



# Rapport Modélisation des systèmes et Optimisation TP3

1<sup>ère</sup> Année de Master Informatique

Par

Melha MEHMEL

Alexis PLESSIER

Le 22/03/2021

Problème du sac à dos unidimensionnelle :

## I – Algorithme Glouton

On cherche :

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (\text{Max})$$

sous

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j = 1, \dots, n$$

où  $b$ ,  $a_i$ , et  $c_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) sont des entiers positifs.

$Z(\hat{x})$  est la valeur de l'objectif de (P) pour une bonne solution réalisable  $\hat{x}$  de (P) obtenue par l'application d'un algorithme glouton au problème (P).

## II – Relaxation Linéaire

On cherche :

$$(1, 1, \dots, \frac{b - \sum_{j=1}^{p-1} a_j}{a_p}, 0, 0, \dots, 0)$$

Avec  $p$  :

$$p / \begin{cases} \sum_{j=1}^{p-1} a_j < b \\ \sum_{j=1}^p a_j \geq b \end{cases}$$

$Z_r$  est la valeur optimale d'une relaxation linéaire du problème (P).

### III – Pré-Processing et Programmation Dynamique

$(P_k(y))$  définie pour  $k= 1, \dots, n$  et  $y = 0, \dots, b$ , par :

$$\begin{aligned} z_k(y) &= \sum_{j=1}^k c_j x_j \quad (\text{Max}) \\ \text{sous} \\ \sum_{j=1}^k a_j x_j &\leq y \\ x_j &\in \{0, 1\}, \forall j= 1, \dots, k \end{aligned}$$

$Z_k$  est la valeur optimale d'une programmation dynamique du problème (P).

### IV – Résultats

En termes de résultat, la relaxation linéaire est de loin la meilleure méthode car elle utilise 100% de la capacité du sac mais est contraint de diviser les objets et leur valeur. Ce qui nous intéresse plus est la comparaison entre l'algorithme glouton et la programmation dynamique précédé d'un pré-Processing. Après des essais sur plusieurs instances (3 dans le dossier), la programmation dynamique possède de **meilleurs résultats (ou égaux)** à ceux de l'algorithme glouton. Ceci démontre l'utilité d'effectuer un pré-Processing avant l'application d'une méthode sur l'instance donnée.

En termes de temps d'exécution, **si les données ont été pré-processées**, la programmation dynamique est plus rapide 2 fois sur 3, **sinon**, L'algorithme glouton est plus rapide mais avec un moins bon résultat.