$  die Möglichkeit weiterer Optimierung.

Von besonderem Interesse ist der Phasengang  $\varphi_o(j\omega)$  dieser Übertragungsfunktion (siehe Tabelle 3). Wie Anfangs spezifiziert, soll ein maximales Überspringen von ca. 16.3% angestrebt werden. Dazu muss gemäss Tabelle 4 die Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  gefunden werden, an welcher der offene Regelkreis eine Phase von  $-128.5^\circ$  aufweist (Gleichung 6). In Abbildung 12 kann dies grafisch verifiziert werden.



**Abbildung 12:** Phasengang  $\varphi_o(j\omega)$  des offenen Regelkreises mit eingetragener Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  (vertikale gestrichelte Linie). Wie man sieht, weist der offene Regelkreis unseres Beispiels bei dieser Kreisfrequenz eine Phase von  $-128.5^\circ$  auf (etwa  $-2.24$  rad).

Dies ergibt:

$$\omega_d = 0.2329 \text{ s}^{-1} \quad (9)$$

#### 4 Bestimmung der Reglerverstärkung $K_{rk}$

Im letzten Schritt muss nun wie im vorherigen Abschnitt erwähnt die Verstärkung  $K_{rk}$  des Reglers noch angepasst werden, damit der offene Regelkreis bei der angestrebten Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  auch effektiv eine Verstärkung von 1 aufweist. Dazu wird  $j\omega_d$  in Gleichung 8 für den Parameter  $s$  eingesetzt und  $|H_o(j\omega_d)| = 1$  gesetzt.

$$\begin{aligned} A_o &= |H_o(j\omega_d)| = |H_{rpi}(j\omega) \cdot H_s(j\omega)| \\ &= \left| \left( K_{rk} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{j \cdot \omega_d \cdot T_{nk}} \right] \right) \cdot K_s \cdot \left( \frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_2} \right) \right| \quad (10) \\ &= 1 \end{aligned}$$

Mit den Werten

$$\begin{aligned} K_s &= 2 \\ T_{nk} &= 3.2902 \text{ s} \\ T_1 &= 0.4134 \text{ s} \\ T_2 &= 1.4894 \text{ s} \\ T_3 &= 5.3655 \text{ s} \\ \omega_d &= 0.2329 \text{ rad s}^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

löst man Gleichung 10 nun nach  $K_{rk}$  auf und erhält:

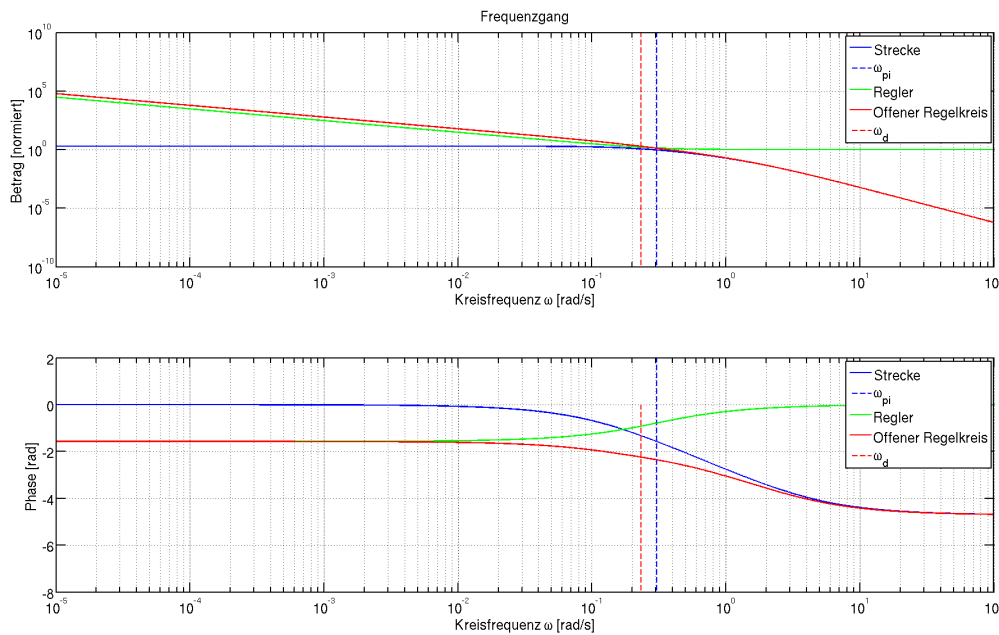
$$K_{rk} = 0.517577 \quad (12)$$

## 5 Resultat

Somit ist der PI-Regler vollständig bestimmt und hat folgende Form:

$$H_{rpi} = 0.518 \cdot \left[ 1 + \frac{1}{s \cdot 3.29 \text{ s}} \right] \quad (13)$$

In Abbildung 13 sind die wichtigsten Werte für diesen Prozess nochmals in einer Übersicht zusammengefasst.



**Abbildung 13:** Frequenzgang des Reglers (grün), der Strecke (blau) und des offenen Regelkreises (rot).

Fix vertical  
line  $\omega_d$

### 3.4 Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode: PID-Regler

#### Ziel

Das Ziel ist die Bestimmung der Parameter  $K_{rk}$ ,  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$  in der Übertragungsfunktion des Reglers:

$$H_{rpid} = K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot T_{nk}) \cdot (1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}} \right] \quad (14)$$

#### 1 Bestimmung der Reglerfrequenz $\omega_{pid}$

Analog zum PI-Regler wird zuerst im Phasengang der Strecke die Frequenz  $\omega_{pid}$  bestimmt, für welche die Phase einen bestimmten Wert aufweist, nur wird hier  $-135^\circ$  benutzt <sup>7</sup>:

$$\varphi_s(\omega_{pid}) = -135^\circ \quad (15)$$

In unserem Beispiel ergibt dies:

$$\omega_{pid} = 0.6714 \text{ s}^{-1} \quad (16)$$

Eine grafische Überprüfung kann anhand von Abbildung 14 durchgeführt werden.

## 2 Steigung des Phasengangs bei der Reglerfrequenz

Anschliessend wird die Steigung des Phasengangs  $\varphi_s$  der Strecke bei der Frequenz  $\omega_{pid}$  bestimmt. Ausgangspunkt dafür ist die von `p_sani` bestimmte Übertragungsfunktion der Strecke (siehe Gleichung 1).

$$\left. \frac{d\varphi_s}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} = \left. \frac{d(\arg(H_s(j\omega)))}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} = -1.5124 \text{ s} \quad (17)$$

 Einheit  
überprüfen

## 3 Hilfsparameter $\beta$

Zwischen den Steigungen der Phasen des offenen Regelkreises ( $\varphi_o$ ), der Strecke ( $\varphi_s$ ) und des Reglers ( $\varphi_r$ ) gilt gemäss Tabelle 3 folgende Beziehung:

$$\varphi_o = \varphi_s + \varphi_r \quad (18)$$

Da die Ableitung eine lineare Funktion ist, gilt somit auch:

$$\frac{d\varphi_o}{d\omega} = \frac{d\varphi_s}{d\omega} + \frac{d\varphi_r}{d\omega} \quad (19)$$

Diese Beziehungen können auch gut in Abbildung 14 von Hand überprüft werden.

Es soll nun gelten:

$$\left. \frac{d\varphi_o}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} = -\frac{1}{2} \quad (20)$$

Da  $\frac{d\varphi_s}{d\omega}$  durch die Strecke gegeben und somit unveränderlich ist, kann lediglich der Wert von  $\frac{d\varphi_r}{d\omega}$  angepasst werden, damit  $\frac{d\varphi_o}{d\omega}$  Gleichung 20 erfüllt.

Dazu führt man den Hilfsparameter  $\beta$  ein, für den gilt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{vk}} &= \frac{\omega_{pid}}{\beta} \\ \frac{1}{T_{nk}} &= \omega_{pid} \cdot \beta \\ 0 &< \beta \leq 1 \end{aligned} \quad (21)$$

---

<sup>7</sup>Wie auch beim PI-Regler stellt diese Frequenz lediglich einen Ausgangspunkt dar und kann zur weiteren Optimierung des Resultats noch angepasst werden.

Wie in Abbildung 14 gesehen werden kann<sup>8</sup>, liegen die beiden Frequenzen  $\frac{1}{T_{vk}}$  und  $\frac{1}{T_{nk}}$  symmetrisch um den Faktor  $\beta$  respektive  $\frac{1}{\beta}$  oberhalb bzw. unterhalb der Frequenz  $\omega_{pid}$ .

Will man  $\beta$  von Hand berechnen, trifft zuerst eine "vernünftige" Annahme, zum Beispiel:

$$\beta = 0.5 \quad (22)$$

Mit diesem Startwert bestimmt man nun  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$ :

$$\begin{aligned} T_{vk} &= \frac{\beta}{\omega_{pid}} = \frac{0.5}{0.6714 \text{ s}^{-1}} = 0.7447 \text{ s} \\ T_{nk} &= \frac{1}{\omega_{pid} \cdot \beta} = \frac{1}{0.6714 \text{ s}^{-1} \cdot 0.5} = 2.9789 \text{ s} \end{aligned} \quad (23)$$

Die somit erhaltenen Werte setzt man in Gleichung 14 ein, zusammen mit dem Wert für  $\omega_{pid}$  aus Gleichung 16. Da  $K_{rk}$  noch unbekannt ist, aber auf den Phasengang keinen Einfluss hat, setzt man vorerst  $K_{rk} = 1$ , um weiterrechnen zu können.

$$\begin{aligned} H_{rpid} &= K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + j\omega \cdot T_{nk}) \cdot (1 + j\omega \cdot T_{vk})}{j\omega \cdot T_{nk}} \right] \\ &= 1 \cdot \left[ \frac{(1 + j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}) \cdot (1 + j\omega \cdot 0.7447 \text{ s})}{j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

Von dieser Gleichung bestimmt man nun den Phasengang und wertet danach dessen Ableitung an der Stelle  $\omega = \omega_{pid}$  aus. Die zugehörige Rechnung kann in Anhang A gefunden werden.

$$\begin{aligned} \varphi_r(j\omega) &= \arg(H_{rpid}(j\omega)) \\ \left. \frac{d\varphi_r}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} &= 1.1920 \text{ s} \end{aligned} \quad (25)$$

Setzt man dies in Gleichung 18 ein, erhält man:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\varphi_o}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}, \beta=0.5} &= \left. \frac{d\varphi_s}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}} + \left. \frac{d\varphi_r}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{pid}, \beta=0.5} \\ &= -1.5124 \text{ s} + 1.1920 \text{ s} \\ &= -0.3204 \text{ s} \\ &> -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (26)$$

Mit  $\beta = 0.5$  erhält man also eine zu hohe Steigung des offenen Regelkreises an der Stelle  $\omega_{pid}$ , folglich muss  $\beta$  *verkleinert* werden. Diese Berechnungen werden nun mit jeweils neuen Werten für  $\beta$  solange wiederholt, bis die Steigung des offenen Regelkreises die gewünschte Nähe zu  $-\frac{1}{2}$  aufweist.

Da die manuelle Iterierung dieses Prozesses enorm viel Zeit in Anspruch nimmt, bietet sich hier eine Automatisierung an. Die Berechnung mittels eines geeigneten Algorithmus in Matlab liefert schlussendlich folgendes Ergebnis:

Allenfalls  
Matlab-  
Algo in  
Anhang  
und Ver-  
weis

$$\begin{aligned}\beta &= 0.2776 \\ T_{vk} &= \frac{\beta}{\omega_{pid}} = 0.4134 \text{ s} \\ T_{nk} &= \frac{1}{\omega_{pid} \cdot \beta} = 5.3656 \text{ s}\end{aligned}\quad (27)$$

Diese Werte sind in ebenfalls in 14 eingetragen.

Sollte man für  $\beta$  einen komplexen Wert erhalten, wird  $\beta = 1$  gesetzt.

Wie kann  
dies egtl.  
passieren?

#### 4 Durchtrittsfrequenz $\omega_d$

Als letzte Unbekannte verbleibt die Verstärkung  $K_{rk}$ . Wie auch beim PI-Regler ist zum Finden der Verstärkung die Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  zu bestimmen, um anschliessend mit deren Hilfe  $K_{rk}$  auszurechnen.

Die Resultate aus Gleichung 27 werden in Gleichung 14 eingesetzt.  $K_{rk}$  ist immer noch unbekannt, und wird daher vorerst bei 1 belassen.

$$H_{rpid} = K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot T_{nk}) \cdot (1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}} \right] = 1 \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot 5.3656 \text{ s}) \cdot (1 + s \cdot 0.4134 \text{ s})}{s \cdot 5.3656 \text{ s}} \right] \quad (28)$$

Es interessiert hier der Phasengang des offenen Regelkreises (auch eingetragen in Abbildung 14), wozu die Übertragungsfunktion der Strecke (siehe Gleichung 1) mit der soeben bestimmten provisorischen Übertragungsfunktion des Reglers (Gleichung 28) multipliziert wird.

$$H_o(j\omega) = H_{rpid}(j\omega) \cdot H_s(j\omega) \quad (29)$$

Nun wird die Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$  bestimmt, an welcher der offene Regelkreis eine Verstärkung von 0 dB = 1 aufweisen soll. Wie auch beim PI-Regler werden wir hier ein Überspringen von 16.3% anstreben, womit gemäss Tabelle 4 gilt:

$$\varphi_s(\omega_d) = \varphi_s = -128.5^\circ \quad (30)$$

Dieser Wert wird analog zum PI-Regler aus dem Phasengang des offenen Regelkreises abgelesen (siehe Abbildung 14). Eine Nachrechnung mittels Matlab ergibt:

$$\omega_d = 0.5341 \text{ s}^{-1} \quad (31)$$

<sup>8</sup>Man beachte dabei, dass der Plot logarithmisch skaliert ist. Eine identische Wegstrecke zwischen zwei Punkte-Paaren auf der Frequenzachse bedeutet also, dass diese um denselben *Faktor* auseinander liegen, und nicht, dass die Differenz zwischen den jeweiligen Punkten identisch ist. Im Falle der Punkte-Paare  $[\frac{1}{T_{nk}}, \omega_{pid}]$  und  $[\omega_{pid}, \frac{1}{T_{vk}}]$  ist dieser Faktor  $\beta$ , wie in Gleichung 21 ersichtlich.

## 5 Bestimmung der Reglerverstärkung $K_{rk}$

Im letzten Schritt wird nun der Amplitudengang des offenen Regelkreises an der Stelle  $\omega_d$  gleich 1 gesetzt und diese Gleichung nach  $K_{rk}$  aufgelöst:

$$\begin{aligned}
 A_o(j\omega_d) &= |H_o(j\omega_d)| = |H_{rpid}(j\omega_d) \cdot H_s(j\omega_d)| \\
 &= \left| K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + j\omega_d \cdot T_{nk}) \cdot (1 + j\omega_d \cdot T_{vk})}{j\omega_d \cdot T_{nk}} \right] \right| \\
 &\quad \cdot \left| K_s \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_2} \right| \\
 &= 1
 \end{aligned} \tag{32}$$

Die einzusetzenden Werte sind:

$$\begin{aligned}
 K_s &= 2 \\
 T_1 &= 0.4134 \text{ s} \\
 T_2 &= 1.4894 \text{ s} \\
 T_3 &= 5.3655 \text{ s} \\
 T_{nk} &= 5.3656 \text{ s} \\
 T_{vk} &= 0.4134 \text{ s} \\
 \omega_d &= 0.5341 \text{ s}^{-1}
 \end{aligned} \tag{33}$$

Womit man für die Verstärkung den Wert

$$K_{rk} = 1.83084 \tag{34}$$

erhält.

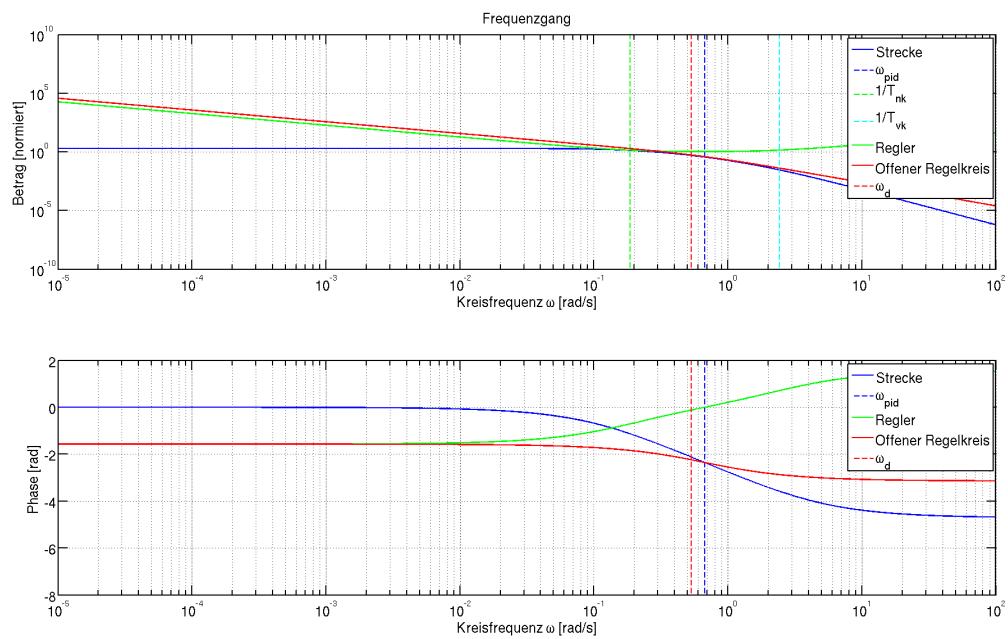
## 6 Resultat

Somit ist der Regler vollständig bestimmt und hat folgende Übertragungsfunktion:

$$H_{rpid}(s) = 1.83084 \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot 5.3656 \text{ s}) \cdot (1 + s \cdot 0.4134 \text{ s})}{s \cdot 5.3656 \text{ s}} \right] \tag{35}$$

Zusammenfassend sind in Abbildung 14 die verschiedenen Frequenzgänge und Frequenzen eingetragen.





**Abbildung 14:** Frequenzgang der Strecke (blau), des Reglers (grün) und des offenen Regelkreises (rot). Ebenfalls eingetragen sind die Reglerfrequenz  $\omega_{pid}$ , die beiden Frequenzen  $\frac{1}{T_{vk}}$  und  $\frac{1}{T_{nk}}$  sowie die Durchtrittsfrequenz  $\omega_d$ .

### 3.5 Umrechnung zwischen bodekonformer und reglerkonformer Darstellung

Die Formeln in Tabelle 5 dienen zur Umrechnung zwischen der bodekonformen Darstellung und der reglerkonformen Darstellung. Nähere Informationen zu den verschiedenen Darstellungsarten können der Quelle [?] entnommen werden.

	bodekonform $\rightarrow$ reglerkonform	reglerkonform $\rightarrow$ bodekonform
PI	$T_n = T_{nk}$	$K_{rk} = K_r$
PID	$T_n = T_{nk} + T_{vk} - T_p$ $T_v = \frac{T_{nk} \cdot T_{vk}}{T_{nk} + T_{vk} - T_p} - T_p$ $K_r = K_{rk} \cdot \left(1 + \frac{T_{vk} - T_p}{T_{nk}}\right)$	$T_{nk} = 0.5 \cdot (T_n + T_p) \cdot (1 + \epsilon)$ $T_{vk} = 0.5 \cdot (T_n + T_p) \cdot (1 - \epsilon)$ $K_{rk} = 0.5 \cdot K_r \cdot \left(1 + \frac{T_p}{T_{nk}}\right) \cdot (1 + \epsilon)$
	wobei $\epsilon^2 = 1 - (4 \cdot T_n \cdot \frac{T_v - T_p}{(T_n + T_p)^2})$	

**Tabelle 5:** Formeln zur Umrechnung zwischen bode- zu reglerkonformer Darstellung [?], [?]

Für die Berechnungen in diesem Projekt wird, wenn nicht anders angegeben, mit  $T_p = \frac{1}{10} \cdot T_v$  gerechnet.

Allenfalls noch ein paar kurze Sätze zum Sinn dieser Übung? Sonst wird nirgends darauf wirklich Bezug genommen, Abschnitt ist ein wenig ohne Kontext in der Landschaft.

## 4 Software

Zweck der Applikation ist die Dimensionierung eines Reglers ausgehend von einer Strecke und der zugehörigen Schrittantwort. Abschliessend werden die numerischen Parameter des dimensionierten Reglers ausgegeben sowie die Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises grafisch dargestellt.

Die Software ist im bekannten *Model-View-Controller*-Pattern aufgebaut.

### 4.1 View

Die *View* ist aus zwei übergeordneten Panels aufgebaut. Im linken Panel befinden sich Ein- und Ausgabefelder für numerische Werte, im rechten Panel werden die zugehörigen Plots dargestellt.

Im Bereich 1 werden die Parameter der vermessenen Strecke eingegeben. Darunter befinden sich die Schaltflächen zur Wahl zwischen der Dimensionierung eines PI- respektive eines PID-T1-Reglers.

Das Panel *Reglerwerte* dient hauptsächlich der Ausgabe der berechneten Reglerwerte mittels der verschiedenen Berechnungsmethoden. Ebenfalls kann für die Phasengangmethode die Zeitkonstante  $T_p$  spezifiziert werden.

Der obere Bereich des rechten Panels beinhaltet zwei Slider zur Eingabe des gewünschten Überschwingens respektive des Phasenrands.

Im unteren Bereich werden die Plots der mittels Faustformeln und Phasengangmethode errechneten Resultate ausgegeben. Zu jeder Faustformel wird die zugehörige Schrittantwort abgebildet. Die Resultate der Phasengangmethode werden durch drei Kurven dargestellt. Eine Kurve benutzt den Standardwert des Phasenrands gemäss Zellweger , die beiden anderen Kurven basieren auf Benutzereingaben für einen oberen und unteren Offset des Phasenrandes im Bereich von  $-45^\circ$  bis  $+45^\circ$ .

### 4.2 Controller

Der *Controller* ist verantwortlich für die Steueraufgaben und erzeugt den Regler. Da *Regler* übersetzt auf Englisch *Controller* ist, heisst die generische Reglerklasse in unserer Software **Controller**. Die Klasse, welche die die Rolle des *Controller* im Kontext von *Model-View-Controller* wahrnimmt, heisst daher **GUIController**, um Namenskonflikte zu vermeiden.

### 4.3 Model

Leserführung Model. Ausschnitt Klassendiagramm, Verweis auf gesamtes Diagramm.

### 4.4 Benutzungs-Beispiel (Use-Case)

Leserführung Use-Case. Ausschnitt Klassendiagramm, Verweis auf gesamtes Diagramm.

Verweis auf  
Klassendiagramm

Image  
Gesamt-  
GUI

Image Pa-  
nel Schrit-  
tantwort  
vermessen

Image Re-  
ferenzen

Image  
Buttons  
PI-, PID-  
T1-Regler

Check: kor-  
rekter Be-  
griff

Image Pa-  
nel Phasen-  
gangmetho-  
de

Image Pa-  
nel rechts

Einfügen  
Wert, Refer-  
enz

## 5 Tests

Entwurf

## 6 Schlussfolgerungen

Das Projekt wurde erfolgreich abgeschlossen und alle Punkte des ursprünglichen Auftrages erfüllt. Aus den Eingabewerten wird das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises berechnet und graphisch dargestellt. Die Auftragserweiterungen wurden eingebaut, sodass man den Regler mit der Phasengangmethode dimensionieren und die Knickfrequenz und das Überspringen manuell verändert werden kann.

Die vor der Erweiterung des Auftrags geplanten graphische Ausgabe des Amplitudengangs und der Strecke sowie die Schieberegler für das Verändern der Reglerwerte wurden weggelassen. Der Grund für diesen Entscheid war die Möglichkeit durch die hohe Rechenleistung den Regler echtzeit zu dimensionieren.

Als Erweiterung könnten die Streckenwerte ausgegeben und die Strecke gezeichnet werden. Ausserdem könnte das automatische Einlesen der Streckenwerte aus einer graphisch Form hinzugefügt werden. Das Tool würde an die eingelesene Kurve die Wendetangente legen und die Werte ablesen. Das Ablesen könnte mit der Monte-Carlo-Studie verfeinert werden.

### Ehrlichkeitserklärung

Mit der Unterschrift bestätigt der Unterzeichnende (Projektleiterin), dass das Dokument selbst geschrieben worden ist und alle Quellen sauber und korrekt deklariert worden sind.

Anita Rosenberger: \_\_\_\_\_

Ort, Datum: \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

Entwurf

## A Manuelle Berechnung des Hilfsparameteres $\beta$

Der erste Iterationsschritt der in Abschnitt 3.4 erwähnten manuellen Berechnung des Hilfsparameteres  $\beta$  ist hier im Detail ausgeführt.

Zur Rekapitulation eine kurze Wiederholung der Ausgangslage:

$$\begin{aligned}
 \omega_{pid} &= 0.6714 \text{ s}^{-1} \\
 T_{vk} &= \frac{\beta}{\omega_{pid}} = \frac{0.5}{0.6714 \text{ s}^{-1}} = 0.7447 \text{ s} \\
 T_{nk} &= \frac{1}{\omega_{pid} \cdot \beta} = \frac{1}{0.6714 \text{ s}^{-1} \cdot 0.5} = 2.9789 \text{ s} \\
 K_{rk} &= 1
 \end{aligned} \tag{36}$$

Diese Werte eingesetzt in Gleichung 14 ergeben:

$$\begin{aligned}
 H_{rpid}(j\omega) &= K_{rk} \cdot \left[ \frac{(1 + s \cdot T_{nk})(1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}} \right] \\
 &= 1 \cdot \left[ \frac{(1 + j\omega \cdot 0.7447 \text{ s})(1 + j\omega \cdot 2.9789 \text{ s})}{j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \right] \\
 &= \frac{1 + j\omega \cdot (2.9789 \text{ s} + 0.7447 \text{ s}) - \omega^2 \cdot 0.7447 \text{ s} \cdot 2.9789 \text{ s}}{j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \\
 &= \frac{1 - 2.2184 \text{ s}^2 \cdot \omega^2 + j\omega \cdot 3.7236 \text{ s}}{j\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \\
 &= \frac{-\omega \cdot 3.7236 \text{ s} + j(1 - \omega^2 \cdot 2.2184 \text{ s}^2)}{\omega \cdot 2.9789 \text{ s}} \\
 &= -1.250 + j \cdot (\omega^{-1} \cdot 0.3357 \text{ s}^{-1} - \omega \cdot 0.7450 \text{ s})
 \end{aligned} \tag{37}$$

Von dieser Zahl gilt es nun, das Argument zu bestimmen und abzuleiten.  $H_{rpid}(j\omega)$  ist eine komplexe Zahl in der linken Halbebene ( $Re < 0$ ), somit kommen folgende Formeln zur Berechnung des Arguments in Frage:

$$\begin{aligned}
 \varphi(Re + j \cdot Im) &= \text{atan}\left(\frac{Im}{Re}\right) + \pi & Re < 0 \wedge Im \geq 0 \\
 \varphi(Re + j \cdot Im) &= \text{atan}\left(\frac{Im}{Re}\right) - \pi & Re < 0 \wedge Im < 0
 \end{aligned} \tag{38}$$

Da aber in diesem Fall lediglich die *Ableitung* von  $\varphi$  benötigt wird, fällt der Summand  $\pm\pi$  weg und welche Formel für die Berechnung des Arguments verwendet wird, ist ohne Konsequenz.

$$\begin{aligned}
 \varphi(H_{rpid}(j\omega)) &= \text{atan}\left(\frac{\omega^{-1} \cdot 0.3357 \text{ s}^{-1} - \omega \cdot 0.7450 \text{ s}}{-1.250}\right) \pm \pi \\
 &= \text{atan}\left(\omega^{-1} \cdot -0.2686 \text{ s}^{-1} - \omega \cdot 0.5960 \text{ s}\right) \pm \pi
 \end{aligned} \tag{39}$$

Die Ableitung des Arkustangens ist:

$$\frac{d}{dx} \operatorname{atan}(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad (40)$$

Mit

$$x(j\omega) = \omega^{-1} \cdot -0.2686 \text{ s}^{-1} - \omega \cdot 0.5960 \text{ s} \quad (41)$$

folgt

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} \varphi(H_{rpid}(j\omega)) &= \frac{d}{dx} \operatorname{atan}(x(j\omega)) \cdot \frac{d}{d\omega} x(j\omega) \\ &= \frac{0.5960 + \omega^{-2} \cdot 0.2686 \text{ s}^2}{1 + (\omega \cdot 0.5960 \text{ s} - \omega^{-1} \cdot 0.2686 \text{ s}^{-1})^2} \\ &\approx 1.1920 \end{aligned} \quad (42)$$

Wie in Gleichung 26 gezeigt, ist dies noch nicht der gesuchte Wert für  $\beta$ . Für den nächsten Iterationsschritt würde nun ein kleinerer Wert gewählt (z.B.  $\beta = 0.25$ ), der zu neuen Werten für  $T_{nk}$  und  $T_{vk}$  führen würde, mit denen dann die Berechnungen aus Gleichungen 37 bis 42 erneut ausgeführt würden. Bei zufriedenstellender Nähe der Steigung des offenen Regelkreises zu  $-\frac{1}{2}$  ist die Iteration beendet.