

Dedução natural: Construa a árvore de dedução natural das fórmulas da conclusão, partindo das fórmulas na premissa.

1: $\vdash P \rightarrow (Q \rightarrow P)$

2: $\vdash (A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

3: $\vdash (A \vee (B \wedge C)) \rightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$

4: $\vdash A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$

5: $\vdash (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$

6: $\vdash P \rightarrow (\neg P \rightarrow Q)$

7: $\vdash ((Q \rightarrow P) \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$

8: $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash (R \rightarrow S) \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow S))$

9: $\vdash (P \rightarrow R) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow R))$

10: $\vdash (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$

11: $\vdash (Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee R))$

12: $\vdash A \rightarrow \neg \neg A$

13: $\vdash \neg \neg A \rightarrow A$

14: $\vdash (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$

15: $\vdash \neg B \rightarrow (B \rightarrow C)$

16: $P \rightarrow Q, \neg Q \vdash \neg P$

17: $P \vdash Q \rightarrow (P \wedge Q)$

18: $P \vee Q \vdash \neg(\neg P \wedge \neg Q)$

19: $R \rightarrow (B \vee W), \neg(B \vee P), W \rightarrow P \vdash \neg R$

20: $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow (C \vee D)$

21: $A \rightarrow B \vdash (C \vee A) \rightarrow (C \vee B)$

22: $A \rightarrow B, C \rightarrow D \vdash (A \wedge C) \rightarrow (B \wedge D)$

23: $B \rightarrow C \vdash (A \wedge B) \rightarrow (A \wedge C)$

~~24: $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow B)$~~