

Lógica para Computação
1º Semestre de 2015 - 1ª Prova - 28 de Maio de 2015

1. (3,0) Verifique, usando **a)** o método dos tableaux analíticos; **b)** dedução natural e **c)** o método da resolução se

$$\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \vee \neg B) \rightarrow A)$$

OBS : Em cada passo da dedução natural coloque a regra utilizada.

2. (1,0) A lei de Peirce no cálculo proposicional diz que $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$. Em outras palavras, essa lei diz que A deve ser verdade se você pode demonstrar que A implicando em B obriga A a ser verdade. Foi proposta pelo filósofo e lógico Charles Sanders Peirce. Determine, usando cálculo de seqüentes se essa lei é aceita pela lógica intuicionista e qual o motivo. Em cada passo da dedução coloque a regra utilizada.

3. (1,0) Construa um exemplo de uma derivação no sistema de dedução natural, que não esteja na forma normal, seja diferente dos exemplos das questões 1 e 2, e tenha no mínimo 4 passos. Identifique a(s) fórmula(s) máxima(s) e use a normalização para transformá-la numa derivação normal.

4. (2,0) O tamanho de uma fórmula ϕ da lógica proposicional é definido recursivamente pela seguinte função t : (i) se ϕ for atômica, $t(\phi) = 1$; (ii) se ϕ for da forma $(\neg\psi)$ então $t((\neg\psi)) = 1 + t(\psi)$; e (iii) se ϕ for da forma $(\alpha \Box \psi)$, onde \Box é \wedge , \vee ou \rightarrow , então $t((\alpha \Box \psi)) = 1 + t(\alpha) + t(\psi)$.

a) Calcule o valor de $t((\neg(\alpha \wedge (\neg\phi)) \rightarrow \psi))$

b) Prove por indução que para toda fórmula ϕ da lógica proposicional, o posto de ϕ é menor que o tamanho de ϕ . Defina formalmente as funções que calcula o posto.

5. (2,0) Defina indutivamente o conjunto de todas as cadeias sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ que são palíndromos de tamanho par. Identifique : (i) a base da indução; (ii) as funções geradoras e (iii) o maior conjunto indutivo. Prove se esse conjunto é ou não livremente gerado.

6. (1,0) Defina precisamente as propriedades que todo sistema dedutivo deve ter e explique o significado dos símbolos \vdash e \models .

(1,0) (SOMENTE PARA QUEM FALTOU UMA MINI-PROVA)

Defina conjunto indutivo, menor conjunto indutivo, e fecho indutivo, dê um esboço da demonstração de que o menor conjunto indutivo é igual ao fecho indutivo.