UFPE / CIn/ Engenharia da Computação

Lógica para Computação / Segunda Avaliação/ 2013.2 – 27 de Fevereiro de 2014

1. **(3,0)** Verifique, usando resolução se { $\forall x(A(x) \wedge (\neg R(x) \rightarrow \exists y(S(x,y) \wedge Q(y)))$, $\exists x(P(x) \wedge A(x) \wedge \forall y(S(x,y) \rightarrow P(y)))$, $\forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$} $\models \exists x(P(x) \wedge Q(x))$

2. **(2,0)** Use o algoritmo de Herbrand para determinar se os seguintes conjuntos de termos são unificáveis. Mostre os passos do algoritmo. Se a unificação for possível mostre o unificador (ou seja, as substituições necessárias), caso contrário, explique o motivo.

   a) {q(z,x,f(g(y))), q(z,h(z,w)), f(w)), q(z,h(a,g(b)),f(g(v)))}
   b) {h(f(a), f(x)), h(f(g(x)),f(g(f(x))) }

3. **(1,0)** Considere as seguintes L-estruturas A e B.
   Estrutura A: o domínio é o conjunto do números reais, e possui duas funções binárias: soma e multiplicação.
   Estrutura B: o domínio é o conjunto das matrizes 2×2 de números reais, e duas funções binárias soma e multiplicação.
   Seja *h* uma função do dom(A) no dom(B). De forma que
   ***h*(*r*)=** $\begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix}$

   De que maneira você definiria as funções soma e multiplicação na estrutura B para que ***h*** seja um homomorfismo de A em B?

4. **(2,0)** Defina o modelo canônico a partir do conjunto de sentenças abaixo: { R(a), M(f(b), b), f(a) = f(b), f(b) = a, h(f(a), a) = b, h(a, b) = f(f(a)), h(b, a) = h(h(f(a),a), b), R(h(f(h(a,b)), b)), M(a, a) }. Considere que a assinatura é a seguinte: (i) um símbolo de relação unária: R; (ii) um símbolo de relação binária: M; (iii) um símbolo de função unária: f; (iv) um símbolo de função binária: h; (v) dois destaques: a e b.

5. **(2,0)** Para cada item abaixo diga se é verdadeiro (V) ou falso (F) (Atenção: duas respostas erradas anulam uma certa)

a) Considere a estrutura A com domínio {0,1,2,3,4,5} e a função soma_módulo_6; e a estrutura B com o domínio $\{0,1\} \times \{0,1,2\}$ e a função soma definida de modo que a soma no primeiro componente do par ordenado é módulo 2 e no segundo é módulo 3 (exemplo (1,2) + (1,1) = (0.0)). A função h: dom(B) $\rightarrow$dom(A), definida por h(x,y) = (3x + 4y) (módulo 6) é um isomorfismo de B em A.
b) A estrutura com domínio N (naturais) , destacando o 0, com a função ‘sucessor’, a relação maior que’, e o predicado ‘primo’ é um contra-modelo para a sentença $\exists x(R(x, a) \wedge \neg P(g(x)))$.
c) A fórmula resultante do processo de skolemização da fórmula do item anterior é $(R(a,a) \wedge \neg P(g(a)))$.
d) As fórmulas $\neg\forall x(P(x)\rightarrow Q(x))$ e $\exists y(P(y) \wedge \neg Q(y))$ são logicamente equivalentes.
e) Sempre que um conjunto de cláusulas não tiver símbolos de função, o universo de Herbrand é finito.

EXTRA (1,0) (SOMENTE PARA QUEM FALTOU UMA MINI-PROVA)

$\{\forall x(Q(x) \rightarrow P(g(a,h(x))), \neg\exists x(Q(x) \wedge P(g(y,z))\} \models \forall x\neg Q(x)$?
(use resolução para justificar a sua resposta)