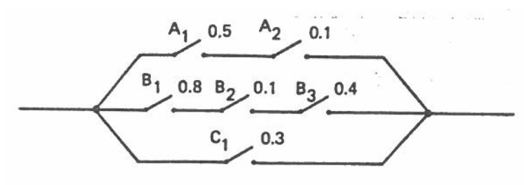
Série d'exercices # 2

1. Considérons deux urnes. La première contient 3 boules blanches et 2 boules noires ; la second 4 blanches et 5 noires. Tirons au hasard une boule dans une urne.

   (a) Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche sachant qu'on cherche dans la première urne avec une probabilité $\frac{1}{4}$, dans la seconde avec une probabilité $\frac{3}{4}$?

   (b) Sachant qu'on a tiré une boule blanche, quelle est la probabilité qu'on ait tiré dans la première urne ?

2. Considérons le circuit suivant, où A, B, C sont des relais en position ouverte



   ou fermée et les nombres indiquent la probabilité que le relais correspondant soit ouvert. Les relais sont indépendants.

   (a) Formaliser la notion de relais indépendants.

   (b) Quelle est la probabilitque le circuit possède au moins une branche sur laquelle tous les relis sont fermés ?

3. Dans un train, on rencontre une personne qui nous propose de jouer à pile ou face et cette personne gagne. On suppose que si la personne triche, elle gagne à chaque fois. De plus, on considère que la probabilitaé de gagner sans tricher est $\frac{1}{2}$. Quelle est la probabilité que ce soit un tricheur ?

4. Il y a 60 candidats pour des postes d'nstituteurs dans une école primaire. Parmi ces candidats, certains ont au moins cinq ann'ees d'expérience et certains n'en n'ont pas, certains sont mariés et d'autres sont célibatiares. La répartition de ces caratéristiques est donnée dans le tableau ci-dessous

	Marié	Célibataire
Au moins cinq années d'expérience	12	6
Moins de cinq années d'expérience	24	18

   Si l'ordre dans lequel les candidats ont leur entretien est aléatoire, si A est l'évènement consistant à avoir le premier candidat à passer l'entretien qui est marié, et B l'évènement qui consiste à avoir le premier candidat à avoir passer l'entretien à avoir au moins cinq années d'expérience, extraire les probabilités suivantes directement du tableau ci-dessus.

(a) $P(A)$
(b) $P(B)$
(c) $P(A \cap B)$
(d) $P(A|B)$
(e) $P(B|A)$
(f) $P(A^C|B^C)$
(g) $P(B^C|A^C)$
(h) $P(A^C \cap B^C)$

5. Paul possède n clés dont une seule ouvre un coffre. Il essaie les clés une à une et emet à côté celles qui ne l'ouvrent pas. Quelle est la probabilité que Paul ouvre le coffre après k essais ?

6. Un dé faussé à six faces est lancé une fois. Soit N est le résultat du lancer avec les probabilités $P(N = i) = p_i$ pour tout $i \in \{1, \dots, 6\}$. Si $N = i$, une pièce équilibrée est lancée indépendemment i fois de rang. Quelle est la probabilité que N soit impair étant donnée qu'au moins un côté Face est obtenu.

7. Le chevalier de Méré (17ème siècle) a posé à Blaise Pascal plusieurs problèmes sur les jeux de hasard. L'un d'entre eux, aussi appelé "paradoxe du Chevalier de Méré" est le suivant. Quel est l'évènement le plus probable entre

(a) Obtenir au moins un 5 en lançant quatre fois un dé.
(b) Obtenir au moins un double 5 en lançant vingt-quatre fois deux dés.

8. Dans un village, 20% de la population a la maladie M. Un test est administré et a la propriété que si une personne a la maladie M, le test sera positif dans 90% des cas, et si la personne n'a pas la maladie M, le test sera positif dasn 30% des cas. On donne un médicament à tous ceux pour qui le test est positif, et ils sont tous guéris, mais produits des réactions cutanées dans 25% des cas. Étant donnée une personne avec une réaction cutanée choisie au hasard, quelle est la probabilité que cette personne soit atteinte de la maladie M ?

9. Quelle est la probabilité de tirer deux cartes noires dans un paquet de 52 cartes ayant la moitié de ces cartes qui sont noires, si

   (a) les deux tirages se font sans remise

   (b) les deux tirages se font avec remise

10. It est connu du passé que la probabilité qu'il pleuve en décembre dans une certaine ville est 0.6, que la probabilité qu'un jour de pluie soit suivi par un jour de pluie est 0.8, et que la probabilité qu'une journée ensoleillée soit suivie d'un jour de pluie est 0.3. Quelle est la probabilité que sur cinq jours consécutifs de décembre dans cette ville, que les trois premiers jours soit pluvieux, le quatrième soit ensoleillé et le dernier pluvieux, en supposant que la probabilité de pluie pour un jour dépende uniquement de la météo du jour précédent.