DENEY 3: Sürekli ve Ayrık İşaretlerin Fourier Analizi

AMAÇ: MATLAB ortamında bir işaretin Fourier analizinin yapılması, dönüşümler arasındaki temel farklılıkların görülmesi ve fft, ifft, fftshift gibi fonksiyonların kullanımının öğrenilmesi

ÖN HAZIRLIK

1) Fourier serisi ve Fourier dönüşümünü kısaca açıklayınız. Aralarındaki farkları belirtiniz.
2) Ayrık zamanlı Fourier dönüşümü ile ayrık Fourier dönüşümünü açıklayınız. Aralarındaki farkları belirtiniz.
3) N uzunluklu bir dizinin ayrık Fourier dönüşümünde (AFD) ve FFT' de yapılacak **çarpma** ve **toplama** sayılarını belirtiniz.
4) fft, ifft, fftshift, unwrap, tic toc, fonksiyonlarını açıklayınız.
5) Genlik spektrumu ve faz spektrumu kavramlarını açıklayınız.
6) Kısa sınavda formül sorulmayacaktır.

GİRİŞ:

Matematik, fizik ve kimya gibi bilimler doğayı tanımlama ve bütünü inceleme için vardırlar. Bir olayın neden olduğu yada bir bütünün içerisinde neler bulunduğu gibi sorular, bu bilimler çerçevesinde geliştirilen analiz metotları sayesinde cevap bulmaktadır.

Analiz konusu bütünü oluşturan parçaların ne olduğu ile ilgilenir. Mesela 12582 hangi sayıların çarpımından oluşur? Yada suyu oluşturan atomlar nelerdir? Çelik neyden meydana gelir? Bu gibi sorular analiz yöntemleri ile çözülür.

Örneğin 2520 sayısını ele alalım. Bu sayıyı çarpanlarına ayırırsak : $2520 = 2^3.3^2.5.7$ şeklinde buluruz. Yani 2520 sayısının içerisinde 2' den üç tane 3' ten iki tane 5 ve 7 den birer tane çarpım şeklinde vardır. Çarpanlara ayırma metodu ile sanki bir sayıyı "atom"larına ayırırız.

Aynı şekilde bir alkol ve su karışımı düşünün. Damıtma yöntemi ile karışım içerisindeki alkolden ne kadar ve sudan ne kadar olduğunu bulabiliriz.

Mesela bir su molekülünü inceleyelim. İçerisinde 2 hidrojen ve 1 oksijen atomu bulunmaktadır.

Fourier serisi ve Fourier dönüşümü denilen analiz metotları ise yukarıdaki analizler gibi sinyalleri bileşenlerine ayırmaktadır. Fourier' e göre sinyallerin "atom"ları farklı **genlik, frekans ve fazdaki** sinüzoidallerdir.

Genel olarak bir sinüzoidal $\boldsymbol{c(t) = A.\cos(\omega_o.t + \varphi_o)}$ olarak tanımlanabilir.

1. FOURIER SERİSİ

Fourier serisi, herhangi bir **periyodik işaretin** sonsuz sayıda sinüzoidalin ağırlıklı toplamı olarak ifade edilebilir. Bir x(t) işaretinin **sentez denklemi** (1)' de ki gibi yazılabilir

$$x(t) = a_o + \sum_{k=1}^{\infty} a_k.\cos(k.\Omega_o.t + \varphi_k) \tag{1}$$

Bu denklemde görüleceği üzere x(t) işareti a_o sabit sayısının üzerine a_k genlikli frekansı $(k.\Omega_o)$ ve fazı φ_k olan olan işaretlerin toplamı şeklinde yazılabilir.

Bu denklemde bileşenlerden φ_k çıkartılarak (2) yazılabilir :

$$x(t) = a_o + \sum_{k=1}^{\infty} a_k.\cos(k.\Omega_o.t\,) + b_k\sin(k.\Omega_o.t) \tag{2}$$

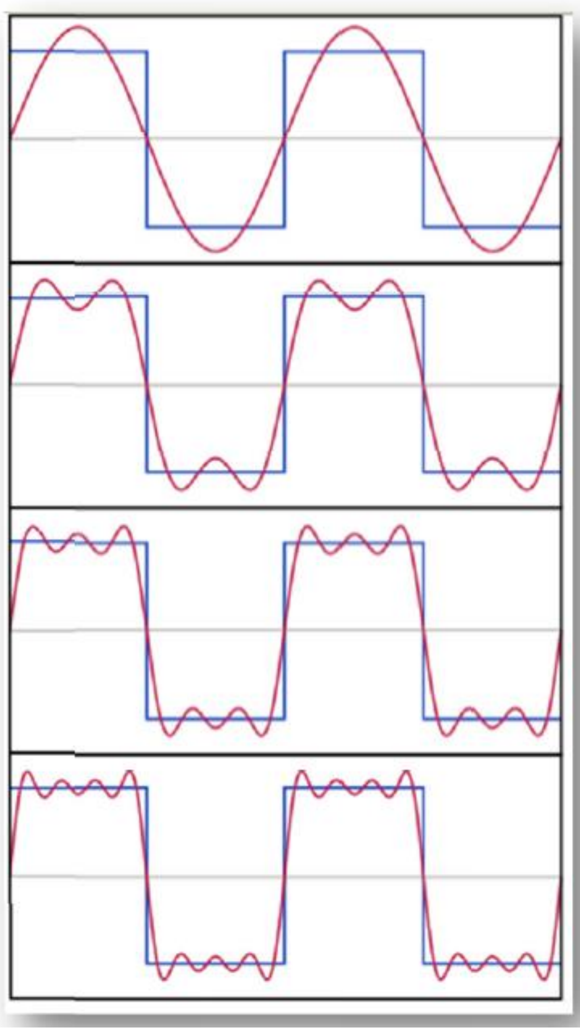
(*k=1 alındığında elde edilen* $\boldsymbol{\Omega_0}$ ***birinci harmonik*** *olmakla beraber* ***temel harmonik*** *de denir. a,b=ağırlık katsayıları, k=harmonik numarası*)

Temel Harmonik : Periyodik işaretin kendi periyoduna eşit olan sinüzoidale **temel harmonik** denir.

Her ne kadar bu açılım bir sonsuz seri açılımı olsa da, pratikte birkaç harmoniğin alınması yeterli olacaktır. Dikkat edilmesi gereken bir nokta da, x(t)'nin **mutlaka periyodik** olması gerekliliğidir. Fourier seri katsayılarının **analiz denklemleri:**

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(k\Omega_k t\,)\,\mathrm{d}t \\ b_k &= \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(k\Omega_k t\,)\,\mathrm{d}t \end{aligned} \tag{3}$$

Burada *T, x(t)* işaretinin temel periyodudur ve temel frekansla ilişkisi $T = \frac{2\pi}{\Omega_o}$ şeklindedir.



Periyodik kare dalga işaretinin sadece bir Fourier serisi katsayısıyla geri elde edilmiş hali.

İki katsayı kullanılarak geri elde edilmiş işaret.

İlk üç katsayı kullanıldığında geri elde edilen işaret kare dalgaya daha fazla benzemektedir.

İlk dört Fourier serisi katsayısı kullanıldığında geri elde edilen işaret.

Şekil 1.1 Ağırlıklı sinüzoidallerin toplanması ile kare dalganın oluşması

Fourier serileri kompleks formda da ifade edilebilmektedir. Periyodik bir işaretin kompleks Fourier serisi sentez eşitliği;

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\Omega_0 t} \tag{4}$$

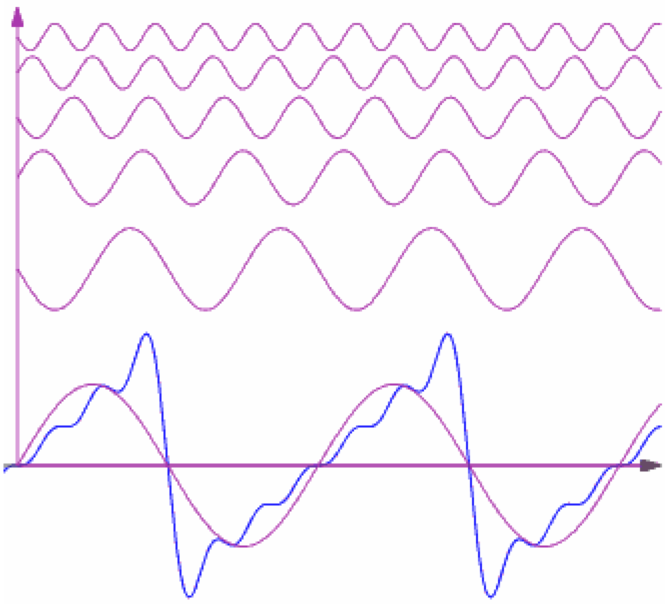
olarak gösterilir. Kompleks Fourier serisi katsayıları olan c_k bulunmak istenirse;

$$c_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t).e^{-jk\Omega_o t}.dt \tag{5}$$

analiz formülü kullanılır.

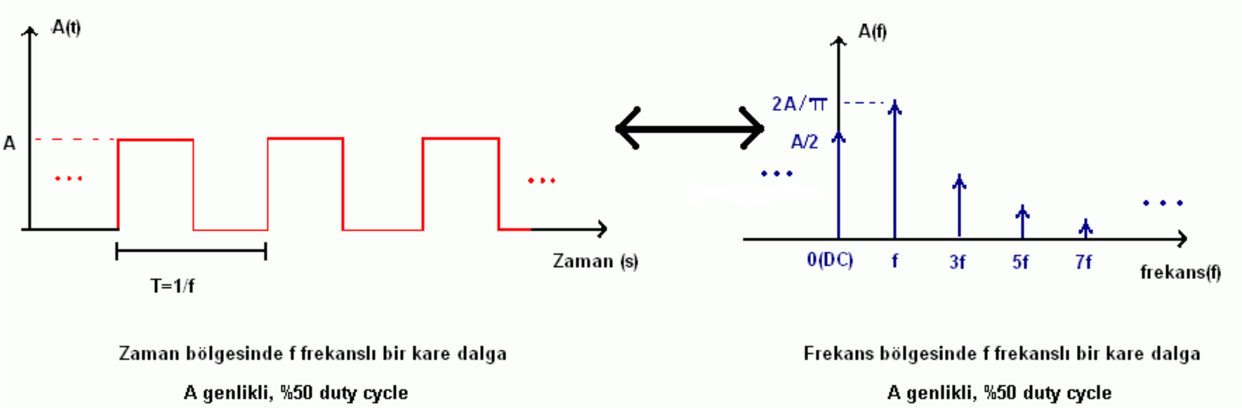
$e^{j\phi} = \cos(\phi) + j.sin(\phi)$ olmasından faydalanarak c_k ile a_k ve b_k arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$c_k = \begin{cases} \frac{1}{2}(a_k - jb_k) & k > 0 \\ \frac{1}{2}a_0 & k = 0 \\ \frac{1}{2}(a_{-k} + jb_{-k}) & k < 0 \end{cases}$$



Şekil 1.2 y-ekseni boyunca sıralanmış sinüzoidallerin toplanması ile üçgen dalganın elde edilmesi

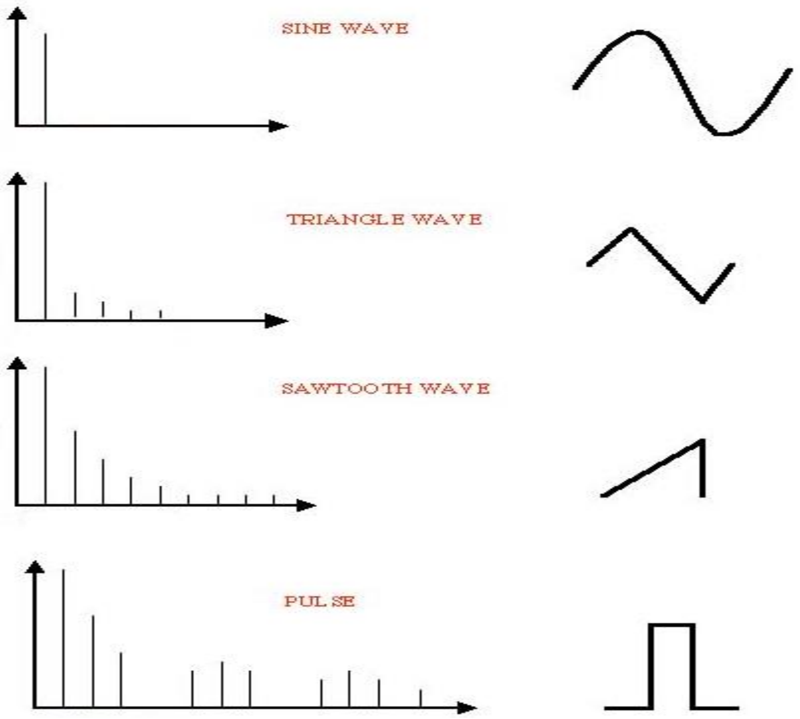
Fourier seri analizi ile zaman domenindeki işaretleri frekans domenine geçirilmiştir. Bu sayede işaretin içerisinde herhangi bir frekanstaki sinüzoidalin genlik ve faz miktarı belirlenebilmektedir.



Şekil 1.3 Kare dalganın genlik spektrumu

Genlik Spektrumu: İşaretin içerisindeki sinüzoidallerin genlik bilgisinin frekans eksenine göre gösterimidir.

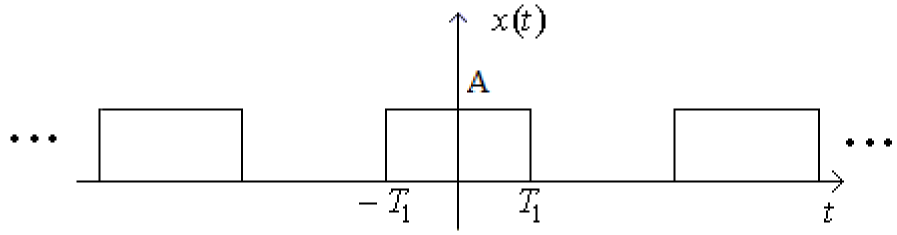
Faz Spektrumu: İşaretin içerisindeki sinüzoidallerin başlangıç açılarının frekans eksenine göre gösterimidir.



Şekil 1.4 İşaretlerin genlik spektrumları

NOT : Zaman domenindeki işaretler **reel olduğu için** genlik spektrumları **simetriktir.**
Bunun ters durumu da geçerlidir. Yani eğer bir işaret zaman domeninde **simetrikse** frekans domeninde ki karşılığı **reeldir.**

Örnek:



Genliği A ve $T_1 = \frac{T}{4}$ için yukarıdaki periyodik işaretin kompleks Fourier seri katsayılarının bulunması:

$$c_k = \frac{1}{T}\int_{-T/4}^{T/4} A.e^{-jk\Omega ot}.dt$$

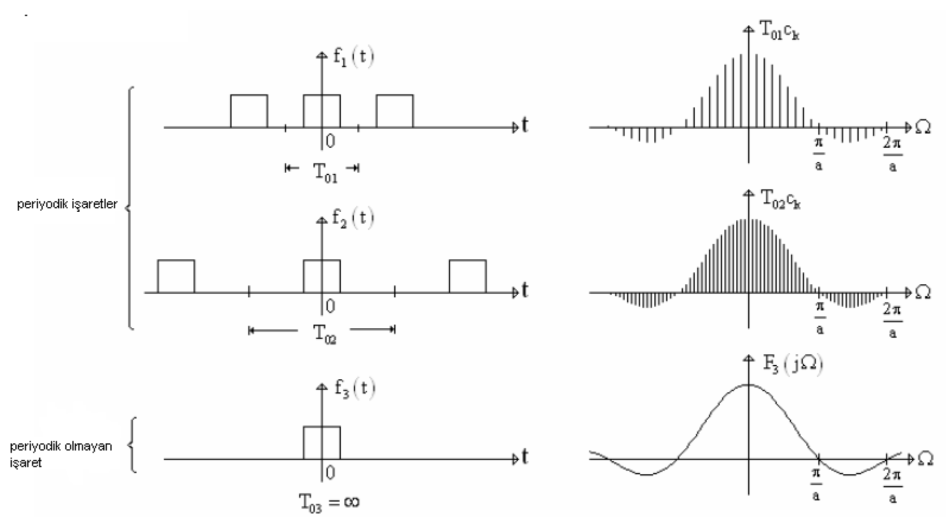
$$c_k = \frac{A}{T}.\left[\frac{e^{-jk\Omega_o t}}{-jk\Omega o}\right] \Big|_{-\frac{T}{4}}^{+\frac{T}{4}}$$

$$c_k = \frac{A}{T}\left[\frac{\left(e^{\frac{jk\Omega_o T}{4}} - e^{-\frac{jk\Omega_o T}{4}}\right)}{jk\Omega_o}\right] = \frac{2.A}{\pi k}\left[\frac{\left(e^{\frac{jk\pi}{2}} - e^{-\frac{jk\pi}{2}}\right)}{j2}\right] = \boldsymbol{\frac{2A}{k\pi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)}$$

Yukarıdaki son bulunan c_k kompleks katsayılara bakılırsa sadece **reel kısımdan** oluştuğu görülür. Bu işaretin zaman bölgesinde y eksenine göre **simetrik** olmasından kaynaklanmaktadır.

2. FOURIER DÖNÜŞÜMÜ

Fourier serisinin periyodik **olmayan** işaretlere genişletilmesiyle **Fourier dönüşümü** elde edilir.



Fourier dönüşümü, gerçek frekans spektrumunu verir.

Dönüşüm çiftinin matematiksel eşitlikleri aşağıdaki gibidir.

$$X(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\Omega t}dt \tag{5}$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\Omega)e^{j\Omega t}d\Omega \tag{6}$$

Fourier dönüşümü, Fourier serilerinin genelleştirilmiş halidir. Periyodik olmayan (aperiyodik) bir işaretin periyodu sonsuz olarak düşünülebilmektedir. Periyodu sonsuz olan bir işaretin temel frekansı limitte sıfıra gider. Dönüşüm eşitlikleri yukarıdaki gibi olur.

Özetle Fourier dönüşümü, Fourier serilerinin periyodunun sonsuza gittiği özel bir halidir.

3. AYRIK ZAMAN FOURIER DÖNÜŞÜMÜ (AZFD)

Eğer (5)'daki *x(t)*, T_s örnekleme periyoduyla örneklenirse, $x(nT_s)=x(n)$ olur ve *x(n)* artık ayrık bir değişken olduğundan integral de toplam ifadesine dönüşür:

$$\begin{aligned} X(\Omega) &\cong \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[nT_s]e^{j\Omega \mathrm{T_s}}T_s \\ &\cong T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[nT_s]e^{-j\Omega \mathrm{T_s}} \end{aligned} \tag{7}$$

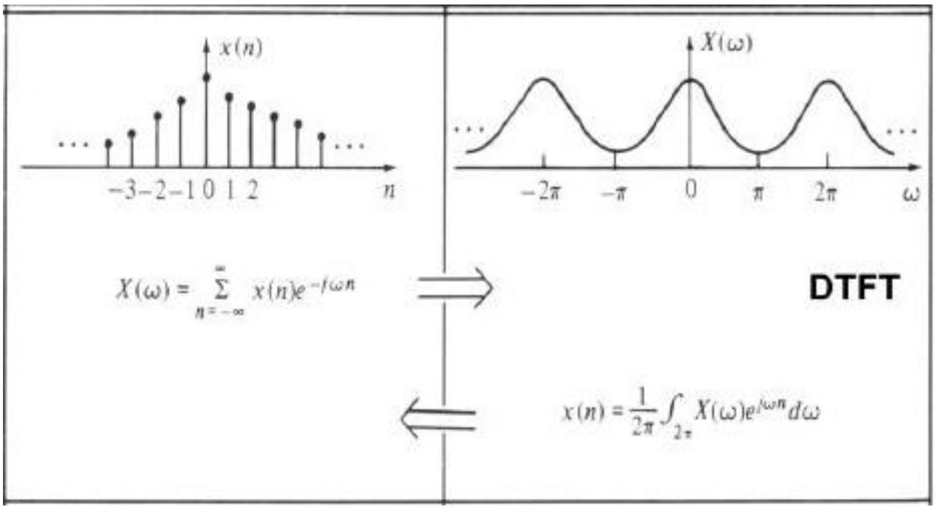
Burada değişken dönüşümü yapılıp $\Omega T_s = \omega$ ve $nT_s = n$ yerine konulursa;

$$X(\Omega) \cong T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$$

$$X(\, e^{j\omega}\,) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \tag{8}$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X\left(e^{j\omega}\right).\, e^{j\omega t}.\, d\omega \tag{9}$$

eşitlikleri elde edilir.



Dikkat

- Zaman bölgesinde **periyodik** olan bir işaretin frekans bölgesinde **ayrık** olduğuna ve zaman bölgesinde **ayrık** olan bir işaretin frekans bölgesinde **periyodik** olduğuna dikkat ediniz.

Zaman bölgesinde x(t) işareti Ts ile örneklendiğinde, ayrık işaret olan x[n] işaretine dönüşür. Bununla beraber frekans bölgesinde $X(\Omega)$ işareti, 2π ile periyodik olan $X(e^{j\omega})$ işaretine dönüşür.

Örnekleme işleminden sonra frekans spektrumu **periyodik** hale gelir. (ayrıntılı bilgi için örnekleme teoremine bakınız). Ancak pratikte integral sınırları ±∞ olamamaktadır. Hemen her zaman ayrık işaretler sınırlıdır. Bunun nedenleri şöyle sıralanabilir:

1. Eğer örneklenecek işaretler periyodikse, sadece bir periyot boyunca örnekleme yeterlidir ve bir periyottan N adet örnek alınır. (Bu durumda, Fourier serileri katsayıları kullanılır.)
2. Eğer işaret periyodik değilse, işaretten N adet örnek alınır. Sonsuz örnek almak mümkün değildir, çünkü sonsuz örnek demek sonsuz depolama alanı ve sonsuz işlem karmaşıklığı demektir. Kısacası örnekleri depolamak için sonlu depolama alanı (harddisk, flash hafıza, RAM, …vs) bulunduğundan ve alınan örneklerin ayrık Fourier dönüşümünü hesaplamak için sınırlı sayıda eleman (çarpıcı, toplayıcı) kullanılması gerektiğinden, örnekleme sonucu elde her zaman sonlu sayıda örnek bulunmaktadır.

Ayrık bir işareti sayısal ortamlarda işleyebilmek için frekans bölgesinde işlemler yapmak gerekir. Bu nedenle frekans bölgesindeki işaretin işlenebilmesi için onunda örneklenmesi gerekir. Bu işlem, işareti zaman bölgesinde de periyodik hale getirir.

4. AYRIK FOURIER DÖNÜŞÜMÜ

Ayrık Zaman Fourier Dönüşümü (AZFD) ayrık işaretlerin frekans analizini yapmamız için kullanılır. *Fakat AZFD sayısal sistemler için elverişli değildir*. Çünkü ayrık zaman işaretinin **AZFD sürekli bir işarettir**. Sürekli işaretler sonsuz noktadan oluştuğu için sayısal sistemlerde işlenememektedir. Bu nedenle frekans domenininde ayrık olması gerekir. Hem zaman domeninin hemde frekans domeninin **ayrık** olduğu dönüşüme **Ayrık Fourier Dönüşümü (AFD)** denir. Sayısal sistemlerde frekans analizi yapabilmek için AZFD'den türetilmiştir.

Frekans bölgesinde olan $X(e^{j\omega})$ işareti örneklenmek istenirse $\omega = \frac{2\pi}{N}.k$ olur. Ayrık zaman Fourier dönüşümü eşitlikleri aşağıdaki eşitliklere dönüşür.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[k]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad , k = 0,1,2,\dots,N-1 \qquad (9)$$

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad , n = 0,1,2,\dots,N-1 \qquad (10)$$

Burada $\Delta\omega = 2\pi/N$ **frekans bölgesindeki örnek alma adımıdır**. Bu adım ne kadar küçük ise frekans bölgesindeki **örnek sıklığı o derece fazladır**. Spektrumun çözünürlüğü ne kadar yüksek ise ($\Delta\omega = \frac{2\pi}{N}$ ne kadar küçükse) AFD, işaretin AZFD' sine yaklaşır. Bir işaretin sonuna sıfır eklenerek frekans çözünürlüğü arttırılabilir.

AFD ' nin Önemli Özellikleri

- x[n] ile X[k] arasında birebir karşılık vardır.
- Hesaplanması için hızlı Fourier dönüşümü (FFT) denilen son derece hızlı bir hesaplama algoritması vardır.
- AFD, hem zamanda hem de frekans bölgesinde ayrık ve sonlu uzunlukta olduğu için **sayısal ortamlarda** hesaplanabilir durumdadır.

AFD matris formu:

$x = [x[0], x[1], \cdots, x[N-1]]^T$ şekilde tanımlanan bir dizinin AFD' si;

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n].W_N^{kn} \qquad k = 0,1,2,\cdots,N-1 \qquad W_N = e^{-j2\pi/N}$$

olarak verilebilir. Bu şekilde x dizisi ile AFD olan X dizisi arasında W şeklinde bir dönüşüm matrisi tanımlanabilir. Bu sayede AFD, matris çarpımı olarak hesaplanabilir.

$$W = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \cdots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^1 & W_N^2 & \cdots & W_N^{N-1} \\ \vdots & \vdots & & \cdots & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{N-1} & W_N^{2(N-1)} & \cdots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix}$$

$$X = [X(0), X(1), \cdots, X(N-1)]^T = W.x$$

N noktalı bir dizinin ayrık zaman Fourier dönüşümü AFD ile alınmak istendiğinde **N^2 kompleks çapma ve N(N-1) kompleks toplama** yapmak gerekmektedir. Dizinin uzunluğu arttıkça bir dizinin AFD' sini almak oldukça zorlaşmakta ve işlem süresi saatleri bulmaktadır. AFD' nin **simetri ve periyodiklik** özelliklerinden yararlanılarak FFT algoritmaları türetilmiştir.

FFT algoritmaları sayesinde bu işlem karmaşıklığı **N/2 $\log_2$ (N)** kompleks çarpma ve **N $\log_2$ (N)** kompleks toplamaya indirgenebilmektedir. Bu sayede dizilerin AZFD' sinin alınması çok daha kısa bir sürede yapılabilmektedir.

	Direct computation load of DFT		FFT	
N	Complex Multiplication N^2	Complex Addition $N(N-1)$	Complex Multiplication $(N/2)\log_2 N$	Complex Addition $N \log_2 N$
2	4	2	1	2
8	64	56	12	24
32	1024	922	80	160
64	4096	4022	192	384
128	16384	16256	448	896
2^{10}	1048576	1047522	5120	10240
2^{20}	$\sim 10^{12}$	$\sim 10^{12}$	$\sim 10^{7}$	$\sim 2 \times 10^{7}$

Tablo 1 : AFD ve FFT' de yapılan kompleks hesaplamaların karşılaştırılması

5. DENEYDE YAPILACAKLAR

1. Fourier Serisi

```
clear all; close all; clc;

t = linspace(-1,1,256);              % zaman vektörü

F = 2;                               % kare dalga işaretin frekansı
A = 1;                               % kare dalga işaretin genliği

harmonik = 5;                        % kullanılacak olan harmonik sayısı
kare_d = zeros(1,length(t));

for k= 1:harmonik
    ck = (2*A)/(k*pi)*sin(k*pi/2);
    kare_d = ck*cos(k*2*pi*F*t) + kare_d;
end

kare_d = A/2 + kare_d;

figure
plot(t,kare_d),grid on
title('Simetrik Kare Dalganın Fourier Serisi')
xlabel('Zaman'), ylabel('Genlik')
```

a. Yukarıdaki kod periydik kare dalganın ağırlıklı sinüzoidallerin toplamı ile oluşturulmasını sağlar

b. Kodda ki harmonik sayısını 5, 10, 20 ve 100 olarak değiştirerek çıkışları çizdiriniz ve yorumlayınız.

c. **Ayrı bir m-dosyasında** genliği 5 frekansı 1 olan bir kare dalgayı 30 harmonikle oluşturunuz.

2. Fourier Dönüşümü

```
% ANALOG IŞARETLERIN
% MATLAB ORTAMINDA
% FOURIER DONUŞUMLERiNIN ALINMASI
clear all; close all;clc;

F1 = 10;         % Analog işaretin frekansı
A1 = 3;          % Anolog işaretin genliği

K  = 100;
Fs = 500;

t = [-1:1/Fs:1];
x1 = A1*cos(2*pi*F1*t);

X1     = fft(x1);
abs_X1 = abs(X1);
ang_X1 = angle(X1);

figure
subplot(2,1,1),plot(abs_X1),grid on
title('Eksen Düzeni Yapılmamış Genlik Spektrumu')
xlabel('Frekans'),ylabel('Genlik')
subplot(2,1,2),plot(ang_X1),grid on
title('Eksen Düzeni Yapılmamış Faz Spektrumu')
xlabel('Frekans'),ylabel('Açı')

% Eksen düzenlemesi
Fd = linspace(-Fs/2,Fs/2,length(X1)); % Çizim için frekans vektörü
shf_abs_X1 = fftshift(abs_X1);        % Genlik spekt. merkeze kaydırma
 shf_ang_X1 = fftshift(ang_X1);        % Faz spekt. merkeze kaydırma

figure
subplot(2,1,1),plot(Fd,shf_abs_X1),grid on
title('Eksen Düzeni Yapılmış Genlik Spektrumu')
xlabel('Frekans'),ylabel('Genlik')
subplot(2,1,2),plot(Fd,shf_ang_X1),grid on
title('Eksen Düzeni Yapılmış Faz Spektrumu')
xlabel('Frekans'),ylabel('Açı')
```

a. Yukarıdaki kodda genliği 3, frekansı 10 olan x1 işaretini üretiniz. Bu işaretin Fourier dönüşümünü alınız. Frekans eksenini düzenleyiniz. Data cursor ile gözlemlediğiniz işaretin frekansını belirleyiniz. Eksen düzenlemesinde Fd nin sınırlarının **[–Fs/2 , Fs/2]** olduğuna dikkat ediniz.

3. Ayrık Zaman Fourier Dönüşümü

```
clear all; close all;clc;
Fs = 1000;        % Analog işretin modellenmesi için
                  % gerekli olan örnekleme frekansı          !!
a  = 5;
t=[0:1/Fs:3];
x1 = exp(-a*t);

n=[0:127];
Fs1 = 50;         % Modellenen analog işaretin örneklenmesi için
                  % kullanılan frekans   !!
Ts1 = 1/Fs1;
xn  = exp(-a*(n*Ts1));

figure,
subplot(2,1,1), plot(t,x1),grid on
subplot(2,1,2), stem(n,xn),grid on

w = linspace(-10*pi,10*pi,1024);

DTFT_xn = 0;
for k=0:length(n)-1
    DTFT_xn = DTFT_xn + xn(k+1) * exp(-1i*w*k);
end

abs_DTFT_xn = abs(DTFT_xn);
ang_DTFT_xn = angle(DTFT_xn);

figure
subplot(211),plot(w,abs_DTFT_xn,'m'),grid on
subplot(212),plot(w,ang_DTFT_xn,'c'),grid on
```

a. Analog işaretin modellenmesinde kullanılan örnekleme frekansı ile modellenen analog işaretin örneklenmesinde kullanılan frekansı açıklayınız.

b. Örneklenmiş işaretin genlik spektrumu periyodik midir? Neden?

c. **Ayrı bir m-dosyasında** $x1 = e^{-(2.t)}.\cos(2\pi.10.t)$ $0 \le t \le 5$ işaretini Fs1 = 50 ile örnekleyinip çizdiriniz. Bu işaretin ayrık zaman Fourier dönüşümünü bulunuz. Ayrı bir figure'de genlik spektrumunu ve faz spektrumunu w = [-π,π] olacak şekilde subplot komutu ile çizdiriniz. Çıkan görüntüleri yorumlayınız.

=============== DENEY SONU ===============

4. Ayrık Fourier Dönüşümü

```
%% Ayrık zamanda bir kare işaretin üretilmesi
N_sifir = 10;
N_bir   = 10;

x1 = [zeros(1,N_sifir), ones(1,N_bir), zeros(1,N_sifir)];

N_top = length(x1);
n=[0:N_top-1];

%% Üretilen kare işaretin N-noktalı AFD' sinin alınması
k=[0:N_top-1];
W = exp(1i*2*pi*k'*n/N_top);

X1 = x1*W;

abs_X1 = abs(X1);
ang_X1 =(angle(X1)); %unwrap(angle(X1))

figure
subplot(3,1,1), stem(n,x1), grid on
subplot(3,1,2), stem(k,abs_X1),hold on, plot(k,abs_X1,'-r'),grid on
subplot(3,1,3), stem(k,ang_X1),hold on, plot(k,ang_X1,'-m'),grid on
```

a. N_sifir değeri 10, 50 ve 100 için x1 dizisinin AFD' sini, aynı N_sifir değerinin genlik ve faz spektrumlarını aynı pencerede olacak şekilde, **ayrı ayrı** çizdiriniz. Çıkan sonuçları yorumlayınız.

b. N_sifir = 100 için **fftshift** komutu kullanarak sonuçları gözlemleyiniz ve yorumlayınız. **unwrap** komutu kullanarak fazdaki süreksizlikleri gideriniz. Her iki grafiği çizdiriniz.

c. Ayrı bir m dosyasına aşağıdaki kodu yazarak çalıştırınız.

```
clear all; close all;clc;
N_sifir = 50;
N_bir  = 10;
x1 = [zeros(1,N_sifir), ones(1,N_bir), zeros(1,N_sifir)];

N_top = length(x1);
n=[0:N_top-1];

k=[0:N_top-1];
W = exp(-1i*2*pi*k'*n/N_top);

X1 = x1*W;

F_X1 = fft(x1);

F_abs_X1 = abs(F_X1);
F_ang_X1 = unwrap (angle(F_X1));
abs_X1   = abs(X1);
ang_X1   = unwrap (angle(X1));
```

```
figure
subplot(3,1,1), stem(n,x1), grid on
subplot(3,1,2), stem(k,F_abs_X1),hold on, plot(k,F_abs_X1,'-c'),grid on
subplot(3,1,3), stem(k,F_ang_X1),hold on, plot(k,F_ang_X1,'-c'),grid on

figure
subplot(3,1,1), stem(n,x1), grid on
subplot(3,1,2), stem(k,abs_X1),hold on, plot(k,abs_X1,'-m'),grid on
subplot(3,1,3), stem(k,ang_X1),hold on, plot(k,ang_X1,'-m'),grid on
```

d. Genlik ve faz spektrumları arasında fark var mıdır?

e. tic toc fonksiyonu ile AFD' nin ve fft fonksiyonunun hesaplanma sürelerini ölçünüz ve yorumlayınız.

f. x2 = [ones(1,N_bir), zeros(1,N_sifir), zeros(1,N_sifir)] dizisini üretiniz. x1 ve x2 dizilerini toplayıp x3 dizisine atayınız. Üç diziyi de subplot ile aynı ekranda gösteriniz.

g. x1 ve x2 dizilerinin fft' lerini alıp toplayınız. Toplamın ifft fonksiyonu ile ters dönüşümünü alınız ve ix3 değişkenine atayınız. x3 ve ix3 dizilerini subplot ile aynı ekranda çizdirerek karşılaştırınız.