روشی برای غیرفازی‌سازی اعداد فازی کاربردی برای مسائل حمل و نقل

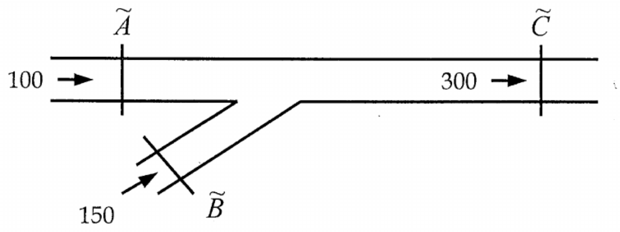
داریوش حسن‌پور آده

۹۳۰۸۱۶۴

در بسیاری از مشکلات مهندسی حمل و نقل و برنامه ریزی، ما با شرایطی مواجه می‌شویم که در آن مشاهده‌ی انجام شده دارای مقادیر تقریبی هستند، و این مقادیر باید محدودیت‌های خاصی را ارضا کنند. که در این مقاله[۱] به معرفی روشی پرداخته است که بهترین مجموعه اعداد را برای دسته‌ای از اعداد فازی، پیدا می‌کند بصورتی که محدودیت‌های موجود در مساله را ارضا کنند.

در این مقاله روشی ارائه شده است که مقادیر مشاهده شده را طوری تنظیم می‌کند که محدودیت‌های حاکم بر مساله را ارضا کنند. این روش زمانی مناسب است که اطلاعات ارائه شده برای مقادیر واقعی کم بوده و همچنین مقادیر مشاهده شده بعنوان تقریبی از مقادیر واقعی در نظر گرفته می‌شوند. این روش فرض را بر این می‌گذارد که مقادیر مشاهده شده اعداد فازی هستند و بجز محدودیت‌های حاکم بر مساله اطلاعات دیگری در موردشان نداریم و از برنامه‌نویسی خطی فازی برای غیر فازی سازی[1] استفاده می‌کند. و هدف این روش این است که مجموعه‌ای از مقادیر را طوری بیابد که کوچکترین درجه عضویت بین آنها حداکثر شود.

به عنوان مثال همان‌طور که در شکل ۱ می‌بینید فرض کنید میزان حجم ترافیک مشاهده شده در هر یک از انشعاب‌های سه‌راهی که با نام های A, B و C نشان داده شدند به ترتیب برابر با $\begin{bmatrix}۱۰۰\\۱۵۰\\۳۰۰\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A\\B\\C\end{bmatrix}$ می‌باشند. که این مقادیر به علت عدم دقت دستگاه ترافیک‌سنج تقریبی در نظر گرفته می‌شوند. قانون جریان ترافیک توسط مشاهدات صورت گرفته ارضا نشده است یعنی $A + B \neq C$.



شکل۱: نمونه مثال ـ ترافیک سنجیده شده در یک سه‌راهی

فرض می‌کنیم که اعداد مشاهده شده، اعداد فازی هستند و به هریک مقادیر تابع عضویتی اختصاص می‌دهیم. بالاترین نقطه‌ی تابع عضویت می‌تواند معادل با مقدار مشاهده شده باشد. با توجه به دانشی که راجع به دقت مشاهدات صورت گرفته داریم، میزان پیشتیبانی[2] هر تابع عضویت را مقداری فرض می‌کنیم.

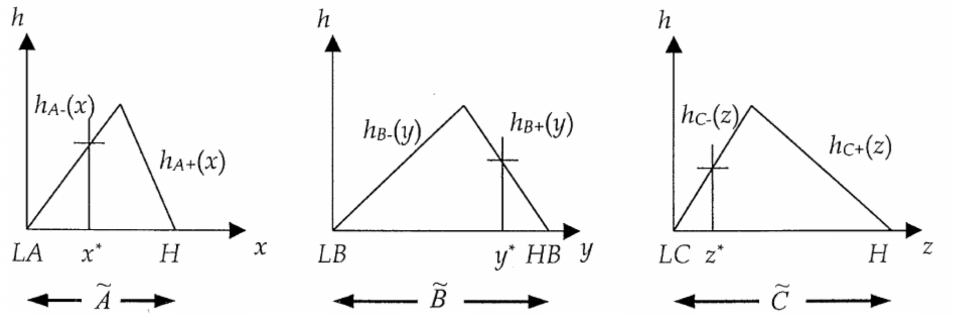
توابع عضویت مثلثی فرض می‌شوند ولی لزوما متقارن نیستند. اگر توابع عضویت برای هر مقدار را به صورت‌های $h_A(x), h_B(y)$ و $h_C(z)$ فرض کنیم که A, B و C مجموعه فازی از اعداد تقریبی فرض کنیم و همچنین x, y و z و اعداد نامعین ای که محدودیت تعریف شده را ارضا می‌کنند فرض کنیم؛ می‌توانیم مدل برنامه‌نویسی خطی ارائه شده زیر را فرموله‌بندی کنیم:

Unknowns:	x; y; z and h
Objective:	Max h
Constraints:	The relationship, $x + y = z$
	$h \leq h_A(X)$, $h \leq h_B(X)$, $h \leq h_C(X)$,
	$x, y, z, h \geq 0$

[1] Defuzzify
[2] Support

که در رابطه‌ی بالا h کمترین درجه عضویت که یکی از مقادیر x, y و z اختیار می‌کند می‌باشد، در فرموله‌بندی فوق همانطور که قبلا گفته شد به بدنبال مجموعه‌ای از مقادیر سازگار(قسمت Constraints) هستیم که کوچکترین درجه عضویت(h^*) بین آنها حداکثر شود(قسمت Objective). به عبارت دیگر در برنامه‌نویسی خطی مقدار h مشتق شده و h^*، مقدار عضویت x, y و z حداقل بزرگتر از h^* می‌باشند:

$$h^* = Max\{Min[h_A(x), h_B(y), h_C(z)]\}$$



شکل۲: فرموله‌سازی نمونه مثال شکل ۱

در شکل ۲ اگر سمت چپ و راست توابع عضویت مثلثی را به ترتیب با نمادهای $h_{\zeta_1 -}(\zeta_2)$ و $h_{\zeta_1 +}(\zeta_2)$ نمایش دهیم که $(\zeta_1, \zeta_2) \in \{(A, x), (B, y), (C, z)\}$ می‌باشند و تابع مثلثی عضویت را به صورت $\zeta_1 = (L\zeta_1, M\zeta_1, H\zeta_1)$ که به ترتیب (محدوده‌ی راست، مقدار میانی، محدوده‌ی چپ) پشتیبان هستند در نظر بگیریم؛ فرموله‌سازی پیشنهاد شده برای برنامه‌نویسی خطی فازی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
&\text{Maximize:} && h \\
&\text{Subject to:} && x + y = z \\
& && h_{A-}(x) \geq h,\ h_{A+}(x) \geq h \\
& && h_{B-}(x) \geq h,\ h_{B+}(x) \geq h \\
& && h_{C-}(x) \geq h,\ h_{C+}(x) \geq h \\
& && x, y, z, h \geq 0
\end{aligned}$$

که در بالا دو محدودیت سمت چپ و سمت راست تابع مثلثی عضویت برای هر یک از مشاهدات نیاز دارند که تعریف شوند. **ایده‌ی کلی مقاله** این است که با توجه به محدودیت‌های فرموله شده‌ی بالا بیاییم مقادیری غیرفازی برای هریک از مقادیر فازی مشاهده شده بیابیم و در طی این جستجو حداکثر سعی‌مان این باشد که این مقادیر غیرفازی به مقدار میانی مقادیر فازی مشاهده شده نزدیک باشند؛ و اینکه این جستجو مقدار را توسط برنامه‌نویسی خطی انجام می‌دهیم.
در مقاله با استفاده از مثال و بحث به توضیح روش و ایده ارائه شده پرداخته است که بعلت محدودیت صفحاتی انتسابی به تکلیف از توضیح بیشتر خودداری میکنم.

مرجع

[1] Shinya Kikuchi. A method to defuzzify the fuzzy number: transportation problem application. In *Fuzzy Sets and Systems*, volume 116, pages 3–9. Elsevier, 2000.