Fachhochschule Nordwestschweiz
Hochschule für Technik

Reglerdimensionierung mittels Phasengangmethode

Fachbericht

21. Mai 2015

Studiengang	EIT
Modul	Projekt 2
Team	4
Auftraggeber	Peter Niklaus
Fachcoaches	Peter Niklaus, Richard Gut, Pascal Buchschacher, Anita Gertiser
Autoren	Anita Rosenberger, Benjamin Müller, Manuel Suter, Florian Alber, Raphael Frey
Version	`Entwurf`

Abstract

Im Gebiet der Regelungstechnik ist das Dimensionieren von Regler eine zentrale Aufgabe, da mit der korrekten Einstellung der Regler stabil und die Differenz zwischen Ist und Soll-Wert möglichst klein ist.
Die Phasengangmethode ist eine ursprünglich eine graphische Berechnungsart, welche anhand der Schrittantwort die Reglerwerte berechnet. Die Aufgabe der Implementierung dieser Methode in Java war die Hauptaufgabe.

Die Ziel dieses Projektes war, ein benutzerfreundliches Softwaretool, das heisst auch für ein ungeübter Regelungstechniker benutzen kann, zu entwickeln, welches anhand der Phasengangmethode die Dimensionierung eines PI und PID Reglers durchführt. Die Ausgabe des Tools soll anhand der Eingabe der Schrittantwortwerte die numerische wie auch die graphische Lösung ausgeben.

Die Phasengangmethode und die als Vergleich angewendete Faustformeln wurden in Matlab geschrieben und mit Referenzdaten getestet. Die Implementierung in Java war ein zweistufiger Prozess, in welchem zuerst die matlabtypischen Berechungsfunktionen ausprogrammiert und im zweiten Schritt die Regeldimensionierung implementiert wurden.

Das Softwaretool besitzt eine graphische Benutzeroberfläche, über welche auf der linken Seite die Werte der Schrittantwort eingelesen und die numerserischen Lösungen des Reglers ausgegeben und über die rechte Seite die graphischen Lösungen dargestellt werden.

Das Zentrale an der Lösung ist die Berechungungseschwindigkeit mit welcher das Tool arbeitet. Dies ermöglicht eine Ëchtzeit"Dimensionierung des Reglers. Das Neue an dieser Lösung ist das Einbinden der Phasengangmethode in ein Reglerdimensionierungstool.

Projekt P2 - Aufgabenstellung vom Auftraggeber (FS_2015)

Reglerdimensionierung mit Hilfe der Schrittantwort

1. Einleitung

In der Praxis werden die klassischen Regler (PI, PID, PD, …) oft mit sog. Faustformeln dimensioniert. Dazu benötigt man bestimmte Informationen der zu regelnden Strecke. Handelt es sich dabei um „langsame Strecken“ mit Zeitkonstanten im Bereich von Sekunden bis Minuten, so ist das Bestimmen und Ausmessen der Schrittantwort oft die einzige Möglichkeit zur Identifikation der Strecke. Typische Beispiele dafür sind Temperaturheizstrecken, welche meistens mit einem PTn-Verhalten modelliert werden können (Kaffeemaschine, Boiler, Raumheizungen, Lötkolben, Warmluftfön, usw.).
Die Schrittanwort wird mit Hilfe einer Wendetangente vermessen und die Kenngrössen Streckenbeiwert (K_s), Verzugszeit (T_u) und Anstiegszeit (T_g) werden bestimmt. Dies kann sowohl von Hand (grafisch) oder auch automatisiert durchgeführt werden, falls die Messdaten elektronisch vorliegen. Mit diesen drei Kenngrössen können mit Hilfe sog. Faustformeln PI- und PID-Regler dimensioniert werden (Ziegler/Nichols, Chien/Hrones/Reswick, Oppelt, Rosenberg). Die Faustformeln liefern zwar sehr schnell die Reglerdaten, aber die Schrittantworten der entspr. Regelungen sind teilweise weit vom "Optimum" entfernt und der Regelkreis kann sogar instabil werden. In der Praxis muss man diese "Startwerte" häufig nachoptimieren, damit die Schrittantwort der Regelung die Anforderungen erfüllt.

Die sog. "Phasengangmethode zur Reglerdimensionierung" wurde von Jakob Zellweger (FHNW) entwickelt und liefert Reglerdaten, welche näher am "Optimum" sind und für die Praxis direkt verwendet werden können. Dabei kann das Überschwingen der Schrittantwort vorgegeben werden (z.B. 20%, 10%, 2%, oder aperiodisch). Bei dieser Methode kann also das für viele Anwendungen wichtige Verhalten der Schrittantwort beeinflusst werden. Um die Phasengangmethode anwenden zu können, muss der Frequenzgang der Strecke bekannt sein (analytisch oder numerisch gemessen). Mit Hilfe der Hudzovik-Approximation (oder anderer ähnlicher Verfahren) wird dieses Problem gelöst, in dem vorgängig aus den Kenngrössen der Schrittantwort (K_s, T_u,T_g) eine PTn-Approximation der Strecke erzeugt wird. Mit dem Frequenzgang der PTn-Approximation können dann die Regler dimensioniert werden (I, PI, PID). Die Phasengangmethode war ursprünglich eine grafische Methode, basierend auf dem Bodediagramm der Strecke. Aktuell soll die Methode direkt numerisch im Rechner durchgeführt werden.

In dieser Arbeit geht es um die Entwicklung und Realisierung eines Tools zur **Reglerdimensionierung mit der Phasengangmethode**. Ausgehend von der PTn-Schrittantwort der Strecke sollen "optimale Regler" (PI, PID-T1) dimensioniert werden, wobei das Überschwingen der Regelgrösse vorgegeben werden kann. Zum Vergleich sollen die Regler auch mit den üblichen Faustformeln dimensioniert werden. Wünschenswert wäre auch eine Simulation der Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises, so dass die Dimensionierung kontrolliert und evtl. noch "verbessert" werden könnte.

2. Aufgaben/Anforderungen an Tool

Entwerfen und realisieren Sie ein benutzerfreundliches Tool/Programm/GUI/usw. mit welchem PI- und PID-Regler mit der Phasengangmethode dimensioniert werden können. Dabei sind folgende Anforderungen und Randbedingungen vorgegeben:

- Die zu regelnden Strecken sind PTn-Strecken, wobei entweder die Schrittantwort grafisch vorliegt oder die Kenngrössen K_s, T_u und T_g schon bekannt sind

- Die Bestimmung einer PTn-Approximation wird vom Auftraggeber zur Verfügung gestellt und muss entsprechend angepasst und eingebunden werden (Matlab zu Java)

- Das Überschwingen der Regelgrösse (Schrittantwort) soll gewählt werden können

- Zum Vergleich sind die Regler auch mit den üblichen Faustformeln zu dimensionieren.

- Das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises soll auch berechnet und visualisiert werden (Schrittantwort)

3. Bemerkungen

Die Software und das GUI sind in enger Absprache mit dem Auftraggeber zu entwickeln. Der Auftraggeber steht als Testbenutzer zu Verfügung und soll bei der Evaluation des GUI eingebunden werden. Alle verwendeten Formeln, Algorithmen und Berechnungen sind zu verifizieren, eine vorgängige oder parallele Programmierung in Matlab ist zu empfehlen. Zum Thema der Regelungstechnik und speziell zur Reglerdimensionierung mit der Phasengangmethode werden Fachinputs durchgeführt (Fachcoach).

Literatur

[1] J. Zellweger, *Regelkreise und Regelungen*, Vorlesungsskript.

[2] J. Zellweger, *Phasengang-Methode*, Kapitel aus Vorlesungsskript.

[3] H. Unbehauen, *Regelungstechnik I*, Vieweg Teubner, 2008.

[4] W. Schumacher, W. Leonhard, *Grundlagen der Regelungstechnik*, Vorlesungsskript, TU Braunschweig, 2003.

[5] B. Bate, *PID-Einstellregeln*, Projektbericht, FH Dortmund, 2009.

16.02.2015
Peter Niklaus

Inhaltsverzeichnis

Versionsgeschichte

04.05.2015: `Version 0.01`
06.05.2015: `Version 0.02`

1 Einleitung

referenz script Zellweger

Im Rahmen des Projektes soll ein Tool entwickelt werden, welches einen PI- respektive einen PID-Regler mittels der von Prof. Jakob Zellweger entwickelten Phasengangmethode dimensioniert. Zum Vergleich soll der entsprechende Regler ebenfalls mittels verschiedenen Faustformeln berechnet werden.

Die Phasengangmethode ist eine graphische Methode, die bis anhin mit Stift und Papier durchgeführt wurde. Folglich ist die Ausführung zeitaufwändig, speziell wenn Schrittantworten mit unterschiedlichen Parameterwerten durchgespielt werden sollen. Das Tool soll ausgehend von drei Parametern aus der Schrittantwort der Strecke (Verstärkung K_s, Anstiegszeit T_g, Verzögerungszeit T_u) mittels der Phasengangmethode möglichst ideale Regelparameter berechnen sowie die Schrittantwort des darauf basierenden geschlossenen Regelkreises graphisch darstellen. Die Benutzeroberfläche der Software soll intuitiv sein, sodass sich auch mit dem Thema nicht eingehend vertraute Regelungstechniker einfach zurechtfinden.

mehr/anderer Inhalt?

Die erforderlichen Algorithmen wurden zuerst in Matlab als Prototypen implementiert und anschliessend vollständig in Javakonvertiert. Die graphische Benutzeroberfläche baut ganz auf Java. Um optimale Wartbarkeit, Übersichtlichkeit und Modularität des Codes zu gewährleisten, ist die Software gemäss Model-View-Controllern-Pattern aufgebaut.

Nach der Implementierung in Matlab wurde klar, dass die Berechnung durch die hohe Rechenleistung sehr schnell durchgeführt werden kann und somit eine Dimensionierung des geschlossenen Regelkreises anhand dieser Methode von Herrn Zellweger möglich ist.

Der Bericht gliederte sich in zwei Teile: Der ersten Teil erläutert die theoretischen Grundlagen und darauf aufbauend stellt der zweite Teil der Aufbau der Software dar.

2 Fachlicher Hintergrund

2.1 Grundlagen

Abschnitt verfassen

2.2 Rezepte

Für die Regler-Dimensionierung sowie das grafische Darstellen der Schrittantwort muss die Software einige Berechnungen ausführen. Im folgenden Kapitel werden die wichtigsten Schritte dieser Berechnungen kurz zusammengefasst und erklärt.

Fix Strukturierung

- Bestimmung des Frequenzgangs der Regelstrecke aus Verzögerungszeit T_u, Anstiegszeit T_g und Verstärkung K_s.
- Dimensionierung des Reglers mittels Faustformeln.
- Dimensionierung des Reglers durch Phasengangmethode.
- Umrechung der Regler-Darstellung zwischen bodekonformer und reglerkonformer Darstlelung.
- Berechnung der Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises.

Erklärung

2.3 Frequenzgang der Regelstrecke

Nähere Erläuterungen?

Bildliche Illustration einer Schrittantwort der Strecke und des zugehörigen Frequenzgangs?

Für die Identifikation des Freqeunzgangs steht die Matlab-Funktion `p2_sani.m` zur Verfügung, welche in der Lage ist, PTn Strecken mit einem Grad zwischen 1 und 8 zu identifizieren. Deshalb wird hier nicht näher auf die Berechnung eingegangen, da die Funktion lediglich in Java-Code "übersetzt" werden muss.

2.4 Regler-Dimensionierung mittels Faustformeln

Im Praxiseinsatz stehen für die Dimensieung der Regler einfache Berechnungsformeln für die Einstellwerte der Regler anhand von T_u, T_g und K_s zur Verfügung.

Einige dieser Faustformeln werden in der Applikation zum Vergleich mitberechnet. Die dazugehörigen Berechnungen sind der Tabelle 1 zu entnehmen.

Faustformel	PI-Regler		PID-T1-Regler		
	T_n	K_p	T_n	T_v	K_p
Chiens, Hrones, Reswick **(0% Überschwingen)** [?], [?]	$1.2 \cdot T_g$	$\frac{0.35}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	T_g	$0.5 \cdot T_u$	$\frac{0.6}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
Chiens, Hrones, Reswick **(20% Überschwingen)** [?], [?]	T_g	$\frac{0.6}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$1.35 \cdot T_g$	$0.47 \cdot T_u$	$\frac{0.95}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
Oppelt [?]	$3 \cdot T_u$	$\frac{0.8}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0.42 \cdot T_u$	$\frac{1.2}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
Rosenberg [?]	$3.3 \cdot T_u$	$\frac{0.91}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0.45 \cdot T_u$	$\frac{1.2}{T_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
Ziegler/Nichols [?]	$3.33 \cdot T_u$	$\frac{0.9}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0.5 \cdot T_u$	$\frac{1.2}{K_s} \cdot \frac{T_g}{t_u}$

Tabelle 1: Faustformeln zur Reglerdimensionierung

Quellen hinzufügen

2.5 Regler-Dimensionierung durch Phasengangmethode

Als Hauptberechnung wird die sogenannte "Phasengang-Methode zur Reglerdimensionierung" von Jakob Zellweger (FHNW) [?] zu Hilfe genommen. Diese wurde ursprünglich als vereinfachte grafische Methode zur Approximation der -20dB/Dek Methode erarbeitet und soll im Rahmen dieses Projektes automatisiert werden. Schlussendlich soll sie zur numerischen Berechnung mittels Näherungen in das Tool implementiert sein.

Um die Berechnung mit der Phasengang-Methode zu ermöglichen, muss zuerst die vermessene Regelstrecke in eine Funktion im Bildbereich gewandelt werden. Dazu wird die bereits erwähnte Matlab-Funktion `p2_sani.m` verwendet . Die Berechnung anhand der Phasengang-Methode wird nachfolgend als Rezept aufgeführt. Genauere Informationen sind dem Skript [?] zu entnehmen. Das Überschwingverhalten des Regelkreises soll für dieses Projekt in drei Stufen berechnet werden. Verwendet wird dazu folgende Abstufung:

Ist dies bezogen auf das schlussendliche Programm noch korrekt? Falls nein, anpassen

- wenig Überschwingen (ca. 0%)
- mittleres Überschwingen (ca. 16%)
- starkes Überschwingen (ca. 23%)

Ist diese Einteilung des Überschwingens noch aktuell oder wurde das in der Auftragserweiterung angepasst?

2.5.1 Rezept

Als Erstes sollten folgende Begriffe definiert werden:

$H_s(j\omega)$	Übertragungsfunktion der Regelstrecke
$A_s(j\omega) = \lvert H_s(j\omega)\rvert$	Amplitudengang der Regelstrecke
$\varphi_s(j\omega) = arg(H_s(j\omega))$	Phasengang der Regelstrecke
$H_r(j\omega)$	Übertragungsfunktion des Reglers
$A_r(j\omega) = \lvert H_r(j\omega)\rvert$	Amplitudengang des Reglers
$\varphi_r(j\omega) = arg(H_r(j\omega))$	Phasengang des Reglers
$H_o(j\omega) = H_s \cdot H_r(j\omega)$	Übertragungsfunktion des nicht geschlossenen Regelkreises
$A_o(j\omega) = \lvert H_o(j\omega)\rvert$	Amplitudengang des nicht geschlossenen Regelkreises
$\varphi_o(j\omega) = arg(H_o(j\omega)) = \varphi_s(j\omega) + \varphi_r(j\omega)$	Phasengang des nicht geschlossenen Regelkreises
$H_{rpid} = K_{rk}\left[\frac{(1+sT_{nk})(1+sT_{vk})}{sT_{nk}}\right]$	Übertragungsfunktion des PID-Reglers
$H_{rpi} = K_{rk}\left[1 + \frac{1}{sT_{nk}}\right]$	Übertragungsfunktion des PI-Reglers

2.5.2 Rezept PID-Regler

Grafische Illustration der Rezepte? Würde es der Leserin erleichtern, sich ein Bild des Prozesses zu machen, speziell da die Phasengangmethode ja im Kern eine grafische Methode ist.

1. Im Phasengang muss die Frequenz ω_{pid} gemäss Gleichung 1 bestimmt werden [1].

$$\varphi_s(\omega_{pid}) = -135°. \tag{1}$$

2. Mittels Ableitung wird die Steigung des Phasengangs im Punkt ω_{pid} bestimmt.
3. β ist so wählen, dass Gleichung 2 erfüllt ist

$$\frac{d\varphi_o}{d\omega_{pid}} = -\frac{1}{2}. \tag{2}$$

wobei:

$$\frac{\omega_{pid}}{\beta} = \frac{1}{T_{vk}},\ \omega_{pid} \cdot \beta = \frac{1}{T_{nk}},\ T_p = 0,\ K_{rk} = 1$$

Man Beachte: Falls β komplex werden sollte, muss $\beta = 1$ gesetzt werden.

4. Nun werden T_{vk}, T_{nk} sowie $K_{rk} = 1$ in die Übertragungsfunktion H_r eingesetzt. Daraus folgen φ_o sowie A_o. Je nach gewünschtem Überschwingverhalten wird der entsprechende Wert für φ_s aus der Tabelle 3 herausgelesen.
Durch Suchen des Punktes ω_d gemäss Gleichung 3 wird berechnet, an welchem Punkt für A_o eine Verstärkung von 1 herrschen muss.

$$\varphi_o(\omega_d) = \varphi_s. \tag{3}$$

Überschwingen	0%	16.3%	23.3%
φ_s	$-103.7°$	$-128.5°$	$-135°$

Tabelle 3: Werte für φ_s

5. Durch geeignete Wahl von K_{rk} mithilfe von Gleichung 4 eine Verstärkung von 1 erzwingen:

$$A_o(\omega_d) \cdot K_{rk} = 1 \tag{4}$$

6. Alle Freiheitsgrade des PID-Reglers sind hiermit bestimmt und der Regler nach der Phasengang-Methode vollständig dimensioniert.

2.5.3 Rezept PI-Regler

1. Im Phasengang muss die Frequenz ω_{pi} gemäss Gleichung 5 bestimmt werden [1].

$$\varphi_s(\omega_{pi}) = -90°. \tag{5}$$

2. T_{nk} kann dadurch direkt bestimmt werden.

$$T_{nk} = \frac{1}{\omega_{pi}}. \tag{6}$$

[1] Der Winkel stellt keinen endgültigen Wert dar. Dieser wurde von Jakob Zellweger fixiert, um eine grafische Evaluation überhaupt zu ermöglichen. Durch ändern dieses Wertes kann je nach Regelstrecke das Regelverhalten weiter optimiert werden.

3. Anschliessend werden T_{nk} und $K_{rk} = 1$ in die Übertragungsfunktion H_r eingesetzt, was φ_o sowie A_o liefert. Jetzt muss je nach gewähltem Überschwingverhalten der entsprechende Wert für φ_s aus der Tabelle 3 herausgelesen werden.
   Durch Suchen des Punktes ω_d gemäss Gleichung 3 wird festgelegt an welchem Punkt für A_o eine Verstärkung von 1 definiert werden muss.
4. K_{rk} wird so gewählt, dass mithilfe von Gleichung 4 eine Verstärkung von 1 erzwungen wird.
5. Somit sind alle Freiheitsgrade des PI-Reglers bestimmt und der Regler nach der Phasengang-Methode komplett dimensioniert.

2.6 Umrechnung zwischen bodekonformer und reglerkonformer Darstellung

Die Formeln in Tabelle 4 dienen zur Umrechnung zwischen der bodekonformen Darstellung und der reglerkonformen Darstellung. Nähere Informationen zu den verschiedenen Darstellungsarten können der Quelle [?] entnommen werden.

Allenfalls noch ein paar kurze Sätze zum Sinn dieser Übung? Sonst wird nirgends darauf wirklich Bezug genommen, Abschnitt ist ein wenig ohne Kontext in der Landschaft.

	bodekonform → reglerkonform	reglerkonform → bodekonform
PI	$T_n = T_{nk}$	$K_{rk} = K_r$
PID	$T_n = T_{nk} + T_{vk} - T_p$	$T_{nk} = 0.5 \cdot (T_n + T_p) \cdot (1 + \epsilon)$
	$T_v = \frac{T_{nk} \cdot T_{vk}}{T_{nk} + T_{vk} - T_p} - T_p$	$T_{vk} = 0.5 \cdot (T_n + t_p) \cdot (1 - \epsilon)$
	$K_r = K_{rk} \cdot (1 + \frac{T_{vk} - T_p}{T_{nk}})$	$K_{rk} = 0.5 \cdot K_r \cdot (1 + \frac{T_p}{T_{nk}}) \cdot (1 + \epsilon)$
	wobei $\epsilon^2 = 1 - (4 \cdot T_n \cdot \frac{T_v - T_p}{(T_n + T_p)^2})$	

Tabelle 4: Formeln zur Umrechung zwischen bode- zu reglerkonformer Darstellung [?], [?]

Für die Berechnungen in diesem Projekt wird, wenn nicht anders angegeben, mit $T_p = \frac{1}{10} \cdot T_v$ gerechnet.

2.7 Beispiel

Im Folgenden wird anhand eines Beispiels gezeigt, wie der Arbeitsprozess mit unserer Software funktioniert. Dabei werden wir sowohl einen PI-Regler als auch einen PID-Regler durchrechnen und den Prozess grafisch illustrieren.

Als Ausgangspunkt des Prozesses dient die Schrittantwort der Strecke, aus welcher die Vertsärkung K_s der Strecke, die Verzögerungszeit T_u und die Anstiegszeit T_g abgelesen werden. Diese Werte dienen als Eingabeparameter unseres Tools.

Wir werden in diesem Bericht folgende Strecke als Beispiel nehmen:

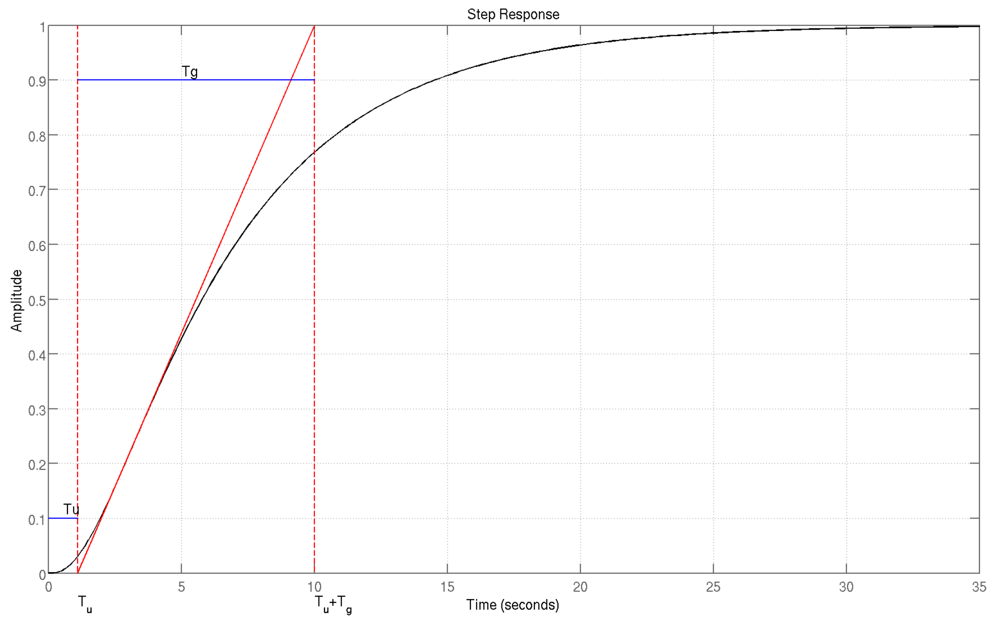

Abbildung 1: Schrittantwort der Beispielstrecke (schwarz), Wendetangende (rot), T_u und T_g (blau)

Der geschlossene Regelkreis soll schlussendlich maximal etwa 16.3% überschwingen.

Wir erhalten:

- $K_s = 2\,\mathrm{s}$
- $T_u = 1.1\,\mathrm{s}$
- $T_g = 8.9\,\mathrm{s}$

Da die Phasengangmethode vom *Frequenzgang* einer Strecke ausgeht und nicht von der Schrittantwort, besteht der nächste Schritt nun darin, aus den obigen Werten den Frequenzgang der Strecke zu bestimmen. Dies erledigt die Methode `p_sani`, welche uns die Werte für die Übertragungsfunktion der Strecke liefert. In unserem Fall ergibt dies folgendes Polynom:

Allenfalls Verweis auf Software-teil für Erklärungen zu sani-Methode.

$$\begin{aligned} H_s(s) &= K_s \cdot \frac{1}{1+s\cdot T_1} \cdot \frac{1}{1+s\cdot T_2} \cdot \frac{1}{1+s\cdot T_2} \\ &= 2 \cdot \frac{1}{1+s\cdot 0.4134\,\mathrm{s}} \cdot \frac{1}{1+s\cdot 1.4894\,\mathrm{s}} \cdot \frac{1}{1+s\cdot 5.3655\,\mathrm{s}} \end{aligned} \tag{7}$$

Mit einem geeigneten Tool kann man sich den dazugehörigen Plot erstellen lassen.

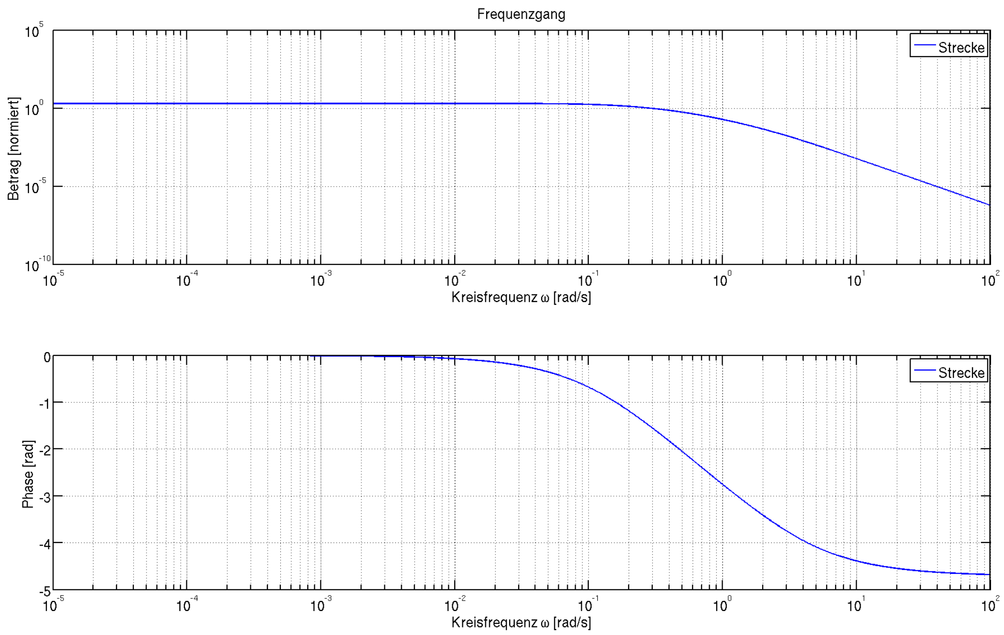

Abbildung 2: Frequenzgang der Strecke

An diesem Punkt divergieren die Verfahren für den PI- und den PID-Regler. Es soll zuerst der PI-Regler dimensioniert werden.

PI-Regler

Das Ziel ist die Bestimmung der Parameter K_{rk} und T_{nk} in der Gleichung:

$$H_{rpi} = K_{rk} \cdot \left[1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}}\right] \tag{8}$$

Zuerst wird im Phasengang der Strecke die Frequenz ω_{pi} bestimmt, für welche die Phase der Strecke $-90°$ beträgt.

$$\varphi_s(\omega_{pi}) = -90° \tag{9}$$

Wie man aus Abbildung **??** ablesen kann, liegt dieser Wert für ω_{pi} in unserem Beispiel bei ungefähr $0.3\,\mathrm{s}^{-1}$. Die Kontrollrechnung mittels Matlab ergibt:

$$\omega_{pi} = 0.3039\,\mathrm{s}^{-1} \tag{10}$$

Damit kann nun T_{nk} direkt bestimmt werden[1]:

$$T_{nk} = \frac{1}{\omega_{pi}} = \frac{1}{0.3039\,\mathrm{s}^{-1}} = 3.2902\,\mathrm{s} \tag{11}$$

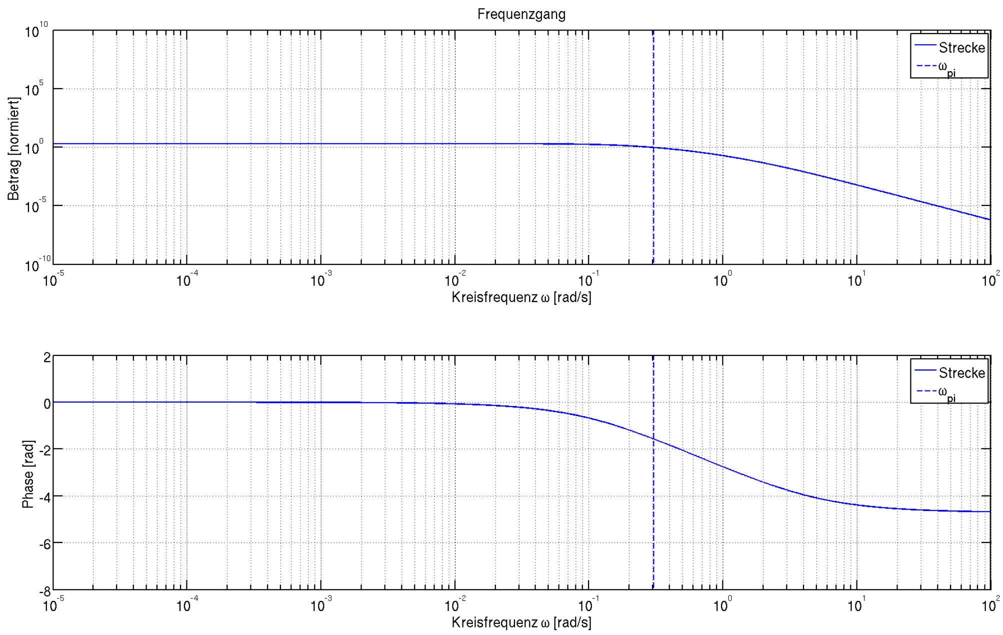

Abbildung 3: ω_{pi} eingetragen (vertikale gestrichelte Linie).

Fragen ob dies OK ist.

Als Nächstes soll die Durchtrittsfrequenz ω_d bestimmt werden. Dazu wird der für T_{nk} erhaltene Wert in Gleichung 12 eingesetzt. Da K_{rk} noch unbekannt ist, wird vorerst $K_{rk} = 1$ gesetzt.

$$\begin{aligned} H_{rpi} &= K_{rk} \cdot \left[1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}}\right] \\ &= 1 \cdot \left[1 + \frac{1}{s \cdot 3.2902\,\mathrm{s}}\right] \end{aligned} \tag{12}$$

Daraus kann nun der Frequenzgang des *offenen Regelkreises* (Übertragungsfunktion H_o, Amplitudengang A_o, Phasengang φ_o) bestimmt werden.

$$\begin{aligned} H_o(s) &= H_{rpi}(s) \cdot H_s(s) \\ &= \left(K_{rk} \cdot \left[1 + \frac{1}{s \cdot T_{nk}}\right]\right) \cdot K_s \cdot \left(\frac{1}{1 + s \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_2}\right) \\ &= \left(1 \cdot \left[1 + \frac{1}{s \cdot 3.2902\,\mathrm{s}}\right]\right) \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{1 + s \cdot 0.4134\,\mathrm{s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 1.4894\,\mathrm{s}} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 5.3655\,\mathrm{s}}\right) \end{aligned} \tag{13}$$

Wobei der Amplitudengang den Betragsverlauf und der Phasengang den Verlauf des Arguments dieser Übertragungsfunktion repräsentieren:

Allenfalls auch wirklich ausrechnen... würde aber ziemlich langwierig.

[1] Um die Akkumulation von Ungenauigkeiten zu minimieren werden bei diesen Berechnungen die genauen Werte aus Matlab verwendet und nicht die gerundeten Zwischenresultate, was zu Abweichungen zu den von Hand berechneten Ergebnissen führen kann.

$$\begin{aligned} A_o(j\omega) &= |H_o(j\omega)| \\ \varphi_o(j\omega) &= arg(H_o(j\omega)) \end{aligned} \tag{14}$$

Von besonderem Interesse ist hier der Phasengang. Wie Anfangs spezifiziert, soll ein maximals Überschwingen von ca. 16.3% angestrebt werden. Dazu muss die Durchtrittsfrequenz ω_d gefunden werden, an welcher der offene Regelkreis eine Phase von $-128.5°$ aufweist. [2]

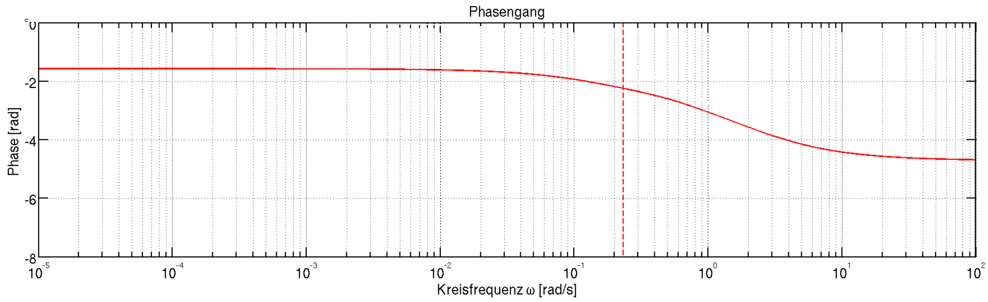

Abbildung 4: Phasengang $\varphi_o(j\omega)$ des offenen Regelkreises mit eingetragener Durchtrittsfrequenz ω_d (vertikale gestrichelte Linie). Wie man verifizieren kann, weist der offene Regelkreis unseres Beispiels bei dieser Kreisfrequenz eine Phase von $-128.5°$ auf (etwa $-2.24\,\text{rad}$).

Dies ergibt:

$$\omega_d = 0.2329\,\text{s}^{-1} \tag{15}$$

In einem letzten Schritt wird nun die Durchtrittsfrequenz benutzt, um die benötigte Verstärkung K_{rk} des Reglers zu bestimmen. Dazu wird ω_d in Gleichung 13 eingesetzt, $|H_o(j\omega)| = 1$ gesetzt (Durchtrittsfrequenz: Frequenz, bei der die Amplitude $0\,\text{dB} = 1$ ist).

$$\begin{aligned} A_o &= |H_o(j\omega_d)| \\ &= \left| \left(K_{rk} \cdot \left[1 + \frac{1}{j \cdot \omega_d \cdot T_{nk}} \right] \right) \cdot K_s \cdot \left(\frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \omega_d \cdot T_2} \right) \right| \\ &= 1 \end{aligned} \tag{16}$$

Mit den Werten

$$\begin{aligned} K_s &= 2 \\ T_{nk} &= 3.2902\,\text{s} \\ T_1 &= 0.4134\,\text{s} \\ T_2 &= 1.4894\,\text{s} \\ T_3 &= 5.3655\,\text{s} \\ \omega_d &= 0.2329\,\text{rad}\,\text{s}^{-1} \end{aligned} \tag{17}$$

löst man Gleichung 16 nun nach K_{rk} auf und erhält:

$$K_{rk} = 0.517577 \tag{18}$$

[2]Wird ein anderes Überschwingverhalten gewünscht, muss hier ein anderer Wert für die Durchtrittsfrequenz ω_d bestimmt werden, siehe dazu Tabelle 3.

Somit ist der PI-Regler vollständig bestimmt und hat folgende Form:

$$H_{rpi} = 0.518 \cdot \left[1 + \frac{1}{s \cdot 3.29\,\mathrm{s}}\right] \tag{19}$$

Zum Vergleich das Bode-Diagramm mit allen relevanten Kurven und Werten:

Fix vertical line ω_d

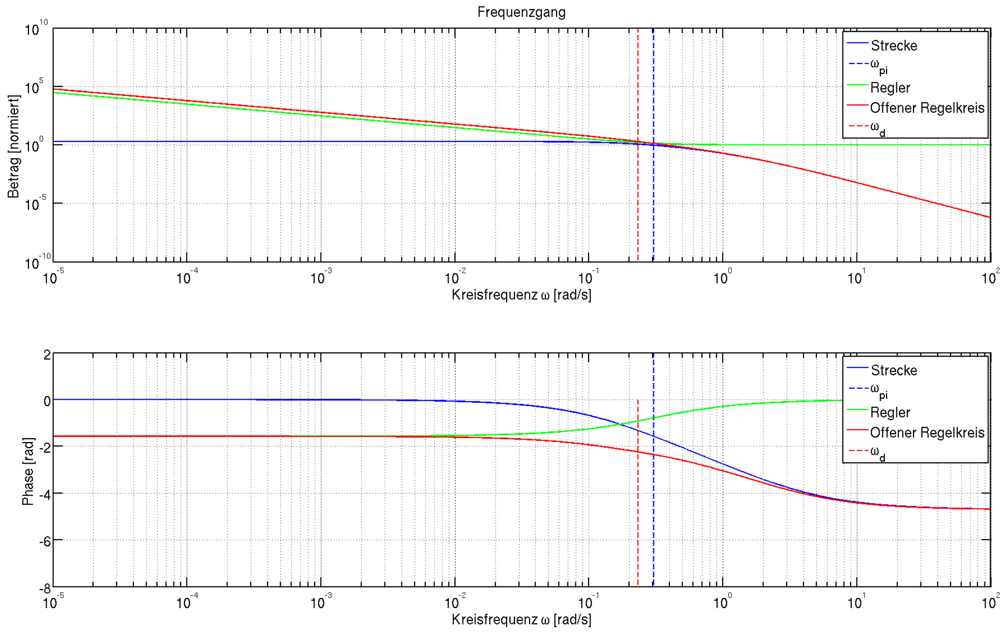

Abbildung 5: Frequenzgang des Reglers (grün), der Strecke (blau) und des offenen Regelkreises (rot).

PID-Regler

Das schlussendliche Ziel ist die Bestimmung der Parameter K_{rk}, T_{nk} und T_{vk} in der Gleichung:

$$H_{rpid} = K_{rk} \cdot \left[\frac{(1 + s \cdot T_{nk}) \cdot (1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}}\right] \tag{20}$$

Analog zum PID-Regler wird zuerst im Phasengang der Strecke die Frequenz ω_{pid} bestimmt, für welche die Phase der Strecke einen bestimmten Wert aufweist, nur wird hier $-135°$ benutzt:

$$\varphi_s(\omega_{pid}) = -135° \tag{21}$$

In unserem Beispiel ergibt dies:

$$\omega_{pid} = 0.6714\,\mathrm{s}^{-1} \tag{22}$$

Anschliessend wird die Steigung des Phasengangs φ_s der Strecke bei der Frequenz ω_{pid} bestimmt. Ausgangspunkt dafür ist die von `p_sani` bestimmte Übertragungsfunktion der Strecke (siehe Gleichung 7).

$$\left.\frac{d\varphi_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_{pid}} = \left.\frac{d(arg(H_s(j\omega)))}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_{pid}} = -1.5124\,\mathrm{s} \tag{23}$$

Einheit überprüfen

Zwischen den Steigungen der Phasen des offenen Regelkreises (φ_o), der Strecke (φ_s) und des Reglers (φ_r) gilt folgende Beziehung:

$$\varphi_o = \varphi_s + \varphi_r \tag{24}$$

korrekte Begriffe

Da die Ableitung eine lineare Funktion ist, gilt somit auch:

$$\frac{d\varphi_o}{d\omega} = \frac{d\varphi_s}{d\omega} + \frac{d\varphi_r}{d\omega} \tag{25}$$

Diese Beziehungen können auch gut in Abbildung 6 von Hand überprüft werden.

Es soll nun gelten:

$$\left.\frac{d\varphi_o}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_{pid}} = -\frac{1}{2} \tag{26}$$

Da $\frac{d\varphi_s}{d\omega}$ durch die Strecke gegeben und somit unveränderlich ist, kann lediglich der Wert von $\frac{d\varphi_r}{d\omega}$ angepasst werden, damit $\frac{d\varphi_o}{d\omega}$ Gleichung 26 erfüllt.

Dazu führt man den Hilfsparameter β ein, für den gilt:

$$\begin{gathered}\frac{1}{T_{vk}} = \frac{\omega_{pid}}{\beta}\\ \frac{1}{T_{nk}} = \omega_{pid}\cdot\beta\\ 0 < \beta \le 1\end{gathered} \tag{27}$$

siehe Plot

Die beiden Frequenzen $\frac{1}{T_{vk}}$ und $\frac{1}{T_{nk}}$ sind also symmetrisch um den Faktor β grösser bzw. kleiner als die Frequenz ω_{pid}. Will man β von Hand bestimmen, trifft man zuerst eine "vernünftige" Annahme, zum Beispiel:

$$\beta = 0.5 \tag{28}$$

Mit diesem Startwert bestimmt man nun T_{nk} und T_{vk}. Die somit erhaltenen Werte setzt man in Gleichung 20 ein, zusammen mit dem Wert für ω_{pid} aus Gleichung 22:

$$\begin{aligned}T_{vk} &= \frac{\beta}{\omega_{pid}} = \frac{0.5}{0.6714\,\mathrm{s}^{-1}} = 0.7447\,\mathrm{s}\\ T_{nk} &= \frac{1}{\omega_{pid}\cdot\beta} = \frac{1}{0.6714\,\mathrm{s}^{-1}\cdot 0.5} = 2.9789\,\mathrm{s}\end{aligned} \tag{29}$$

Eingesetzt in die Reglergleichung, vorerst mit $K_{rk} = 1$:

$$\begin{aligned} H_{rpid} &= K_{rk} \cdot \left[\frac{(1 + j\omega \cdot T_{nk}) \cdot (1 + j\omega \cdot T_{vk})}{j\omega \cdot T_{nk}}\right] \\ &= 1 \cdot \left[\frac{(1 + j\omega \cdot 2.9789\,\mathrm{s}) \cdot (1 + j\omega \cdot 0.7447\,\mathrm{s})}{j\omega \cdot 2.9789\,\mathrm{s}}\right] \end{aligned} \tag{30}$$

Von dieser Gleichung bestimmt man nun den Phasengang und wertet danach dessen Ableitung an der Stelle $\omega = \omega_{pid}$ aus:

$$\begin{aligned} \varphi_s(j\omega) &= arg(H_{rpid}(j\omega)) \\ \left.\frac{d\varphi_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_{pid}} &= 1.1920\,\mathrm{s} \end{aligned} \tag{31}$$

Setzt man dies in Gleichung 24 ein, erhält man:

$$\begin{aligned} \left.\frac{d\varphi_o}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_{pid},\beta=0.5} &= \left.\frac{d\varphi_s}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_{pid}} + \left.\frac{d\varphi_r}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_{pid},\beta=0.5} \\ &= -1.5124\,\mathrm{s} + 1.1920\,\mathrm{s} \\ &= -0.3204\,\mathrm{s} \\ &> -\frac{1}{2} \end{aligned} \tag{32}$$

Die zugehörige Rechnung ist lange und mühsam, allenfalls in Anhang? Ebenfalls: Einheit kontrollieren

Mit $\beta = 0.5$ erhält man also eine zu hohe Steigung des offenen Regelkreises an der Stelle ω_{pid}, folglich muss β *verkleinert* werden. Diese Berechnungen werden nun mit jeweils neuen Werten für β solange wiederholt, bis die Steigung des offenen Regelkreises die gewünschte Nähe zu $-\frac{1}{2}$ aufweist.

Da die manuelle Iterierung dieses Prozesses enorm viel Zeit in Anspruch nimmt, bietet sich hier eine Automatisierung an. Die Berechnung mittels eines geeigneten Algorithmus in Matlab liefert schlussendlich folgendes Ergebnis:

Allenfalls Matlab-Algo in Anhang und Verweis

$$\begin{aligned} \beta &= 0.2776 \\ T_{vk} &= \frac{\beta}{\omega_{pid}} = 0.4134\,\mathrm{s} \\ T_{nk} &= \frac{1}{\omega_{pid} \cdot \beta} = 5.3656\,\mathrm{s} \end{aligned} \tag{33}$$

Sollte man für β einen komplexen Wert erhalten, wird $\beta = 1$ gesetzt.

Wie kann dies egtl. passieren?

Diese Werte setzt man nun in Gleichung 20 ein. K_{rk} wird wie bei der Bestimmung von β vorerst noch auf 1 gesetzt.

$$H_{rpid} = K_{rk} \cdot \left[\frac{(1 + s \cdot T_{nk}) \cdot (1 + s \cdot T_{vk})}{s \cdot T_{nk}}\right] = 1 \cdot \left[\frac{(1 + s \cdot 5.3656\,\mathrm{s}) \cdot (1 + s \cdot 0.4134\,\mathrm{s})}{s \cdot 5.3656\,\mathrm{s}}\right] \tag{34}$$

Zur Bestimmung von K_{rk} wird nun der Frequenzgang des offenen Regelkreises betrachtet. Dazu multipliziert man wie gehabt die Übertragungsfunktion der Strecke (siehe Gleichung 7) mit der soeben bestimmten provisorischen Übertragungsfunktion des Reglers (Gleichung 34).

$$H_o(j\omega) = H_{rpid}(j\omega) \cdot H_s(j\omega) \tag{35}$$

Nun wird die Durchtrittsfrequenz ω_d bestimmt, an welcher der offene Regelkreis eine Verstärkung von $0\,\mathrm{dB} = 1$ aufweisen soll. Wie auch beim PI-Regler werden wir hier ein Überschwingen von 16.3% anstreben, womit gilt:

$$\varphi_s(\omega_d) = \varphi_s = -128.5° \tag{36}$$

Dieser Wert wird analog zum PI-Regler aus dem Phasengang des offenen Regelkreises abgelesen.
siehe Plot
Eine Nachrechnung mittels Matlab ergibt:

$$\omega_d = 0.5341\,\mathrm{s}^{-1} \tag{37}$$

In einem letzten Schritt wird nun der Amplitudengang des offenen Regelkreises an der Stelle ω_d gleich 1 gesetzt und diese Gleichung nach K_{rk} aufgelöst:

$$\begin{aligned} A_o(j\omega_d) &= |H_o(j\omega_d)| \\ &= |H_{rpid}(j\omega_d) \cdot H_s(j\omega_d)| \\ &= \left| K_{rk} \cdot \left[\frac{(1 + j\omega_d \cdot T_{nk}) \cdot (1 + j\omega_d \cdot T_{vk})}{j\omega_d \cdot T_{nk}} \right] \right| \\ &\cdot \left| K_s \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega_d \cdot T_2} \right| \\ &= 1 \end{aligned} \tag{38}$$

Mit den gegebenen und berechneten Werten:

$$\begin{aligned} K_s &= 2 \\ T_1 &= 0.4134\,\mathrm{s} \\ T_2 &= 1.4894\,\mathrm{s} \\ T_3 &= 5.3655\,\mathrm{s} \\ T_{nk} &= 5.3656\,\mathrm{s} \\ T_{vk} &= 0.4134\,\mathrm{s} \\ \omega_d &= 0.5341\,\mathrm{s}^{-1} \end{aligned} \tag{39}$$

Dies liefert:

$$K_{rk} = 1.83084 \tag{40}$$

Somit ist der Regler vollständig bestimmt und hat folgende Übertragungsfunktion:

$$H_{rpid}(s) = 1.83084 \cdot \left[\frac{(1 + s \cdot 5.3656\,\mathrm{s}) \cdot (1 + s \cdot 0.4134\,\mathrm{s})}{s \cdot 5.3656\,\mathrm{s}} \right] \tag{41}$$

Die Frequenzgänge der Strecke, des Reglers und des offenen Regelkreises:

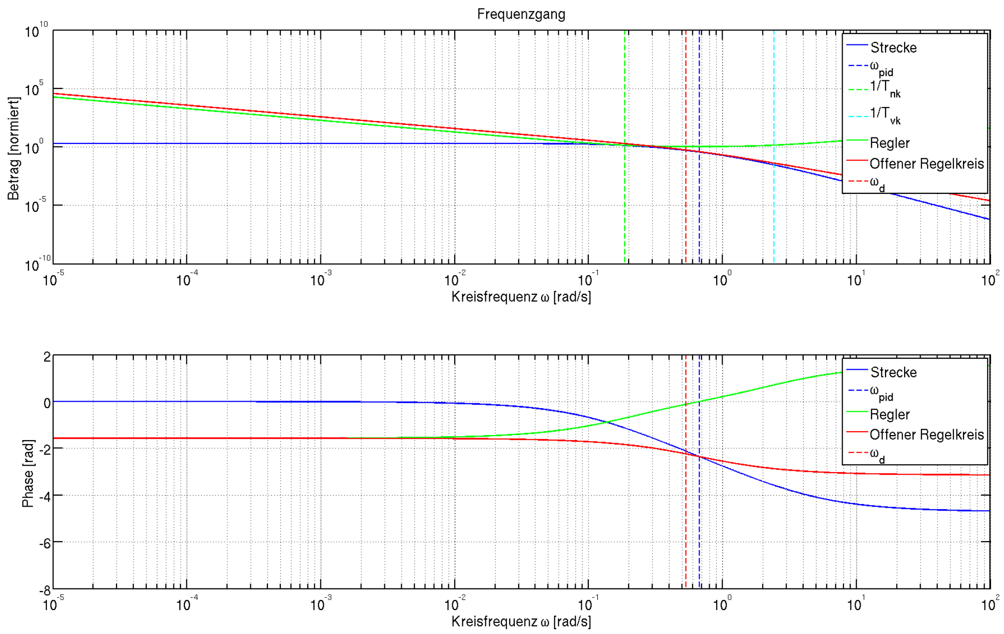

Abbildung 6: Frequenzgang der Strecke (blau), des Reglers (grün) und des offenen Regelkreises (rot). Ebenfalls eingetragen sind die Reglerfrequenz ω_{pid}, die beiden Frequenzen $\frac{1}{T_{vk}}$ und $\frac{1}{T_{nk}}$ sowie die Durchtrittsfrequenz ω_d.

2.8 Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises

Abschnitt muss noch verfasst werden.

link zu Bild geschloss-Regelk

Die Aufgabe eines geschlossenen Regelkreisesist es, einen vorgegeben Sollwert zu erreichen und diesen auch bei Störungen aufrecht zu erhalten. Dabei sollen die unten genannten dynamischen Anforderungen eingehalten werden, damit die Stabilität des Regelsystems garaniert ist. Die wichtigste Bedingung für die Schrittantwort ein geschlossenen Regelkreis heisst, dass der Regelfehler, die Differenz zwischen Ist-und Sollwert, gleich Null oder möglichst klein ist.

Bild von geschlRe-gelkreis

- $y_s oll$ bezeichnet den Sollwert der Regelgrösse.
- e Regelabweichung (Regelfehler)
- u Steuergrösse
- x Stellgrösse
- y Regelgrösse
- z Störgrösse
- $y_i st$ ist der Ist-Wert der Regelgrösse und wird auch als die Schrittantwort des Regelkreis bezeichnet.

Bild Schrit-tantwort

Grundsätzlich können fünf Anforderungen für einen geschlossenen Regelkreis und deren Schrittantworten zusammengefasst werden:

1. Der Regelkreis muss stabil sein:
   - Das heisst für die Schrittantwort, dass nach dem Erreichen des eingeschwungenen Zustand kein erneutes Überschwingen stattfinden darf.
   - Für das Regelsystem heisst stabil, dass es in seinen Gleichgewichtszustand zurückgeführt werden kann.
2. Der Regelkreis muss genügend gedämpft sein:
   Die Dämpfung der Schrittantwort soll so stark sein, dass der eingeschwungene Zustand möglichst rasch erreicht wird ohne dass das Überschwingen des Systems zu stark wird.
3. Der Regelkreis muss eine bestimmte stationäre Genauigkeit aufweisen: Das bedeutet, der Regelfehler e(t) soll für t-> oo gegen Null gehen. Für die Schrittantwort heisst das, dass die Schrittantwort gleich $y_s oll$ sein muss.
4. Der Regelkreis muss hinreichend schnell sein: Die Schnelligkeit des Einschwingvorganges der Schrittantwort ist stark von der Dämpfung abhängig. Ist die Dämpfung zu stark oder zu schwach, braucht der Einschwingvorgang mehr Zeit. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass die spezifischen Anforderungen an das Regelsystem eingehalten werden.
5. Der Regelkreis muss robust sein: Der Regelkreis muss so ausgelegt werden, dass das Regelsystem auch im schlimmsten Fall (je nach Regelsystem situationsabhängig) in der Lage ist, das System zurück in den stabilen Zustand (siehe 1.) zu regeln.

3 Software

Verweis auf Klassendiagramm

Zweck der Applikation ist die Dimensionierung eines Reglers ausgehend von einer Strecke und der zugehörigen Schrittantwort. Abschliessend werden die numerischen Parameter des dimensionierten Reglers ausgegeben sowie die Schrittantwort des geschlossenen Regelkreises grafisch dargestellt.

Erklärung geschlossener Regelkreis, kurz

Die Software ist im bekannten *Model-View-Controller*-Pattern aufgebaut. Die *View* ist verantwortlich für den Aufbau der Benutzeroberfläche sowie .

sonstige Aufgaben der View

Der *Controller* fungiert als Schnittstelle zwischen *View* und *Model*, kontrolliert Benutzereingaben und gibt diese an das *Model* weiter.

Im *Model* werden sämtliche Berechnungen ausgeführt. Diese beinhalten die Bestimmung der gesuchten Regelparameter sowie die Aufbereitung der Daten, die zur grafischen Darstellung des geschlossenen Regelkreises notwendig sind.

3.1 View

Die *View* ist aus zwei übergeordneten Panels aufgebaut. Im linken Panel befinden sich Ein- und Ausgabefelder für numerische Werte, im rechten Panel werden die zugehörigen Plots dargestellt.

Image Gesamt-GUI

Image Panel Schrittantwort vermessen

Im Bereich 1 werden die Parameter der vermessenen Strecke eingegeben. Darunter befinden sich die Schaltftflächen zur Wahl zwischen der Dimensionierung eines PI- respektive eines PID-T1-Reglers.

Image Referenzen

Image Butttons PI-, PID-T1-Regler

Das Panel *Reglerwerte* dient hauptsächlich der Ausgabe der berechneten Reglerwerte mittels der verschiedenen Berechnungsmethoden. Ebenfalls kann für die Phasengangmethode die Zeitkonstante T_p spezifiziert werden.

Check: korrekter Begriff

Image Panel Phasengangmethode

Der obere Bereich des rechten Panels beinhaltet zwei Slider zur Eingabe des gewünschten Überschwingens respektive des Phasenrands.

Image Panel rechts

Im unteren Bereich werden die Plots der mittels Faustformeln und Phasengangmethode errechneten Resultate ausgegeben. Zu jeder Faustformel wird die zugehörige Schrittantwort abgebildet. Die Resultate der Phasengangmethode werden durch drei Kurven dargestellt. Eine Kurve benutzt den Standardwert des Phasenrands gemäss Zellweger , die beiden anderen Kurven basieren auf Benutzereingaben für einen oberen und unteren Offset des Phasenrandes im Bereich von $-45°$ bis $+45°$.

Einfügen Wert, Referenz

3.2 Controller

GUIControl Bezeichnung

Leserführung Controller. Ausschnitt Klassendiagramm, Verweis auf gesamtes Diagramm.

3.3 Model

Leserführung Model. Ausschnitt Klassendiagramm, Verweis auf gesamtes Diagramm.

3.4 Benutzungs-Beispiel (Use-Case)

Leserführung Use-Case. Ausschnitt Klassendiagramm, Verweis auf gesamtes Diagramm.

4 Tests

5 Schlussfolgerungen

Ehrlichkeitserklärung

Mit der Unterschrift bestätigt der Unterzeichnende (Projektleiterin), dass das Dokument selbst geschrieben worden ist und alle Quellen sauber und korrekt deklariert worden sind.

Anita Rosenberger: ____

Ort, Datum: _________________________, ____________________