

プログラミング基礎演習レポート 2016-2

長谷川禎彦

注意点

レポートは以下の2つを提出すること。

- プログラムのソースコード (C 言語)
- レポート本体 (doc, docx, pdf, odt) . 英語でも良い.

以下の点に留意せよ. なお, その他の注意点は第一回レポートに準ずる.

- 提出〆切り : 2017/2/19 の 23:59
- 提出方法 : 作成したソースファイル (ファイル名は自由. 一つのプログラムを複数ファイルに分割しても良い) とレポート本体 (doc, docx, pdf, odt 等) を「学籍番号.zip」としてまとめる. 作成した zip ファイルをホームページの提出フォームから提出する (「ファイル」と書かれた所から, ソースとレポート本体の zip ファイルを添付する). その際, 課題の選択を「レポート2」とすること (フォームからは 12/20 以降に提出可能となる).
- なお, 全ての問題において大枠として題意を満たしていれば, 方法・内容とも自由に変更して良い. 問題の拡張や手法の改良を行って良い.

1. 課題 (必須課題)

文字列で表された関数を木構造にするプログラムを書け. つまり

Plus[Times[Sin[13.4],3],2] (1)

のような入力を木構造にする. なお, 関数に変数は含まれていない. 入力はコマンドライン引数, 標準入力, 外部ファイルなど外部から入力する (要はソースに書き込まない). さらにこの木構造を評価することで, 関数の値を計算せよ (式(1)の場合は約 4.22 が答え). 考える関数はPlus, Times, Subtract, Divide, Sin, Cos, Exp, Log, Powerとせよ (関数の意味は以下の通りである). なお, この形式は WolframAlpha (Mathematica) と互換性のある表式である (Tips 参照).

Plus[x, y]	$x + y$	Cos[x]	$\cos(x)$
Times[x, y]	$x \times y$	Exp[x]	$\exp(x)$
Subtract[x, y]	$x - y$	Log[x]	$\log(x)$ (底は e)
Divide[x, y]	x/y	Power[x, y]	x^y
Sin[x]	$\sin(x)$		

2. 課題 (自由課題)

変数 x に関する関数において, 微分操作を行うプログラムを書け. つまり,

Plus[Power[x, 3], Sin[x]] (2)

のような関数が与えられたとき, この式を x に関して微分するプログラムである.

このためには, 式(2)を木構造に変換し, 木構造上で微分操作を行う必要がある. 例えば, Plus[A, B]

という木構造 (A, B はなんらかの x の関数とする. A, B も一般には木構造になっている) に微分操

作を加える場合, $\frac{d}{dx}(A+B) = \frac{dA}{dx} + \frac{dB}{dx}$ であるから

$$\frac{d}{dx}\text{Plus}[A,B] = \text{Plus}\left[\frac{dA}{dx}, \frac{dB}{dx}\right] \quad (3)$$

となる. 同様に, $\text{Times}[A,B]$ の場合, $\frac{d}{dx}(AB) = \frac{dA}{dx}B + A\frac{dB}{dx}$ から

$$\frac{d}{dx}\text{Times}[A,B] = \text{Plus}\left[\text{Times}\left[\frac{dA}{dx}, B\right], \text{Times}\left[A, \frac{dB}{dx}\right]\right] \quad (4)$$

となる. 他の関数に関しても同様の変換規則を定義することが出来る. A や B も木構造であるが, dA/dx や dB/dx に対しても再帰的に微分操作を適用することで, 一般の木構造で表される関数に対して微分を計算できる. なお, 微分後の式を簡単化する必要はない (もちろん可能ならしても良い). 例えば, $\text{Exp}[\text{Cos}[x]]$ の微分であれば, 定義通りに実装すると

$$\frac{d}{dx}\text{Exp}[\text{Cos}[x]] = \text{Times}\left[\text{Times}[-1.0, \text{Times}[\text{Sin}[x], 1.0]], \text{Exp}[\text{Cos}[x]]\right] \quad (5)$$

のような結果が得られるはずである (これは綺麗にすると $-e^{\cos(x)}\sin(x)$ である).

入力のコマンドライン引数, 標準入力, 外部ファイルなど外部から入力する. 微分結果は, 画面表示, 外部ファイルへの書き込み等何でもよい.

3. 課題 (自由課題)

ニュートン法を用いて, 与えられた関数 (式(1)や(2)の形式) の極値 (局所最大値・局所最小値) を計算するプログラムを書け. ニュートン法は $f(x) = 0$ の解を数値的に計算する手法であった (第3回のスライド参照). そこで, 式 $f(x)$ が文字列で与えられたとき, その式の $f'(x) = 0$ の解をニュートン法で計算することで極値を見つけることが出来る ($f'(x)$ は微分を表す). また, $f''(x)$ の符号を見ることで, 見つかった極値が局所最大か局所最小かを判定することが出来る.

入力 (式や初期値など) はコマンドライン引数, 標準入力, 外部ファイルなど外部から入力する. 与える関数は $f(x)$ のみで, $f'(x)$ や $f''(x)$ は与えてはならない (つまり課題 2 などを使って微分を記号的に計算する). 計算結果は, 画面表示, 外部ファイルへの書き込み等何でもよい.

【例 1】

$$f(x) = \exp(-x) + x^2 = \text{Plus}[\text{Exp}[\text{Times}[-1, x]], \text{Power}[x, 2]] \quad (6)$$

最小値0.8271 ($x = 0.3517$)

【例 2】

$$\begin{aligned} f(x) &= \log(1+x^2) + (x+1)^2 \\ &= \text{Plus}[\text{Log}[\text{Plus}[1, \text{Power}[x, 2]]], \text{Power}[\text{Plus}[x, 1], 2]] \end{aligned} \quad (7)$$

最小値0.4662 ($x = -0.5698$)

【Tips】WolframAlpha（又は Mathematica）による検算

この節の情報は使わなくても課題の実行は可能であるが、使うと行いやすくなる．式(1)や(2)で表される式は WolframAlpha（Mathematica）形式と互換性があるので、作成したプログラムのチェックが可能である．式(1)や(2)を Web サービスである WolframAlpha (<https://www.wolframalpha.com/>) に入力すると、式が計算される．微分を計算するには `D[f[x],x]` というコマンドを用いる．例えば、

$\frac{d}{dx} \sin(f(x))$ を計算するには `D[Sin[f[x]],x]` と入力すればよい（ $f(x)$ の部分は $f(x)$ のままでも正しく計

算される）．積分は、 $\int f(x)dx$ は `Integrate[f[x],x]` と入力する．なお、Mathematica で入力する場合、実行は Enter ではなく Shift + Enter である．複雑な式の場合、WolframAlpha では計算できないため、そのような場合は Mathematica を使うと可能である．Mathematica は情報基盤センターの PC にはインストールされているが、家で試したい場合には Mathematica と互換性のあるオープンソースソフトウェア Mathics が便利である．Mathics の Cygwin へのインストール方法は <https://goo.gl/QSp6ya> に記述してある（少し手間が必要である）．