



دانشگاه صنعتی اصفهان  
دانشکده برق و کامپیوتر

عنوان موضوع و زمینه اصلی:  
ارائه کتبی تمرین دوم رباتیک

استاد درس:

دکتر پالهنگ

دانشجو:

داریوش حسن پور

هوش مصنوعی (9308164)

## 1 - قسمت اول تمرین

در این قسمت بایستی تلاش شود که با داشتن مشخصات فیزیکی ربات شامل شعاع چرخ های و نصف فاصله بین دو چرخ یک ربات دیفرانسیلی و همچنین با داشتن سرعت زاویه ای چرخ ها بتوان مسیری را که ربات طی خواهد کرد را نشان داد.

معادلات (1) و (2) و (3) سرعت ربات را بر بروی هر یک از محور های x و y و همچنین سرعت زاویه ای ربات را با داشتن سرعت های زاویه ای چرخ های ربات و شعاع و نصف فاصله بین چرخ ها را می دهند.

$$\dot{x} = \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_l) \cos(\theta) \quad (1)$$

$$\dot{y} = \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_l) \sin(\theta) \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = \frac{r}{2l}(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_l) \quad (3)$$

برای بدست آوردن مکان و جهت ربات از معادلات بالا ابتدا لازم است از سرعت زاویه ای ربات انتگرال گرفته شود و سپس با داشتن زاویه ای ربات با انتگرال گیری از سرعت های مکانی ربات مکان ربات را بدست آورد.

$$x = \int \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_l) \cos(\theta) dt = \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_l) \cos(\theta)t + x_0 \quad (4)$$

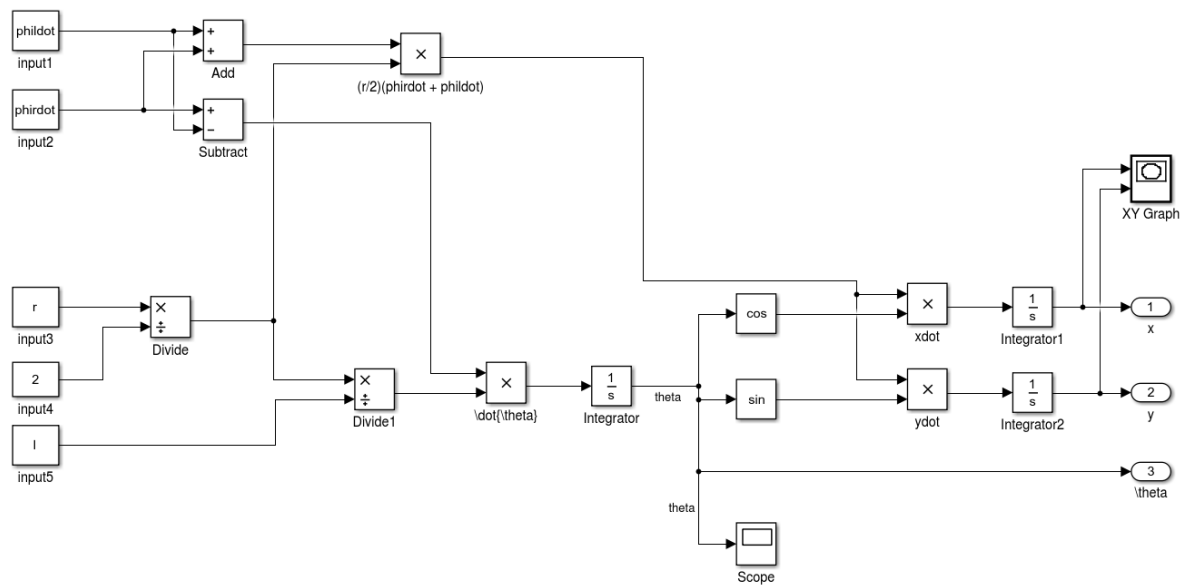
$$y = \int \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_l) \sin(\theta) dt = \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_l) \sin(\theta)t + y_0 \quad (5)$$

$$\theta = \int \frac{r}{2l}(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_l) dt = \frac{r}{2l}(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_l)t + \theta_0 \quad (6)$$

حال کافیت که معادلات (4) و (5) و (6) را در سیمولینک<sup>1</sup> پیاده سازی کنیم که به صورت شمای شکل شماره 1-1 خواهد شد.

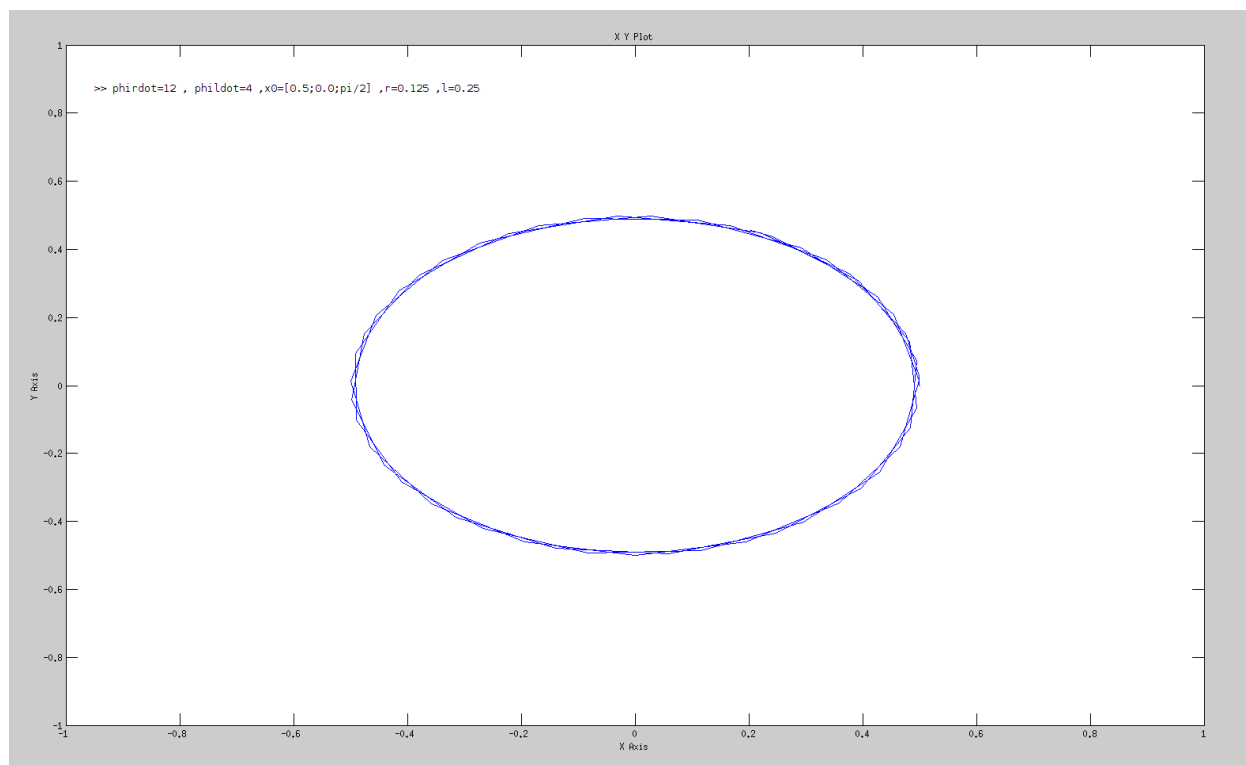
---

<sup>1</sup> Simulink

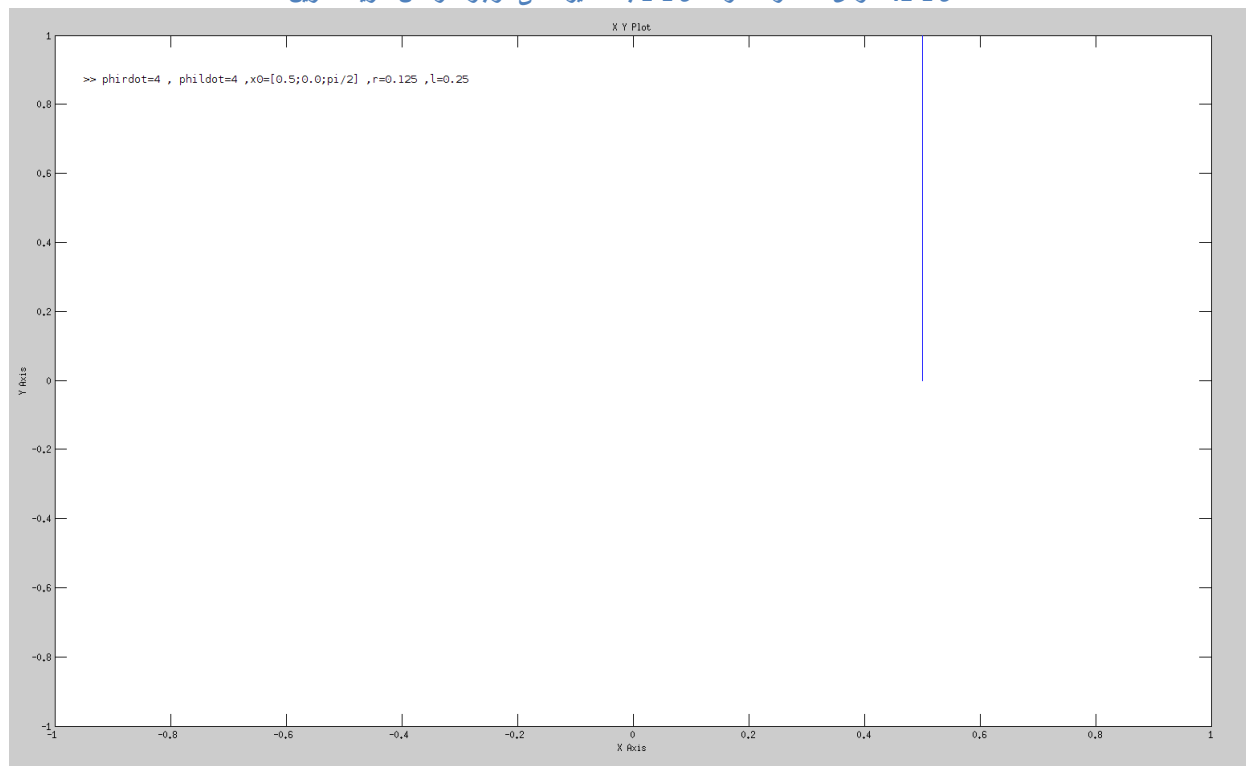


شکل 1-1: پیاده سازی معادلات (4) و (5) و (6)

که چند عدد تست جهت اطمینان از کار کرد مدار معادلاتی شکل 1-1 انجام شده که در شکل های 2-1 و 3-1 آمده است که مدار شکل 1-1 نتایج مورد انتظار را فراهم کرده است.



شکل 1-2: نحوه‌ی عملکرد مدار شکل 1-1 با مقادیر مثالی موجود در متن تعریف تمرین



شکل 1-3: با داشتن سرعت های زاویه‌ای برابر ریبات در یک مسیر مستقیم حرکت کند.

## 2 - قسمت دوم تمرین

در این قسمت هدف پیاده‌سازی یک کنترل کننده برای ربات دیفرانسیلی می‌باشد که بتواند با داشتن موقعیت‌های شروع و پایان؛ ربات را در مسیری به حرکت وا دارد که در نهایت به موقعیت نهایی اعلام شده برسد.

موقعیت‌ها باید دارای ویژگی‌های

1. مختصات دکارتی ربات
2. زاویه ربات در مختصات جهانی

باشد.

$$position = [x \ y \ \theta]$$

شکل 1-2: نحوه نمایش موقعیت ربات

که موقعیت ربات در موقعیت اولیه و نهایی به ترتیب توسط نماد های  $x_0$  و  $x_g$  نمایش داده میشوند:

$$x_0 = [x_0 \ y_0 \ \theta_0]$$

$$x_g = [x_g \ y_g \ \theta_g]$$

که با داشتن دستور های کنترلی معادلات (7) و (8) باید بتوانیم که ربات را به موقعیت دلخواه هدایت کنیم.

$$v = \kappa_\rho \rho \quad (7)$$

$$\omega = \kappa_\alpha \alpha + \kappa_\beta \beta \quad (8)$$

که دارای ثابت‌های زیر هستند:

$$\begin{bmatrix} \kappa_\rho \\ \kappa_\alpha \\ \kappa_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ -1.5 \end{bmatrix}$$

در معادلات (7) و (8) باید به محاسبات روابط (9) و (10) و (11) پردازیم:

$$\rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (9)$$

$$\alpha = \arctan 2\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) - \theta \quad (10)$$

$$\beta = \theta_g - \alpha - \theta = \theta_g - \arctan 2\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \quad (11)$$

در روابط (9) تا (11) تعریف (12) را داریم :

$$\Delta\Psi \equiv \Psi_2 - \Psi_1 \quad (12)$$

برای یک ربات دیفرانسیلی، مدل سینماتیکی بوسیله ی معادلات (13) و (14) بیان می شود :

$$v = \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_r + \dot{\varphi}_l) \quad (13)$$

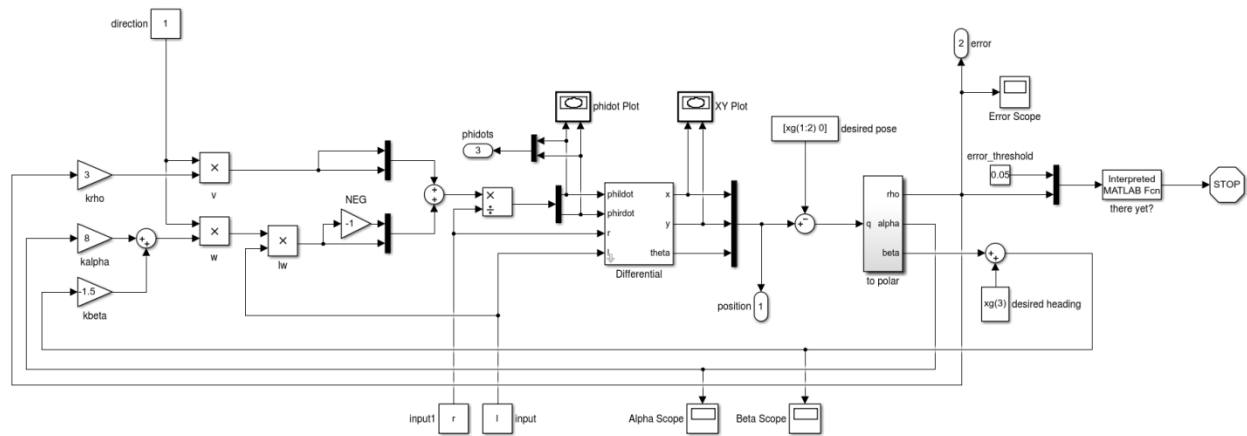
$$\omega = \frac{r}{2l}(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_l) \quad (14)$$

حال برای کنترل ربات ابتدا رابطه ای بدست آوریم که بتوان سرعت چرخهای ربات را از روی سرعت خطی و سرعت زاویه ای ربات بدست آورد که به معادلات (15) و (16) میرسیم :

$$\dot{\varphi}_l = \frac{\vartheta - l\omega}{r} \quad (15)$$

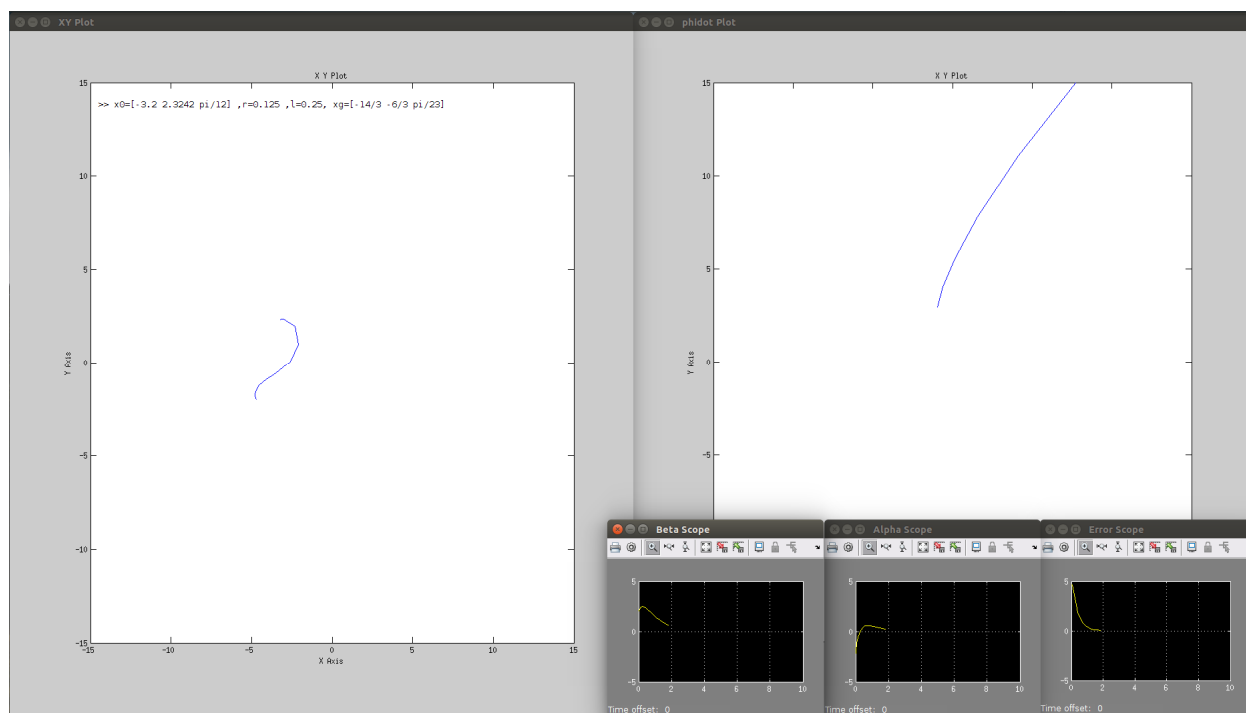
$$\dot{\varphi}_r = \frac{\vartheta + l\omega}{r} \quad (16)$$

با استفاده از مدار شکل 1-1 در و روابط (7) تا (16) مدار جهت کنترل ربات به صورت شکل 2-2 خواهد بود

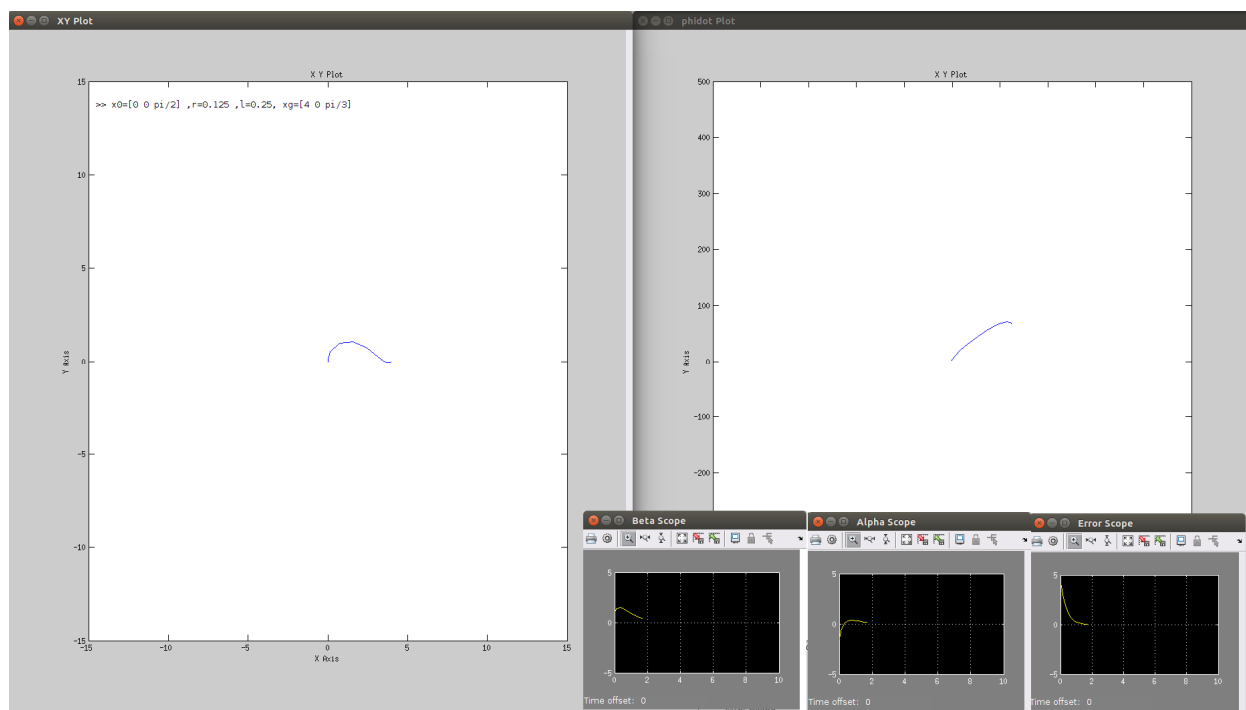


شکل 2-2: مدار کنترلی ربات دیفرانسیلی

آزمایش‌های زیادی جهت بررسی عملکرد مدار شکل شماره 2-2 انجام شده اند که نتایج دو نمونه از آنها در شکل‌های 2-3 و 2-4 آمده‌اند.



شکل 2-3: آزمایش شماره 1 برای مدار شکل 2-2



شکل 2-4: آزمایش شماره 2 برای مدار شکل 2-2



### 3 - پیاده سازی در نرم افزار Webot

در نرم افزار ویبوت مهم ترین قسمت پیاده سازی توابع Differential و gotoPointDiff هستند که به صورت کدهای 1-3 و 2-3 پیاده سازی شده اند.

```
13 // gets the speed of left and right wheel with their details and calculates the new location of the robot
14 // @param left      The left wheel's angular velocity
15 // @param right     The right wheel's angular velocity
16 // @param r         The wheels' radius
17 // @param l         The distance between 2 wheels
18 // @param current    The current position of robot
19 // @param dt        The time granity used for integral purposes
20 // @return position_t The new position of robot based on inputs
21 position_t differential(phidot_t left, phidot_t right, length_t r, length_t l, position_t* current, dtime_t dt){
22     // define locals
23     dot_t tdot, p, xdot, ydot;
24     radian_t theta;
25     // calc. the fix part of eq.
26     phidot_t
27         phi_sum = right + left,
28         phi_sub = right - left;
29     // if the pev. is null
30     if(current == NULL){
31         // assume all zero
32         current = pos_new(0, 0, 0);
33     }
34     // calc. the \dot{\theta}
35     tdot = (thetadot_t)(r * phi_sub / ( 2 * l ));
36     // make the integral
37     theta = tdot * dt + current->theta;
38     // make the fixed part of {x|y}dot eq.
39     p = r * phi_sum / 2;
40     // calc. the x dot
41     xdot = p * (radian_t)cos(theta);
42     // calc. the y dot
43     ydot = p * (radian_t)sin(theta);
44     // return an integrated new pos.
45     return pos_make(xdot * dt + current->x, ydot * dt + current->y, __ANGDIFF(theta));
46 }
```

#### کد 1-3: پیاده سازی تابع Differential

که در تابع فوق مقدار  $dt$  به صورت ثابت با مقدار 0.001 است که با آزمون خطا بدست آمده است زیرا که در نرم افزار ویبوت بخاطر باید مقدار  $dt$  و قدم های زمانی ربات به اندازه ای انتخاب شوند که ربات فرصت این را پیدا کند تا بتواند با تغییراتی که در سرعت چرخ هایش ایجاد میکند مسیر خود را تنظیم کند در غیر این صورت ربات از لحاظ محاسباتی به نقطه ای مورد نظر همگرا خواهد شد ولی از منظر شبیه ساز به جایی نمیرسد.

```

14 #define ERROR_THRESHOLD      0.05f
15 #define K_RHO                 +3.0f
16 #define K_ALPHA               +8.0f
17 #define K_BETA                -1.5f
18
19 // linear and angular velocity configuration container
20 typedef struct vw{
21     float v;
22     float w;
23 } vw_t;
24 // returns a new linear and angular velocities based on
25 // @param p      current position of robot
26 // @param pg     target position of robot
27 // @output STOP has the robot reached the target destination?
28 // @return vw_t a new velocity configuration
29 vw_t gotoPointDiff(position_t p, position_t pg, bool* STOP) {
30     vw_t $;
31     length_t rho      = pos_calc_distance(p, pg);
32     float __atan2     = atan2f(pg.y - p.y, pg.x - p.x);
33     length_t beta     = pg.theta - __atan2;
34     length_t alpha    = __atan2 - p.theta;
35     *STOP             = (rho <= ERROR_THRESHOLD);
36     $.v               = K_RHO * rho;
37     $.w               = K_ALPHA * alpha + K_BETA * beta;
38     return $;
39 }
40
41 #undef ERROR_THRESHOLD
42 #undef K_RHO
43 #undef K_ALPHA
44 #undef K_BETA
45

```

کد 2-3: پیاده سازی تابع gotoPointDiff

و قسمتی که این توابع کدهای 1-3 و 2-3 را باهم به کار میگیرد و در شبیه ساز به اجرا می آورد در کد 3-3 آمده است.

```

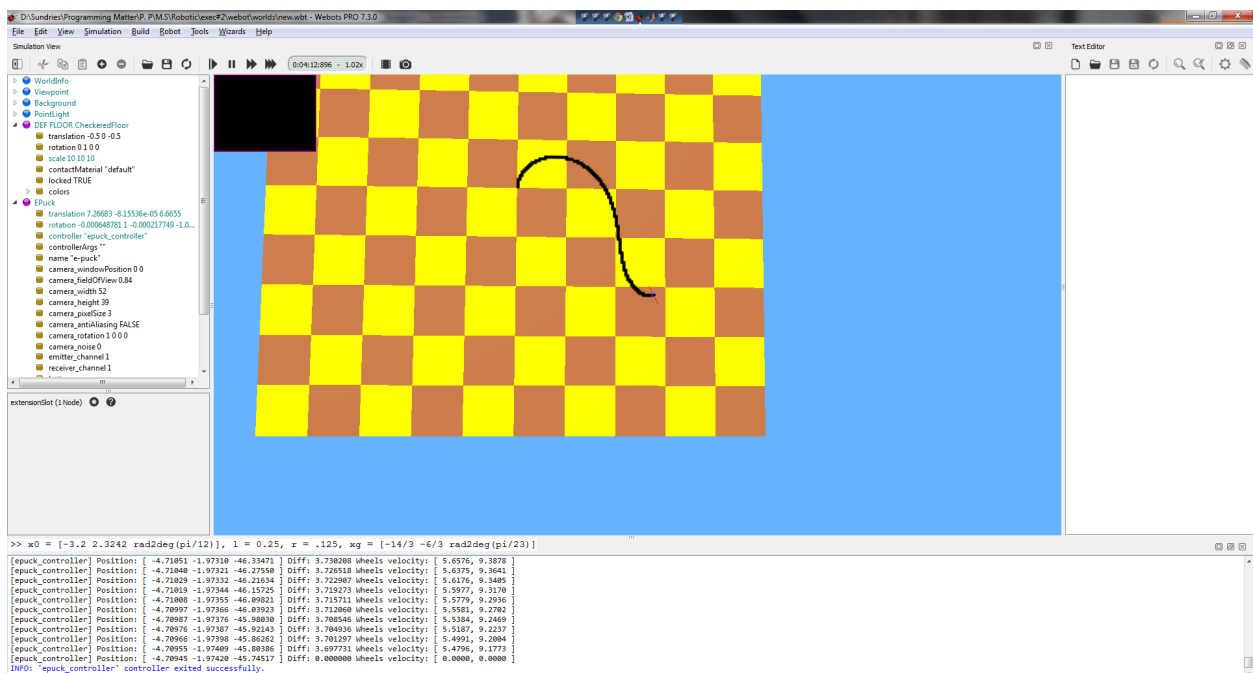
118 | wb_robot_init();
119 | {
120 |     // get the pen device
121 |     pen = wb_robot_get_device("pen");
122 |     // init x0 and xg
123 |     init_pos(&x0, &xg);
124 |     // define the initial position as current position
125 |     x = x0;
126 |     // drive the robot
127 |     while(!STOP && wb_robot_step(TIME_STEP) != -1) {
128 |         // trace the path
129 |         wb_pen_write(pen, true);
130 |         // print current position
131 |         printf("Position: ");
132 |         __PRINT_POSITION(stdout, x);
133 |         // calc the new phi-dots value
134 |         get_phidots(gotoPointDiff(x, xg, &STOP), (length_t)WHEEL_RADIUS_CM / 100, (length_t)ROBOT_RADIUS_CM / 100, &phildot, &phirdot);
135 |         // if should stop?
136 |         if(STOP) { phildot = 0; phirdot = 0; }
137 |         // normalize the velocities
138 |         normalize_velocities(&phildot, &phirdot);
139 |         // print status
140 |         printf("\t\tWheels velocity: [ %.4f, %.4f ]\n", phildot, phirdot);
141 |         // set the wheels' velocity
142 |         wb_differential_wheels_set_speed(phildot, phirdot);
143 |         // get the new location of the robot
144 |         x = differential(phildot, phirdot, (length_t)WHEEL_RADIUS_CM/100, (length_t)ROBOT_RADIUS_CM/100, &x, DT);
145 |     }
146 |     // stop tracing the path
147 |     wb_pen_write(pen, false);
148 |     printf("Execution terminated ...");
149 | }
150 | wb_robot_cleanup();

```

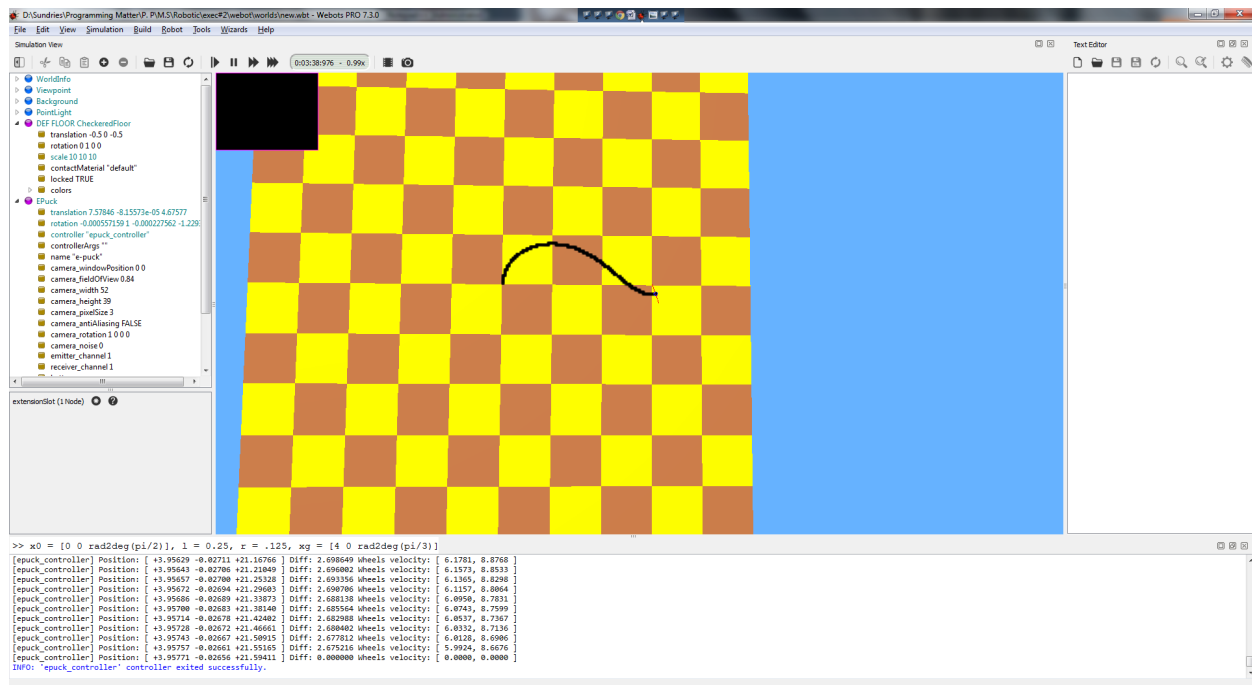
### کد 3-3: ترکیب توابع اشکال 1-3 و 2-3 و شبیه‌ساز

که توضیح مفصل راجع به دیگر اجزا کد ها در ارائه حضوری صورت خواهد گرفت.

جهت بررسی اینکه آیا معادلات (1) تا (16) به درستی در شبیه‌ساز پیاده‌سازی شده اند ما آزمایش‌های شکل‌های 2-3 و 4-2 را در شبیه‌ساز اجرا کرده این که در اشکال 1-3 و 2-3 نمایش داده شده اند.



### شکل 1-3: اجرای آزمایش 3-2 در شبیه‌ساز



شکل 2-3: اجرای آزمایش 4-2 در شبیه ساز

فقط توجه داشته باشیم که ربات در شبیه ساز همیشه فرض را بر این میگذارد که در موقعیت شروع واقع است برای همین شکل 3-1 دوران یافته ی شکل 3-2 میباشد (به دلیل وجود زاویه اولیه مخالف 90 درجه) و همانطور که نتایج نشان میدهند توانسته ایم به درستی مدارهای شماره 1-1 و 2-2 را در شبیه ساز پیاده سازی کنیم و به اجرا آوریم.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> نسخه ی بروز تمرین انجام شده را میتوانید از آدرس زیر دسترسی پیدا کنید که لینک داده شده تا روز ارائه ی حضوری معتبر خواهد بود.  
<https://github.com/noise2/tmp>

#### 4 - منابع

- اسلایدهای درس
- کتاب مرجع اصلی - نوربخش
- <http://planning.cs.uiuc.edu/node659.html>
- <https://www.youtube.com/watch?v=aE7RQNhwnPQ>