

Lógica para Computação

2º Semestre de 2013 - 1ª Prova - 16 de Janeiro de 2014

1. (3,0) Verifique, usando **a)** o método dos tableaux analíticos; **b)** cálculo de seqüentes e **c)** o método da resolução se

$$\vdash ((A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)))$$

2. (2,0) Use o sistema de dedução natural para provar os seguintes teoremas. Determine se o teorema é aceito pela lógica intuicionista e qual o motivo. Em cada passo da dedução coloque a regra utilizada.

a) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ **b)** $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$

3. (2,0) Examine a seguinte árvore de prova em dedução natural e diga se está na forma normal. Em caso negativo, identifique a(s) fórmula(s) máxima(s), e aplique o procedimento de normalização para obter sua forma normal:

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{[A] \quad [\neg A]}{\perp}}{B} \\
 \frac{(A \rightarrow B) \quad [(A \rightarrow B) \rightarrow (B \wedge C)]}{B \wedge C} \\
 \frac{B \wedge C}{(B \wedge C) \vee A} \\
 \frac{\frac{[B \wedge C]}{C} \quad \frac{\frac{[A] \quad [\neg A]}{\perp}}{C}}{C} \\
 \frac{C}{((A \rightarrow B) \rightarrow (B \wedge C)) \rightarrow C} \\
 \frac{((A \rightarrow B) \rightarrow (B \wedge C)) \rightarrow C}{(\neg A) \rightarrow (((A \rightarrow B) \rightarrow (B \wedge C)) \rightarrow C)}
 \end{array}$$

4. (1,5) Defina precisamente as propriedades que todo sistema dedutivo deve ter para que seja considerado confiável. Explique o significado dos símbolos “ \vdash ” e “ \models ”.

5. (1,5) Dê um exemplo de um conjunto infinito que é o fecho indutivo de um conjunto finito e não é livremente gerado. Justifique sua resposta.

Para quem não fez uma MP ou bônus (1,0): Prove por indução que para toda fórmula ϕ da lógica proposicional, o número de parênteses de ϕ é o dobro do número de conectivos de ϕ . Defina formalmente as funções necessárias para a formalização do problema e depois faça a prova usando indução.