Title

Alphabetium

2023 年 4 月 7 日

1　磁重聯简述

磁重聯是發生在等離子體中的一個過程，最初分開的磁力線聚集在一起並合併，並在此過程中釋放能量。

磁重聯的原理可以用磁力線的概念來解釋。磁場線就像想像中的線一樣，追踪等離子體中磁場的路徑。它們有一個方向，可以被認為是從空間中的一點延伸到另一點。

當等離子體不同區域的磁力線聚集在一起時，它們可以重新連接，從而形成新的磁力線。這個過程釋放能量並改變等離子體中磁場的拓撲結構。新的磁場線可以有不同的形狀和方向，這會導致等離子體動力學發生變化。

磁重聯是一個尚未完全理解的複雜過程，但它被認為在許多天體物理現像中起著至關重要的作用，例如太陽耀斑、日冕物質拋射和地球磁層。它還與實驗室等離子體、聚變能和空間天氣研究有關。

2　磁流体力学方程组

磁流体力学方程组描述了磁场与等离子体相互作用的基本物理过程。以下是磁流体力学方程组的基本形式：

1. 连续性方程：$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ 其中，ρ 是等离子体密度，$\mathbf{v}$ 是等离子体流速。

2. 动量守恒方程：$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g}$ 其中，p 是等离子体压力，$\mathbf{B}$ 是磁场，μ_0 是真空磁导率，$\mathbf{g}$ 是重力加速度。

3. 磁感应方程：$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$ 其中，η 是等离子体电导率。

4. 能量守恒方程：$\frac{\partial}{\partial t}(\frac{p}{\rho^\gamma}) + \nabla \cdot (\frac{p}{\rho^\gamma}\mathbf{v}) = \frac{\eta}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B})^2 + \mathbf{v} \cdot \nabla p + \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + Q$ 其中，γ 是等离子体绝热指数，Q 是能量源项。

3 MHD equation

可以使用磁流體動力學 (MHD) 方程從數學上描述磁重聯的原理，這是等離子體物理學的一個分支，研究電離氣體在磁場存在下的行為。以下是使用一些基本 MHD 方程的簡化解釋：

在等離子體中，磁場由磁場矢量 B 描述。磁場線為磁場在每個點處相切的線。等離子體也由流體速度描述矢量 V 和等離子體密度 ρ。

描述磁場演變的 MHD 方程稱為感應方程：

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (V \times B) + \eta \nabla^2 B$$

其中，$\frac{\partial B}{\partial t}$ 表示时间偏导数，∇ 是梯度算子，$\times$ 表示向量叉积，而 η 则是磁扩散率，代表等离子体传导磁场的能力。

方程右侧的第一项描述了等离子体流动对磁场的平流作用。第二项表示由于等离子体电阻率引起的磁场扩散。

当来自等离子体不同区域的磁力线相互接近时，磁场可以被压缩和扭曲。这可能会使得磁扩散率变大到足以允许磁力线断裂并重新连接。在重新连接过程中，磁力线断裂并形成新线路，释放能量并改变了磁场拓扑结构。

可以使用 Sweet-Parker 模型估计重连速率：

$$vrec \approx v_A(\frac{\delta}{L})^{\frac{1}{2}}$$

其中 v_A 是 Alfvén velocity，它是磁扰动在等离子体中传播的速度测量值，δ 是重连层的厚度，L 是系统的特征长度尺度。

总之，磁重联是等离子体中涉及磁场线断裂和合并的基本过程。可以使用 MHD 方程进行数学描述，并且可以释放大量能量，这对广泛的天体物理和实验室等离子现象具有重要意义。

4 磁化等離子體

磁化等離子體的低頻相對介電常數 ε 由下式給出:$\varepsilon = 1 + \frac{c^2 \mu_0 \rho}{B^2}$ 其中 B 是磁場強度，c 是光速，μ_0 是真空的 Permeability 磁導率，質量密度是總和:$\rho = \sum_s n_s m_s$, 所有種類的帶電等離子體粒子（電子以及所有類型的離子）。這裡物種的數量密度為 n_s 和每個粒子的質量 m_s。

電磁波在這種介質中的相速度為:$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{1+\dfrac{c^2\mu_0\rho}{B^2}}}$ 對於 Alfvén wave 的情況:$v = \frac{v_A}{\sqrt{1+\dfrac{v_A^2}{c^2}}}$ 其中:$v_A \equiv \frac{B}{\sqrt{\mu_0 \rho}}$ 是 Alfvén wave 群速度。（相速度的公式假設等離子體粒子以非相對論速度運動，參考系中的質量加權粒子速度為零，並且波平行於磁場矢量傳播。）

如果 $v_A \ll c$，那麼 $v \approx v_A$。另一方面，當 $v_A \to \infty$ 時，$v \to c$。即在高場或低密度下，阿爾芬波的群速度接近光速，阿爾芬波成為普通的電磁波。

忽略電子對質量密度的貢獻，$\rho = n_i m_i$, 其中 n_i 是離子數密度，m_i 是每個粒子的平均離子質量，以便:$v_A \approx (2.18 \times 10^{11}\,\mathrm{cm\,s^{-1}}) \left(\frac{m_i}{m_p}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{n_i}{1\ \mathrm{cm^{-3}}}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{B}{1\ \mathrm{G}}\right).$

5 Sweet-Parker model

Sweet-Parker 模型描述了在电阻磁流体力学框架下，当重新连接的磁场是反平行（方向相反）且与粘性和可压缩性相关的效应不重要时，时间无关的磁再连接。初始速度仅为 $E \times B$ 速度，因此：

$$E_y = v_{\text{in}} B_{\text{in}}$$

其中 E_y 是垂直于平面的电场，v_{in} 是特征入流速度，而 B_{in} 则是特征上游磁场强度。通过忽略位移电流，可以得到低频安培定律。$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}$, gives the relation:

$$J_y \sim \frac{B_{\text{in}}}{\mu_0 \delta}$$

其中 δ 是电流层的半厚度。该关系使用磁场在约 2δ 的距离内反转。通过将理想电场与层内阻性电场 $\mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{J}$（使用欧姆定律）相匹配，我们发现：

$$v_{\text{in}} = \frac{E_y}{B_{\text{in}}} \sim \frac{1}{\mu_0 \sigma \delta} = \frac{\eta}{\delta}$$

这里，η 是磁扩散率。当入流密度与出流密度相当时，质量守恒产生以下关系：

$$v_{\text{in}} L \sim v_{\text{out}} \delta$$

其中 L 是电流层的半长度，v_{out} 是出流速度。上述关系式的左右两侧分别表示进入层和离开层的质量通量。将上游磁压力与下游动压力相等：

$$\frac{B_{\text{in}}^2}{2\mu_0} \sim \frac{\rho v_{\text{out}}^2}{2}$$

where ρ is the mass density of the plasma. Solving for the outflow velocity then gives:

$$v_{\text{out}} \sim \frac{B_{\text{in}}}{\sqrt{\mu_0 \rho}} \equiv v_A$$

其中 v_A 是 Alfvén wave 波 or Alfvén velocity。有了上述关系，无量纲重联速率 R 就可以用两种形式来表示，第一种是使用从欧姆定律中推导出的结果 (η, δ, v_A)，第二种是使用质量守恒定律中的 (δ, L)：

$$R = \frac{v_{\rm in}}{v_{\rm out}} \sim \frac{\eta}{v_A \delta} \sim \frac{\delta}{L}$$

Since the dimensionless Lundquist number S is given by :

$$S \equiv \frac{L v_A}{\eta}$$

R 的两个不同表达式相乘，然后开方，给出了重新连接速率 R 和 Lundquist 数 S 之间的简单关系：

$$R \ \sim \sqrt{\frac{\eta}{v_A L}} = \frac{1}{S^{\frac{1}{2}}}$$

6 Rayleigh-Taylor instability

雷诺-泰勒不稳定性是当两种密度不同的流体之间存在界面且较重的流体由较轻的流体支撑时发生的一种流体不稳定性。当界面存在微扰时，不稳定性会引起较重的流体下降和较轻的流体上升，这会放大微扰并导致形成尖峰和气泡。

该不稳定性是以雷利勋爵和泰勒先生的名字命名的，他们在 20 世纪早期分别推导出了控制不稳定性的方程。雷诺-泰勒不稳定性在许多自然和工业场合中都有观测到，包括超新星爆炸、激光驱动的坍塌和海洋和大气流的混合。

从数学上讲，雷诺-泰勒不稳定性可以使用流体运动的纳维 - 斯托克斯方程，连续方程和流体状态方程来描述。这些方程可以在线性近似下，围绕未扰动的界面进行描述，导致一个色散关系，决定不稳定性的增长率和波长。

不稳定性的增长率取决于流体之间的密度差异、重力加速度和扰动的波长。当扰动的波长大于关键波长时，界面的表面张力会稳定不稳定性。当波长小于关键波长时，不稳定性会呈指数增长，导致形成手指状和气泡状。

雷诺-泰勒不稳定性是流体动力学中一个重要的研究领域，涉及广泛的领域，包括天体物理学、等离子体物理学和工程学。理解和控制不稳定性对许多工业和科学应用至关重要，例如惯性约束聚变和燃烧发动机中的混合。

by wikipediaaaa

7 论文 2.2

Sweet-Parker 重新连接是缓慢的，因为所有进入重新连接区域的流体都必须通过一个薄的、有电阻的通道流出。Petschek 解释如果电阻层很短，大部分进入的流体不通过它流出，而是被静态激波重新定向，重新连接速度会更快。Petschek 的理论被广泛引用来支持快速重新连接，最大重新连接速度是 $vA\ /8\ln S$ ，通常是 Alfvén velocity 的几个百分点，足以解释大多数天体物理现象。但是，通过数值 MHD 模拟尝试验证 Petschek 的理论表明，这种重新连接不会自行发展，除非磁扩散率　在 X 点附近增加。Petschek 的模型的一个普遍特点是，与 Sweet-Parker 模型相比，大部分能量转化为流出的离子动能和热（如果存在激波），相对较少的能量进入电子的电阻加热中。