Homework 0:Nobel Laureates Related to Lasers

物理2001孙陶庵202011010101

https://github.com/xingxia1/test1

2023 年 4 月 2 日

1 123

一根光纤中的模式频率可以使用波动方程计算：

$\nabla^2\vec{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$

其中，$\vec{E}$是电场，c是真空中的光速，∇^2是拉普拉斯算子。

假设电场可分为径向和方位角两个部分，则我们可以写成：

$\vec{E}(r,\theta,z,t)=\vec{E}(r)e^{-i\beta z}e^{i\omega t}\vec{u}(\theta)$

其中r是距离光纤轴线的径向距离，θ是方位角度数，z是沿着光纤的距离，β 是传播常数, ω 是角频率, $\vec{u}(\theta)$ 是方位角单位矢量。

将这个表达式代入波动方程并简化后得到：

$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\vec{E}}{\partial r}\right)+\left(\beta^2-\frac{\omega^2}{c^2}n^2(r)\right)vecE=0$

其中$n(r)$表示在径向距离r处的折射率。

该方程可以通过适当的边界条件求解，例如，在芯层-包层边界处电场及其导数的连续性。

模式频率与其角频率ω有关：

$\omega=\frac{2\pi c}{\lambda}$

其中，λ是光在光纤中的波长。

因此，模式频率可以表示为：

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{\lambda}$

其中f是模式的频率。

总之，在光纤中的模式频率与其波长有关，并且可以使用波动方程和适当的边界条件进行计算。该频率由光纤的折射率分布以及芯区域大小和形状决定。

光纤中导模的传播常数β由以下公式给出：

$\beta = k_0 n_{eff}$

其中k_0是光在真空中的波数，n_{eff}是模式的有效折射率。有效折射率与芯层和包层的折射率有关：

$n_{eff} = \sqrt{\frac{\int_{core} n^2(r)\, dA}{\int_{core} dA}}$

其中$n(r)$是芯内折射率的径向分布，积分取自芯部横截面积。对于半径为a、折射率为n_1、被折射率为n_2所包围的阶跃型光纤，其折射率径向分布如下：

$n(r) = \begin{cases} n_1, & r \leq a \\ \\ n_2, & r > a \end{cases}$

将此表达式代入计算n_{eff} 的公式并求解积分得到：

$n_{eff} = \sqrt{n_1^2 \frac{2\pi}{\beta^2} \int_0^a r\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_1^2 r^2}\, dr + n_2^2 \frac{2\pi}{\beta^2} \int_a^\infty r\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2 r^2}\, dr}$

为了找到支持导模的β值范围，我们需要在芯层-包层界面处施加边界条件。在该界面上，电场和磁场的切向分量必须连续。这些边界条件导致以下方程式来计算β：

$\tan\left(\frac{\beta a}{2}\right) = \sqrt{\frac{n_{eff}^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_{eff}^2}}$

此方程将传播常数β与有效折射率n_{eff}和芯层、包层的折射率n_1和n_2相关联。仅当根号下的量为正时，它才有β 的解，这导致存在导模的以下条件：

$k_0 n_2 < \beta < k_0 n_1$

此条件定义了支持光纤中导模传播常数范围。

参考文献