Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn) - Graduação em Cienciaa da Computação

Lógica para Computação

2º Semestre de 2014 - 1ª Prova - 19 de Novembro de 2014

1. (3,0) Verifique, usando **a)** o método dos tableaux analíticos; **b)** dedução natural e **c)** o método da resolução se
$A \to (B \vee C), C \to (\neg A) \vdash (A \to B)$
OBS : Em cada passo da dedução natural coloque a regra utilizada.

2. (2,0) Use o cálculo de sequentes para provar os seguintes teoremas. Determine se o teorema é aceito pela lógica intuicionista e qual o motivo. Em cada passo da dedução coloque a regra utilizada.
a) $(A \wedge \neg A) \to B$ **b)** $\neg(A \wedge B) \to (\neg A \vee \neg B)$

3. (1,0) Examine a seguinte árvore de prova em dedução natural e diga se está na forma normal. Em caso negativo, identifique a(s) fórmula(s) máxima(s), e aplique o procedimento de normalização para obter sua forma normal:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\varphi] \quad \dfrac{\dfrac{[\varphi] \quad [\psi]}{\varphi \wedge \psi} \quad [(\varphi \wedge \psi) \to \sigma]}{\sigma}}{\varphi \wedge \sigma}}{\sigma} \quad [\psi]}{\sigma \wedge \psi}}{\sigma}}{\psi \to \sigma}}{\varphi \to (\psi \to \sigma)}}{((\varphi \wedge \psi) \to \sigma) \to (\varphi \to (\psi \to \sigma))}$$

4. (2,0) Prove por indução que para toda fórmula ϕ da lógica proposicional, o número de parênteses de ϕ é o dobro do número de conectivos de ϕ . Defina formalmente as funções necessárias para a formalização do problema e depois faça a prova usando indução.

5. (2,0) Defina indutivamente o conjunto de todas as cadeias sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ que tem o formato $a^{n+1}bc^n$ $(n \geq 0)$. Identifique : (i) a base da indução; (ii) as funções geradoras e (iii) o maior conjunto indutivo. Prove se esse conjunto é ou não livremente gerado.

(1,0) (SOMENTE PARA QUEM FALTOU UMA MINI-PROVA)

Mostre que, dado um conjunto Γ de proposições e toda proposição φ,

$$\text{Se } \Gamma \cup \{\varphi\} \quad \text{for inconsistente, então} \quad \Gamma \models \neg\varphi$$