UFPE / CIn/ Engenharia da Computação/ Lógica para Computação / EE2/ 2016.1

1. **(2,6)** Verifique, usando resolução, se **$\exists x P(f(g(x))$** é consequência lógica do seguinte conjunto de fórmulas:

$$\{ \exists x P(x),\ \forall x(P(x) \rightarrow P(f(x))),\ \forall x(P(x) \rightarrow P(g(x))) \}$$

2. **(2,0)** Use o algoritmo de Herbrand para determinar se os seguintes conjuntos de termos são unificáveis. Mostre os passos do algoritmo. Se a unificação for possível mostre o unificador mais geral, caso contrário, explique o motivo.

   a) { h(f(x,y),g(f(a,y))), h(f(a,y), g(z)), h(f(a,b), g(w)) }
   b) { f(g(x,h(z))), f(g(x,h(x))), f(g(a,h(a))) }

3. **(1,5)** Transforme a seguinte fórmula para a forma padrão de Skolem e em seguida defina o universo de Herbrand para o conjunto de cláusulas.

   $\neg\exists z((M(f(z)) \wedge \forall z\neg L(f(z),a)) \rightarrow \forall y P(y))$

4. **(2,4)** Considere uma estrutura cujo domínio é o conjunto de objetos geométricos. A assinatura e interpretação são: **(i)** um símbolo de função f: f(x) retorna o objeto principal na formação de x; **(ii)** Quatro símbolos de relação unária : Estrela(x): x é uma estrela, Triângulo(x): x é um triângulo; Pequeno(x): x é pequeno; e Grande(x): x é grande; e um símbolo de relação binária: Acima(x,y): x está acima de y. Traduza as seguintes frases para a lógica de primeira ordem usando essa estrutura como modelo.

   a) Todo objeto geométrico é igual a ele mesmo.
   b) Há uma estrela acima de um triângulo.
   c) Não existe objeto geométrico acima de si próprio.
   d) O objeto principal na formação de qualquer estrela é um triângulo.
   e) Todos os objetos acima dos triângulos são grandes.
   f) O objeto principal na formação de qualquer objeto pequeno também é pequeno.

5. **(1,5)** Sejam *A* e *B* duas $\mathcal{L}$-estruturas, na qual o domínio de *A* é o conjunto dos números inteiros (Z) e o domínio de *B* é o conjunto {0,1}. A assinatura $\mathcal{L}$ e as interpretações em *A* e em *B*, são dadas a seguir. Prove ou refute se a função **h**: $Z \rightarrow \{0,1\}$ é um homomorfismo da estrutura *A* na estrutura *B*, onde **h** é definida como : h(x) = 0, se x é par; e h(x) = 1, se é ímpar.
   Assinatura $\mathcal{L}$: um símbolo de função binária: *f.*
   Interpretação em A: $f^A(x,y) = x+y$
   Interpretação em B: $f^B(x,y) = x+y \ (mod\ 2)$

Questão Bônus (1,0)

As duas sentenças $\forall x \exists y R(x,y)$ e $\exists y \forall x R(x,y)$ são logicamente equivalentes? Em caso positivo, mostre que uma é consequência lógica da outra. Em caso negativo, defina uma estrutura e uma interpretação da assinatura na estrutura, que seja modelo para uma das sentenças e contra-modelo para a outra. Em todos os casos, justifique detalhadamente sua resposta.

EXTRA (1,0) (SOMENTE PARA QUEM FALTOU UMA MINI-PROVA)

Use o princípio da resolução para provar que:

$$\{ \exists x P(x),\ \forall x R(x),\ \forall x(\forall y(R(y) \wedge P(x)) \rightarrow Q(s(x))),\ \forall x(Q(x) \rightarrow P(s(x))) \} \models \exists x(P(s(s(s(s(x))))))$$