Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn) - Graduação em Engenharia da Computação

Lógica para Computação

1º Semestre de 2018 - 1ª Prova - 22 de Maio de 2018

1. (3,0) Verifique, usando **a)** o método dos tableaux analíticos; **b)** cálculo de sequentes e **c)** o método da resolução se
$\vdash ((A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \vee B) \to C)))$

2. (2,0) Use o sistema de dedução natural para provar os seguintes teoremas. Determine se o teorema é aceito pela lógica intuicionista e qual o motivo. Em cada passo da dedução coloque a regra utilizada.
a) $(A \to B) \to ((A \to \neg B) \to \neg A)$ **b)** $(\neg A \to B) \to ((\neg A \to \neg B) \to A)$

3. (1,5) Examine a seguinte árvore de prova em dedução natural e diga se está na forma normal. Em caso negativo, identifique a(s) fórmula(s) máxima(s), e aplique o procedimento de normalização, ilustrando as redues utilizadas, para obter sua forma normal:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\varphi] \quad \dfrac{\dfrac{[\varphi] \quad [\psi]}{\varphi \wedge \psi} \quad [(\varphi \wedge \psi) \to \sigma]}{\sigma}}{\varphi \wedge \sigma}}{\sigma} \quad [\psi]}{\sigma \wedge \psi}}{\sigma}}{\psi \to \sigma}}{\varphi \to (\psi \to \sigma)}}{((\varphi \wedge \psi) \to \sigma) \to (\varphi \to (\psi \to \sigma))}$$

4. (2,0) Para cada uma das afirmações abaixo diga se é VERDADEIRA (V) ou FALSA (F), **justificando sua resposta.**
(i) O teorema da extensão homomórfica única garante que não existe apenas uma maneira de calcular o valor-verdade de uma expressão da lógica proposicional para uma dada valoração.
(ii) O custo computacional do problema "$\varphi \in SAT$?" usando-se o método da resolução é o mesmo que quando se usa o método da tabela-verdade, qualquer que seja a proposição $\varphi \in PROP$.
(iii) Dada uma proposição $\psi \in PROP$, é impossível que ψ seja refutável e não seja satisfatível.
(iv) O método da resolução se baseia no fato de que $(x \vee y) \wedge ((\neg y) \vee z)$ é logicamente equivalente a $(x \vee z)$.
(v) Todo sistema dedutivo correto tambm completo.

5. (1,5) Defina indutivamente o conjunto de todas as cadeias sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ que tem o formato $a^n c b^n$ $(n \geq 0)$. Identifique : (i) a base da indução; (ii) as funções geradoras e (iii) o maior conjunto indutivo, descrevendo-o. Prove se esse conjunto é ou não livremente gerado.

Para quem não fez uma MP: Prove por indução que para toda fórmula ϕ da lógica proposicional, o número de parênteses de ϕ é o dobro do número de conectivos de ϕ . Defina formalmente as funções necessárias para a formalização do problema e depois faça a prova usando indução.

Bônus (1,0) Existe uma proposta para o sistema de dedução natural clássico no qual a regra de redução ao absurdo é susbtituida pela seguinte regra:

$$\dfrac{\begin{array}{cc} [A]^1 & [\neg A]^2 \\ \vdots & \vdots \\ C & C \end{array}}{C}\,Mid(1,2)$$

Essa regra, que aqui chamamos de Mid, descarta os grupos de hipóteses 1 e 2. A derivação de $A \vee \neg A$ ficaria assim:

$$\dfrac{\dfrac{[A]^1}{A \vee \neg A} \quad \dfrac{[\neg A]^2}{A \vee \neg A}}{A \vee \neg A}\,Mid(1,2)$$

Cosntrua a derivação de $(\neg\neg A) \rightarrow A$ usando essa regra.