UFPE / CIn/ Ciência da Computação

Lógica para Computação / Primeira Prova - 2017.2 - 17/10/2017

1. **(3,0)** Verifique, usando a) o método dos tableaux analíticos; b) cálculo de sequentes (indique cada regra utilizada) e c) o método da resolução se:
$$\{(\neg A \lor B), ((A \lor C) \land (B \to D)), (C \to (E \lor D))\} \vdash (G \to (D \lor E))$$

2. **(2,0)** Use o sistema de dedução natural para provar os seguintes teoremas. Além disso, identifique se o teorema é ou não aceito pela lógica intuicionista e qual o motivo. Em cada passo da dedução coloque a regra utilizada.
   a) $\{(D \to E), (\neg A)\} \vdash (((\neg A) \to (B \lor D)) \to (\neg(B \lor E) \to A))$
   b) $(D \to E) \vdash (((\neg A) \to (B \lor D)) \to (\neg(B \lor E) \to A))$

3. **(2,0)** Seja A={2,4,6} e f: $A \times A \to A \times A$, a função definida pela seguinte tabela:

f	2	4	6
2	(2,4)	(2,6)	(2,4)
4	(2,2)	(6,4)	(4,2)
6	(2,4)	(4,2)	(6,6)

   a) Qual o fecho Indutivo de X={(4,4)} sob F={f}? Dê uma prova da sua resposta usando o método de baixo para cima para calcular fecho.
   b) Esse fecho indutivo é livremente gerado? Prove ou refute.
   c) Liste os elementos do maior conjunto indutivo sob X= {(2,2)} e F={f}.

4. **(1,5)** Defina a noção de fórmula máxima e descreva de que forma é possível removê-la de uma prova. Apresente um exemplo que ilustre a sua resposta. Além disso, explique qual a importância do teorema da normalização.

5. **(1,5)** Seja ***p*** a função que calcula o posto de uma fórmula ϕ. Prove, usando indução matemática, que $\boldsymbol{p}(\phi) \leq$ a metade da quantidade de parêntese de ϕ. Dê um exemplo de ϕ tal que < se verifica e um exemplo tal que = se verifica.

EXTRA (1,0) (SOMENTE PARA QUEM FALTOU UMA MINI-PROVA):

Considere X o conjunto das constantes e variáveis da lógica proposicional (ou seja, o conjunto base) e Σ o alfabeto sem os parênteses. O conjunto das proposições na notação prefixa é o fecho indutivo sob X e o seguinte conjunto F de funções.

$f_\land(A,B) = \land AB$
$f_\lor(A,B) = \lor AB$
$f_\to(A,B) = \to AB$
$f_\neg(A) = \neg A$

a) Prove que o conjunto das proposições em notação prefixa é livremente gerado.
b) Seja K uma função definida da seguinte maneira: K(□) = -1, □=$\to,\lor,\land$; K($\neg$)=0 e K(P)=1 se P for uma constante ou uma variável proposicional. A função K é estendida para atuar em cadeias da seguinte forma: para qualquer cadeia w1...wk sobre um alfabeto K(w1...wk)= K(w1) + ...K(wk). Use indução matemática para provar que para qualquer proposição A em notação prefixa, K(A) = 1.