Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn) - Graduação em Engenharia da Computação

Lógica para Computação

1º Semestre de 2017 - 1ª Prova - 16 de Maio de 2017

1. (3,0) Verifique, usando **a)** dedução natural; **b)** cálculo de sequentes e **c)** o método da resolução se $\{(\neg C),\ (A \to D)\} \vdash ((A \vee (C \wedge D)) \to (D \wedge A))$. Nas letras a e b deixe indicado as regras usadas em cada passo.

2. (1,0) Seja $\phi = ((A \to C) \to (((\neg B) \vee D) \to ((A \vee B) \to C)))$. Determine se ϕ é refutável usando o método do tableaux analítico. Em caso afirmativo, mostre uma valoração que refute ϕ, caso contrário, uma que satisfaça ϕ.

3. (1,5) Examine a seguinte árvore de prova em dedução natural e diga se está na forma normal. Em caso negativo, identifique a(s) fórmula(s) máxima(s), determine que reduções foram usadas no procedimento de normalização, e apresente a sua forma normal:

$$
\begin{prooftree}
\AxiomC{$[\phi]$}
\AxiomC{$[\neg\phi]$}
\BinaryInfC{$\bot$}
\UnaryInfC{ψ}
\UnaryInfC{$(\phi \to \psi)$}
\AxiomC{$[(\phi \to \psi) \to (\psi \wedge \rho)]$}
\BinaryInfC{$\psi \wedge \rho$}
\UnaryInfC{$(\psi \wedge \rho) \vee \phi$}
\AxiomC{$[\psi \wedge \rho]$}
\UnaryInfC{ρ}
\AxiomC{$[\phi]$}
\AxiomC{$[\neg\phi]$}
\BinaryInfC{$\bot$}
\UnaryInfC{ρ}
\TrinaryInfC{ρ}
\UnaryInfC{$((\phi \to \psi) \to (\psi \wedge \rho)) \to \rho$}
\UnaryInfC{$(\neg\phi) \to (((\phi \to \psi) \to (\psi \wedge \rho)) \to \rho)$}
\end{prooftree}
$$

4. (1,0) Use o sistema de dedução natural para determinar se é possível construir uma prova intuicionista de $(\neg A)$ a partir das premissas $(\neg((\neg A) \vee B))$ e $(A \to B)$. Justifique a sua resposta.

5. (2,0) Considere X como sendo o conjunto das constantes e variáveis da lógica proposicional.

a) Seja Σ o alfabeto sem o parêntese que fecha (ou seja o ")") e F o conjunto de funções que geram as fórmulas sem os parênteses que fecham. Por exemplo, $f_\wedge(\phi, \psi) = (\phi \wedge \psi$. O fecho indutivo sob X e F é livremente gerado? Prove ou refute.

b) Seja Σ o alfabeto sem os parênteses e F o conjunto de funções que geram as fórmulas sem os parênteses. Por exemplo, $f_\wedge(\phi, \psi) = \phi \wedge \psi$. O fecho indutivo sob X e F é livremente gerado? Prove ou refute.

6. (1,5) Prove que, para todo conjunto finito Γ de proposições, e todas proposições φ, ψ,

$$\text{Se } \Gamma \models \varphi \to \psi \qquad \text{então} \qquad \Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi.$$

Para quem não fez uma MP ou bônus (1,0): Prove por indução que para toda fórmula ϕ da lógica proposicional, o posto de ϕ é no máximo igual à metade do número de parênteses de ϕ . Defina formalmente as funções necessárias para a formalização do problema e depois faça a prova usando indução.