GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

ELM365

Fundamentals of Digital Communications

MATLAB Project

Hazırlayan
1801022022 - Alperen KARATAŞ

Açıklamalı kod ve simülasyon çıktısı:

```
clc;
clear all;
close all;

N = 10^7; % Her bir SNR degeri icin gonderilen bit sayisi
Eb = 1; % Bit enerjisi Eb=1 olarak belirlendi
si = randsrc(1,N,[1,0;1/3,2/3]); % Alicinin girisindeki isaret
si_out = zeros(1,N); % Karar verici cikisindaki isaret
Ps1 = 1/3; % 1 biti olasiligi
Ps2 = 2/3; % 0 biti olasiligi
ai = si*2-1; % si 2 ile carpilip 1 cikarildiginda, si'nin 1 biti
icin a1=1 ve si'nin 0 biti icin a2=-1 elde edilir (a1 ve a2
degerleri analitik olarak bulunmustu).
a1 = 1; % analitik olarak bulunan a1 degeri
a2 = -1; % analitik olarak bulunan a2 degeri
Pb_sim_v = zeros(0,17); % Her bir simulasyon SNR degeri icin bit
hata olasiliklarini barindiricak vektor
Pb_analytical_v = zeros(0,17); % Her bir analitik SNR degeri icin
bit hata olasiliklarini barindiricak vektor

for db_SNR = 0:17

    SNR = 10^(db_SNR/10); % dB_SNR = 10logSNR oldugu bilindigine
gore formul duzenlenir
    N0 = Eb/SNR; % SNR = Eb/N0'dan N0 cekilir

    % sigma0^2=(N0/4)*((A^2)T) formulu geregi, Eb=1 oldugu icin
(A^2)T = 4
    % olur; buradan sigma0 = sqrt(N0) gelir
    sigma0 = sqrt(N0);

    % Kanal gurultusu asagidaki gibi eklenir. randn fonksiyonu 0
ortalamali
    % 1 standart sapmali duzgun dagilim uretir. Dagilim uygun alfa
    % sabitiyle carpilirsa istenen dagilim elde edilir. Bu
dagilimda istenen
    % varyans=N0 oldugu icin randn fonksiyonu sigma0 ile carpilir.
    z = ai + sigma0*randn(1,N);

    % gamma0 = ((sigma0^2 / ((A^2)T/2))) * ln(Ps2/Ps1)
+(a1+a2)/2sigma0^2
      % formulu geregi teorik olarak bulunan sonuclar formulde
      yerine
      % koyuldugunda gamma0 = (N0/2) * ln(Ps2/Ps1) bulunur.
      gamma0 = (N0/2)*log(Ps2/Ps1); % ln, matlabda log ile ifade
      edilir
```

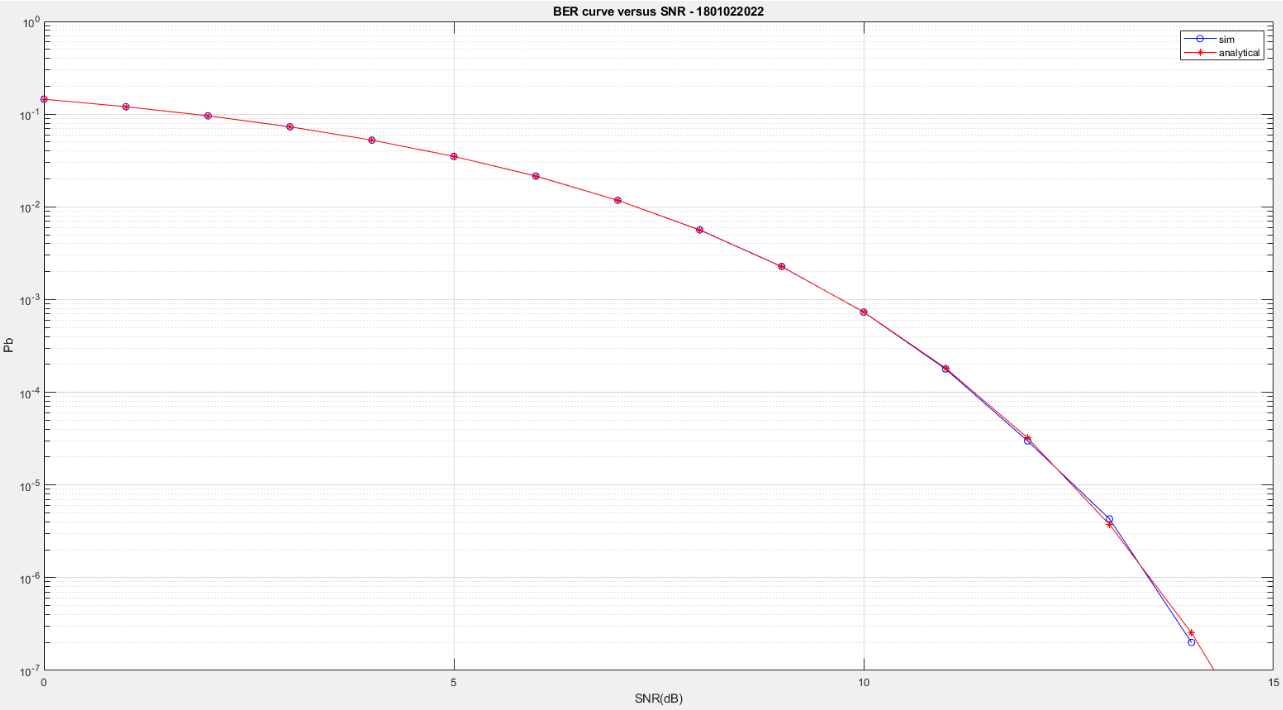
```
% Belirlenen gama degerine gore gurultu eklenmis isaretin karar
devresi
    % cikisi icin asagidaki kontrol gerceklestirilir
    for i = 1:N
        if z(i) > gamma0
            si_out(i) = 1; % Orneklenmis isaret gamma0'dan buyukse
1 bitine karar verilir
        else
            si_out(i) = 0; % Orneklenmis isaret gamma0'dan kucukse
0 bitine karar verilir
        end
    end

    % Hangi bitlerin hatali karar verildigini bulmak icin si ve
si_out
    % vektorleri karsilastirilir
    errors = si~=si_out;

    % Simulasyon ustunden hesaplanmis bit hata olasiligi
    Pb_sim = sum(errors)/N;
    % Her bir SNR degeri icin hesaplanan deger vektore ekleniyor
    Pb_sim_v = [Pb_sim_v Pb_sim];

    % Analitik olarak hesaplanmis bit hata olasiligi
    Pb_analytical = (1-qfunc((gamma0-a1)/sigma0))*Ps1 +
(qfunc((gamma0-a2)/sigma0))*Ps2;
    % Her bir SNR degeri icin hesaplanan deger vektore ekleniyor
    Pb_analytical_v = [Pb_analytical_v Pb_analytical];
end

dB_SNR = 0:17;
figure()
semilogy(dB_SNR,Pb_sim_v,'bo-');
hold on;
semilogy(dB_SNR,Pb_analytical_v,'r*-');
hold on;
legend('sim', 'analytical')
grid on;
title('BER curve versus SNR');
xlabel('SNR(dB)');
ylabel('Pb');
ylim([10^-7, 10^0]);
```



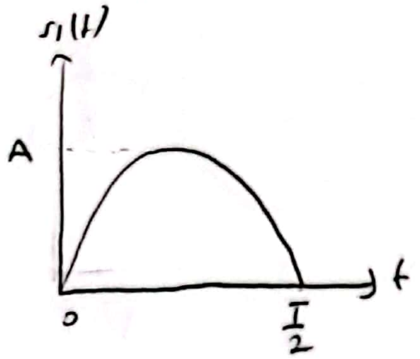
Şekil 1. Bit hata olasılığının işaretin gürültüye oranı grafiği

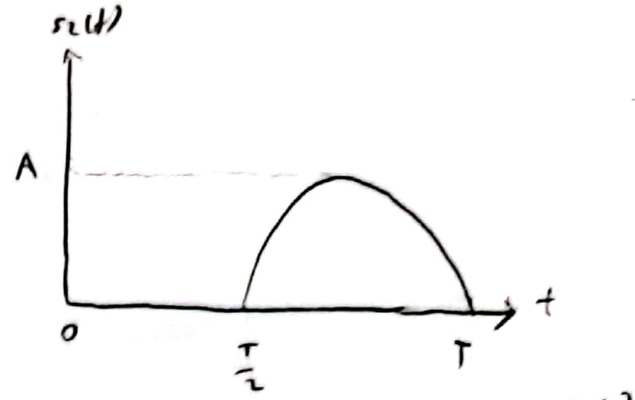
Yorum:

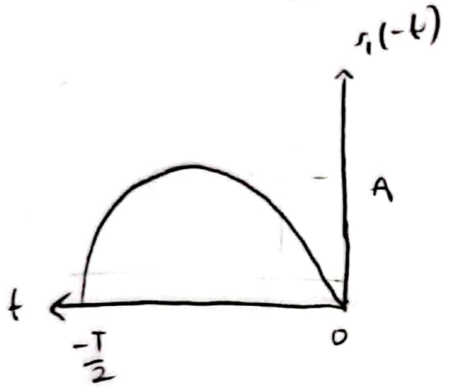
Şekil 1'deki MATLAB simülasyon çıktısı incelendiğinde, SNR değeri arttıkça hem analitik hem de simülasyon eğrilerindeki bit hata olasılığının azaldığı görülmektedir. Analitik ve simülasyon eğrilerinin birbirlerine çok benzediği söylenebilir. Simülasyon için işarete beyaz gauss gürültüsü eklendiği için simülasyon eğrisinde küçük sapmalar meydana gelebilir. Buna rağmen iki eğri arasında çok küçük fark olduğu görülmüştür.

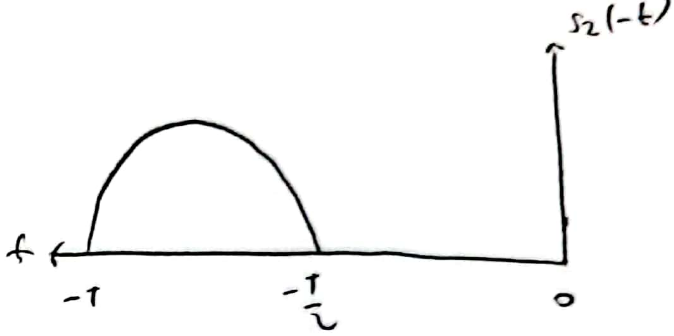
ELM 365 Matlab Projesi

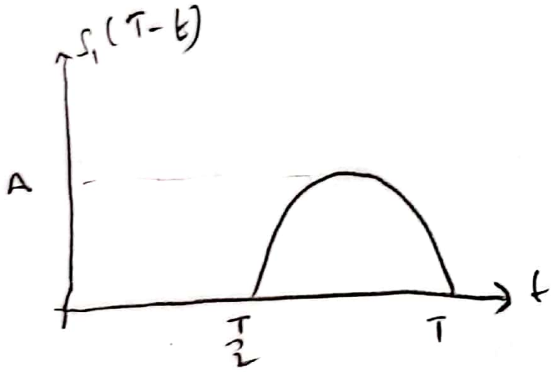
$$s_1(t) = \begin{cases} A \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) & , \ 0 \le t \le T/2 \\ 0 & , \ \text{else} \end{cases} \quad , \quad s_2(t) = s_1(t - T/2)$$

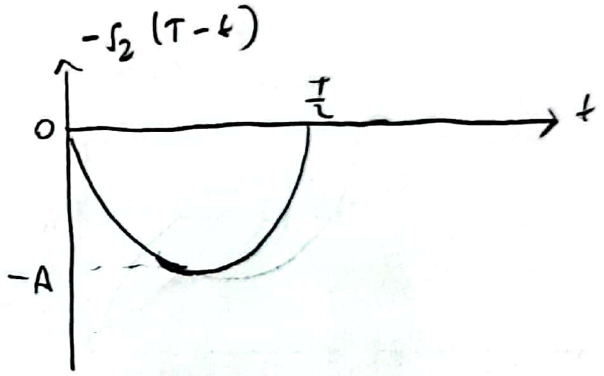




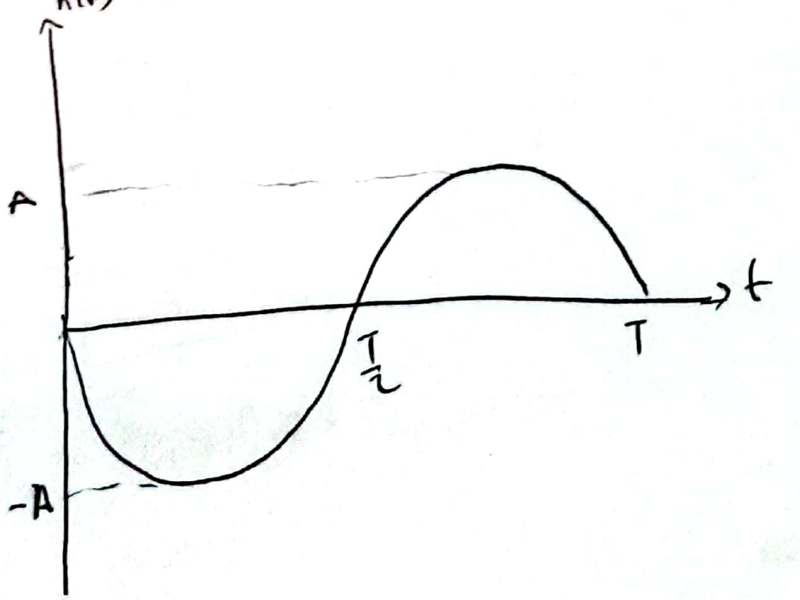




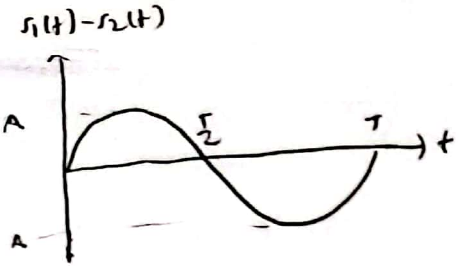




$h(t) = s_1(T-t) - s_2(T-t)$



$$a_i(T) = \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]\, s_i(t)\, dt$$



$$a_1(T) = \int_0^{\frac{T}{2}} s_1(t) \cdot A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} \underbrace{s_1(t)}_{0} \cdot \left(-A \sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\right) dt$$

$$= A^2 \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt = \frac{A^2}{2} \int_0^{T/2} 1 - \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) dt = \frac{A^2}{2}\left(t - \frac{T}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\right)\Bigg|_0^{T/2}$$

$$= \frac{A^2}{2}\left[\frac{T}{2} - \underbrace{\frac{T}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi \cdot T}{2T}\right)}_{0} - \left(\underbrace{0 - \frac{T}{4\pi} \sin(0)}_{0}\right)\right] = \boxed{\frac{A^2T}{4}}$$

E_b 1 olursa

$a_1 = 1$

$$a_2(T) = \int_0^{\frac{T}{2}} \underbrace{s_2(t)}_{0} \cdot A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} s_2(t) \left(-A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right) dt$$

$$= -A^2 \int_{\frac{T}{2}}^{T} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt = -\frac{A^2}{2} \int_{\frac{T}{2}}^{T} 1 - \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) dt = -\frac{A^2}{2}\left(t - \frac{T}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\right)\Bigg|_{\frac{T}{2}}^{T}$$

$$= -\frac{A^2}{2}\left(T - \underbrace{\frac{T}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi T}{T}\right)}_{0} - \left(\frac{T}{2} - \underbrace{\frac{T}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi T}{2T}\right)}_{0}\right)\right)$$

$$= \boxed{-\frac{A^2T}{4}}$$

E_b 1 olursa

$a_2 = -1$

$$E_{s_1} = \int_0^{T/2} |s_1(t)|^2 dt = A^2 \int_0^{T/2} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt = \frac{A^2}{2} \int_0^{\frac{T}{2}} 1 - \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) dt = \frac{A^2}{2}\left(t - \frac{T}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\right)\Bigg|_0^{T/2}$$

$$= \frac{A^2}{2}\left[\frac{T}{2} - \underbrace{\frac{T}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi \cdot T}{2T}\right)}_{0} - \left(\underbrace{0 - \frac{T}{4\pi} \sin(0)}_{0}\right)\right] = \boxed{\frac{A^2T}{4}}$$

E_b 1 olursa

$A^2 = 4$

$E_{s_1} = 1\ J$

CamScanner ile tarandı

$$E_{s_2} = \int_{T/2}^{T} |s_2(t)|^2 dt = A^2 \int_{T/2}^{T} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt = \frac{A^2}{2} \int_{\frac{T}{2}}^{T} 1-\cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) dt = \frac{A^2}{2}\left[\left(t - \frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\right)\Big|_{\frac{T}{2}}^{T}\right]$$

$$= \frac{A^2}{2}\left(T - \frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi T}{T}\right) - \left(\frac{T}{2} - \frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi T}{2T}\right)\right)\right) = \boxed{\frac{A^2 T}{4}} \rightarrow$$

E_b 1 olursa:
$A^2T = 4$
$E_{s_2} = 1$ J

$$E_b = E_{s_1} P(s_1) + E_{s_2} P(s_2)$$

$$= \frac{A^2T}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{A^2T}{4} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{\frac{A^2T}{4}}$$

E_b 1 olursa
$A^2T = 4$

$$E_d = \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt$$

$$= \underbrace{A^2 \int_0^{T/2} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt}_{\frac{A^2T}{4}} + \underbrace{A^2 \int_{T/2}^{T} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt}_{\frac{A^2T}{4}}$$

(Bu integraller daha önce alındı)

$$= \boxed{\frac{A^2T}{2}}$$

E_b 1 olursa:
$E_d = 2$ J

$$E_h = \int_0^T |h(t)|^2 dt = A^2 \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt + A^2 \int_{\frac{T}{2}}^{T} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt$$

(integraller daha önce alındı)

$$= \boxed{\frac{A^2T}{2}}$$

E_b 1 olursa
$E_h = 2$ J

$$\rho = \frac{1}{E_b} \int_0^T s_1(t) s_2(t) dt = \frac{1}{E_b}\left[\int_0^{T/2} s_1(t) \cdot 0 + \int_{T/2}^{0} 0 \cdot s_2(t)\right] = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_0^2 = \frac{N_0}{2} E_h = \frac{N_0}{2} \cdot \frac{A^2T}{2} = \frac{N_0}{4} A^2 T$$

E_b 1 olursa
$A^2T = 4$
$\sigma_0^2 = N_0$

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_0^2}{a_1 - a_2} \ln \frac{P(s_2)}{P(s_1)} + \frac{a_1 + a_2}{2\sigma_0^2}$$

$E_b = \frac{A^2T}{4}$ olduğu bulunmuştu. $E_b = 1$ alındığı durumda $A^2T = 4$ bulunur.

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_0^2}{\underbrace{\frac{A^2T}{2}}_{2}} \ln(2) + 0 = \frac{\sigma_0^2}{2} \ln(2) = \frac{N_0}{2} \ln(2) \Rightarrow \sigma_0 = \sqrt{N_0}$$

$$P_s = \left[1 - Q\left(\frac{\gamma_0 - a_1}{\sigma_0}\right)\right] \underbrace{P(s_1)}_{\frac{1}{3}} + Q\left(\frac{\gamma_0 - a_2}{\sigma_0}\right) \underbrace{P(s_2)}_{\frac{2}{3}}$$