

Uydu Hareket Simülasyonu:

Uyduların eliptik yörüngelerinin ifade edilebildiği sistemlerden biri **Kepler** denklemleridir. Bu denklem sistemi diferansiyel formda olan aşağıdaki 3 denklemden oluşmaktadır:

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -\gamma M \frac{x}{r^3} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\gamma M \frac{y}{r^3} \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\gamma M \frac{z}{r^3}\end{aligned} \quad \text{Burada:}$$

$$\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg.m^2} \quad \text{Kepler sabitidir.}$$

$$M = 5.976 \times 10^{24} kg \quad \text{Dünyanın kütlesidir.}$$

r Uydunun kütle merkezi ile dünyanın kütle merkezi arasındaki mesafedir.

x, y, z uydunun kartezyen koordinatlarıdır.

Bunları 1. dereceden differansiyel denklem şeklinde yazalım:

$$\left. \begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= U \\ \frac{dy}{dt} &= V \\ \frac{dz}{dt} &= W\end{aligned} \right\}$$

$$\frac{dU}{dt} = -\gamma M \frac{x}{r^3}$$

$$\frac{dV}{dt} = -\gamma M \frac{y}{r^3}$$

$$\frac{dW}{dt} = -\gamma M \frac{z}{r^3}$$

$$\frac{dx}{dt} = U \Rightarrow \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t} \Rightarrow x_{i+1} = x_i + \Delta t.U$$

$$\frac{dy}{dt} = V \Rightarrow \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} \Rightarrow y_{i+1} = y_i + \Delta t.V$$

$$\frac{dz}{dt} = W \Rightarrow \frac{z_{i+1} - z_i}{\Delta t} \Rightarrow z_{i+1} = z_i + \Delta t.W$$

Toplam **6 denklem** elde edilir:

$$\left. \begin{aligned} U_{i+1} &= U_i - \Delta t \cdot \gamma \cdot M \frac{x_i}{r_i^3} \\ V_{i+1} &= V_i - \Delta t \cdot \gamma \cdot M \frac{y_i}{r_i^3} \\ W_{i+1} &= W_i - \Delta t \cdot \gamma \cdot M \frac{z_i}{r_i^3} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + \Delta t \cdot U_i \\ y_{i+1} &= y_i + \Delta t \cdot V_i \\ z_{i+1} &= z_i + \Delta t \cdot W_i \end{aligned} \right\}$$

$$r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$$

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$$

Bu denklemleri çözmek için başlangıç koşulları alınacak, daha sonra 1000 adımda herbir noktada uydunun konumunu ve hızlarını bulacağız

$x_0(m)$	$y_0(m)$	$z_0(m)$	$r(m)$
10000000	20000000	23000000	32078029,86

Burada (0) indisi başlangıç şartlarını belirtmektedir. Bunlar **konumlarla ilgili başlangıç şartları**. Buna ilaveten bir de **başlangıç hızları** verilmeli:

$U_0(m/s)$	$V_0(m/s)$	$W_0(m/s)$
Uzunlamasına Hız	Yanlamasına Hız	Dikey Hız
5000	5000	3500

100000 adımda Delta t= 0.1 s adımı ile uydunun konumları ve hızları bulunacak. sonra Delta t =1s alınacak 10000 adım için uydunun konumları ve hızları bulunacak (2 durum için konum ve hız grafikleri çizilecek)