Série d'exercices # 1

1. Soit un dé dont les faces ont reçu les couleurs suivantes : rouge, jaune, bleu, vert, blanche (deux faces). On lance ce dé deux fois. Écrire l'ensemble fondamental.

2. Si une pièce est lancée successivement n fois, quelle est la relation entre $|\Omega|$ et n ?

3. Deux dés indiscernables sont lancés simultanément. Écrire l'ensemble fondamental.

4. Consider le lancer de quatre pièces. Quelle est la probabilité de l'évènement "trois côtés Face ont été obtenus" ?

5. Une pièce est lancée deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un côté Face ?

6. Si deux évènements sont incompatibles, sont-ils nécessairement indépendants ?

7. Un dé est lancé deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme des marques supérieures ou égales à 10 ?

8. Considérons une classes de n étudiants. Quelle est la probabilité qu'aucun de ces étudiants ait le même jour d'anniversaire ? Il sera supposé qu'aucun étudiant est né un 29 février et que l'année comporte 365 jours.) Quelle est la probabilité qu'au moins deux étudiants partagent le même jour d'anniversaire ?

9. Une main au poker est composée de 5 cartes tirées d'un paquet de 52 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir deux paires ?

10. Un groupe de cinq représentants doit être choisi parmi 18 professeurs et 1 principal. Combien de groupes différents peut-on constituer ? Quel est le pourcentage de ces groupes qui ne contiennent pas le principal ?

11. Quatre couples mariés ont acheté huit sièges de rang pour un match de football.

    (a) De combien de manières différentes peuvent-ils être assis ?

    (b) De combien de manières différentes peuvent-ils être assis si chaque couple est assis ensemble avec le mari à la gauche de sa femme ?

    (c) De combien de manières différentes peuvent-ils être assis si chaque couple est assis ensemble ?

(d) De combien de manières différentes peuvent-ils être assis si tous les hommes sont assis ensemble et les femmes ensemble ?

(e) De combien de manières différentes peuvent-ils être assis si aucun des hommes n'est assis près d'un autre homme et aucune femme près d'une autre femme ?

12. Une expérience aléatoire consiste à tirer 10 cartes d'un paquets de 52 cartes.

(a) Si le tirage se fait avec remise, quelle est la probabilité qu'aucune des 10 cartes soit du même type (i.e., 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,valet,dame,roi) ?

(b) Si le tirage se fait sans remise, quelle est la probabilité qu'au moins neuf cartes soient de la même couleur ?

13. Si A, $A_1, A_2, \dots, A_k$ sont des évènements arbitraires, montrer que

$$A \cap (\bigcup_{i=1}^{k} A_i) = \bigcup_{i=1}^{k} (A \cap A_i)$$

.

14. Démomtrer la formule de Poincaré à l'ordre 2, c'est-à-dire

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

15. Pour les trois cas du tableau suivant, les évènements A et B sont-ils indépendants ?

	$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cup B)$
Cas #1	0.1	0.9	0.91
Cas #2	0.4	0.6	0.76
Cas #3	0.5	0.3	0.73

16. Considérons l'univers $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ ave $P(\omega_i) = \frac{1}{4}$ pour tout $i = 1, 2, 3, 4$. Pour les évènements

$$A = \{\omega_1, \omega_2\}, B = \{\omega_2, \omega_3\}, C = \{\omega_1, \omega_3\}$$

montrer que A et B sont indépendants, A et C sont indépendants, B et C sont indépendants, mis que A, B et C ne sont pas indépendants.

17. Considérons un dé biaisé pour lequel une face paire à deux fois plus de chance d'apparaître qu'une face impaire. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins quatre lors du lancer du dé ?

18. Une équipe de baseball est composée de neuf joueurs titulaires dont un lanceur. Ces neuf joueurs vont batter chacun leur tour. De combien de manières différentes un entraineur d'une équipe de baseball peut-il organiser son équipe de batteur ? Quelle proportion de ces organisations ont le lanceur en dernière position ?

19. Trouver la probabilité qu'une main au poket soit

    (a) une quinte (i.e., cinq cartes consécutives indépendemment de la couleur, l'as n'étant pas considéré de valeur 1)

    (b) un brelan (i.e., trois cartes de même valeur plus deux cartes deux valeurs différentes ; exactement trois types de valeurs présentes dans un brelan)

    (c) une double paire (i.e., deux cartes de même valeurs, deux autres cartes de même valeur, différente de la première valeur, et une carte de valeur différente des deux premières).

20. Douze balles tombent dans six boites. Trouver le nombre de possibilités qui coïncident avec la configuration 4 balles dans deux boites, 2 dans trois autres et 0 dans la boite restante ?