UFPE / CIn/ Engenharia da Computação

Lógica para Computação / Primeira Prova / 2013.1 / 08/08/2013

1. **(3,0)** Verifique, usando a) o método dos tableaux analíticos; b) cálculo de sequentes e c) o método da resolução se: $A \rightarrow B \vdash (C \vee A) \rightarrow (C \vee B)$

2. **(2,0)** Use o sistema de dedução natural para provar os seguintes teoremas. Além disso, identifique se o teorema é ou não aceito pela lógica intuicionista e qual o motivo. Em cada passo da dedução coloque a regra utilizada.

   a) $(\neg A) \rightarrow (\neg\neg\neg A)$ **b)** $(\neg\neg\neg A) \rightarrow (\neg A)$

3. **(1,0)** Seja o conectivo ternário $ definido por valoração de $(A,B,C) = 1 sse (valoração de A + valoração de B + valoração de C) $\geq$ 2 (conectivo "maioria"). Defina $ em termos de $\vee$ e $\neg$.

4. **(1,5)** Considere X o conjunto das constantes e variáveis da lógica proposicional (ou seja, o conjunto base), Σ o alfabeto e F o conjunto de funções usuais (ou seja, $F = \{f_\neg, f_\wedge, f_\vee, f_\rightarrow\}$).

   Considere a seguinte função f_1: $\Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ definida abaixo:

$$f_1(x) = \begin{cases} (\neg 0) \text{ se } x=\text{"00"} \\ )0\text{v}1(\text{ se } x=\text{"01"} \\ (1\hat{}0) \text{ se } x=\text{"10"} \\ 1 \text{ se } x=\text{"11"} \\ (\neg x) \text{ nos demais casos} \end{cases}$$

   a) Qual é o fecho indutivo de X sob o conjunto de funções **F'** = $\{f_1, f_\wedge, f_\vee, f_\rightarrow\}$ (ou seja, substituímos $f_\neg$ por f_1)? Justifique sua resposta.

   b) A seguinte afirmação é verdadeira ou falsa? : "O fecho indutivo sob X e **F'** não é livremente gerado. Uma das razões é que f_1 não é injetora, pois $f_1(00)=f_1(0)$. Outro motivo é a constante '1', que é um elemento da base, está no conjunto imagem de f_1." Justifique sua resposta.

   c) Suponha que o operador ternário $ definido na questão anterior agora faz parte dos conectivos da lógica proposicional. Dessa forma, se *A*, *B* e *C* forem expressões legítimas, *$(A,B,C)* também será uma expressão legítima. Por exemplo, *$(0,0,1)*, *(z v $(1,x,y))* e *(¬$(x,(1^y),0))* também são expressões legítimas. Como você faria para gerar o novo conjunto das expressões legítimas da lógica por meio de conjuntos indutivos? [Dica: altere o alfabeto Σ e o conjunto de funções].

5. **(1,5)** Para cada uma das afirmações abaixo, diga se é verdadeira ou falsa. (**Atenção: uma resposta errada anula uma certa**).
   a) Uma prova na forma normal é uma prova sem fórmulas máximas.
   b) Dada uma proposição φ e um conjunto de proposições Γ se $\varphi \in \Gamma$ então $\Gamma \models \varphi$.
   c) Dada uma proposição φ e um conjunto de proposições Γ se $\Gamma \models \varphi$ então $\Gamma \cup \{\varphi\}$ é satisfatível..
   d) Se um método de prova é tal que toda vez que $\Gamma \models \varphi$ temos $\Gamma \vdash \varphi$ então podemos afirmar que ele é correto.
   e) Se $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$ então $\Gamma \models \varphi \leftrightarrow \psi$

6. **(1,0)** Seja ***p*** a função posto. Prove, usando indução matemática, que ***p***(ϕ) ≤ o número de ocorrências de conectivos de ϕ,

EXTRA (1,0) (SOMENTE PARA QUEM FALTOU UMA MINI-PROVA):

Mostre que o conectivo de Sheffer , "|", forma um conjunto funcionalmente completo. [O conectivo "|" é definido da seguinte maneira: valoração de (A | B) = 1 sse valoração de A=0 e valoração de B=0].