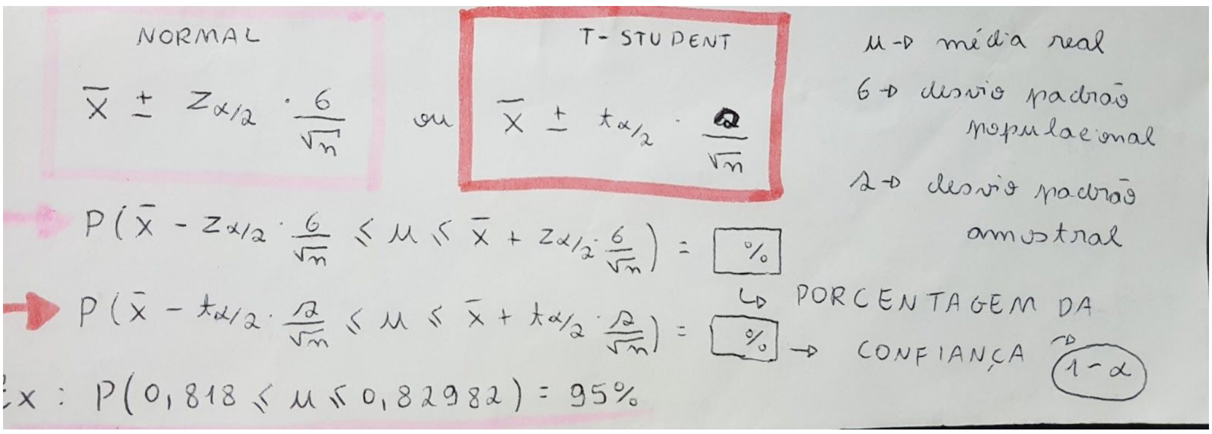
REVISÃO ESTATÍSTICA EE2 2018.1

IMPORTANTE SABER:

- **Levar calculadora para fazer essa prova:** ela é muito extensa e vai exigir que vocês tirem média e desvio padrão de amostras, e fazer isso na mão é muito ruim.
- **Saber diferenciar desvio padrão populacional de amostral:** Isso irá dizer qual tipo de distribuição você irá usar, seja ela normal ou t-student. Se for o populacional é a distribuição normal, caso contrário t-student (nesse caso *geralmente* a professora fornece uma amostra de números e vocês irão tirar a média amostral e o desvio padrão amostral).
- **Saber a diferença entre variância e desvio padrão:** Nos cálculos para achar o Z ou o t sempre é usado o desvio padrão, que é a raiz quadrada da variância. Então se a questão fornecer a variância ao invés do desvio padrão, não se esqueçam de tirar a raiz da mesma.
- **Saber a diferença entre intervalo de confiança e teste de hipótese:** Na hora de resolver um problema, os dois podem ser muito parecidos, mas lembrem que no intervalo de confiança o gráfico que desenhamos sempre é bilateral, ou seja, dividimos o nível de confiança por 2 e colocamos a porcentagem resultante em ambos os lados do gráfico. Por exemplo, se o nível de confiança for 5%, teremos 2,5% de cada lado do intervalo. Já o teste de hipótese pode ser bilateral, unilateral à direita ou unilateral à esquerda.
- **Intervalo de confiança:** Você vai encontrar um intervalo onde tem x% de confiança que o valor da média está nele. Não é para provar que está em área crítica ou não, apenas encontrar o intervalo para a média (existem intervalos para outras medidas, mas o trabalhado em sala foi apenas a média).
    - Identifique o nível de confiança na questão, o alfa (geralmente é 5% ou 1%)
    - Divida o nível de confiança por 2 e coloque nas pontas do gráfico (se for 5%, será 2,5% para cada lado)
    - Veja na tabela qual valor corresponde ao nível de confiança dividido por 2 (cuidado pois depende da tabela. Algumas podem pedir a porcentagem de confiança que nesse caso seria 0,475 que é 0,5 - 0,025 (50% - 2,5% pela direita e o mesmo para esquerda. No caso citado, o valor encontrado é 1,96 na tabela normal, ficando 1,96 pela direita e -1,96 pela esquerda). Para encontrar na tabela de t-student, basta lembrar que o grau de liberdade é apenas o tamanho da amostra menos 1 (n - 1).
    - Com o Z (para a normal) ou o t (para t-student) encontrados, basta fazer o cálculo do intervalo de confiança:



No exemplo, foi encontrado que entre o intervalo [0,818 ; 0,82982] temos 95% de confiança que nossa média ‘u’ está nesse intervalo de valores. Para quem está em dúvida porque o Z alfa/2 ou o t alfa/2 é simplesmente porque corresponde ao Z ou t do alfa (nível de confiança) dividido por 2 que é o que encontramos no início do processo.

- **Cálculo do desvio padrão amostral**: Note que no denominador não é o número de amostras, e sim, o grau de liberdade (tamanho da amostra - 1). Se não tirar a raíz quadrada, você estará calculando a variância amostral.

AMOSTRA: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$

sendo $\bar{x}$ a média da amostra e n o tamanho da amostra.

$$s = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + (x_3-\bar{x})^2 + \ldots + (x_n-\bar{x})^2}{n-1}}$$

- **Teste de Hipótese:** O teste de hipótese pode ser bilateral, unilateral à esquerda ou unilateral à direita.
    - Bilateral: Para Ho envolvendo = e Ha !=
    - Unilateral à direita: Para Ha envolvendo >
    - Unilateral à esquerda: Para Ha envolvendo <
    - O sinal de = *sempre* fica na Ho, seja na forma =, <= ou >=
    - Se ao calcularmos o Z ou t e eles caírem na região crítica, rejeitamos Ho (não diga que aceita Ha, apenas que rejeitamos Ho).
    - Ao fazer a prova sempre explique bem suas hipóteses e deixe claro quais são, além de sempre fazer os gráficos.
    - Primeiro, formule suas hipóteses. Depois, perceba se é um caso bilateral ou unilateral.
    - Se possuir o desvio padrão populacional, faça pela distribuição normal; caso tenha o amostral, por t-student.
    - Se for teste com duas médias, basta fazer o que se pede na questão. Se por exemplo, ele quer fazer o teste se a média A e a média B são iguais, fazemos:
        - Ho: A - B = 0
        - Ha: A - B != 0

      Se fosse o caso de testar que a média A é maior que a média B, faríamos:
        - Ho: A - B <= 0 (B seria maior que A)
        - Ha: A - B > 0 (A seria maior que B)

    - Para calcular o Z ou t , temos:

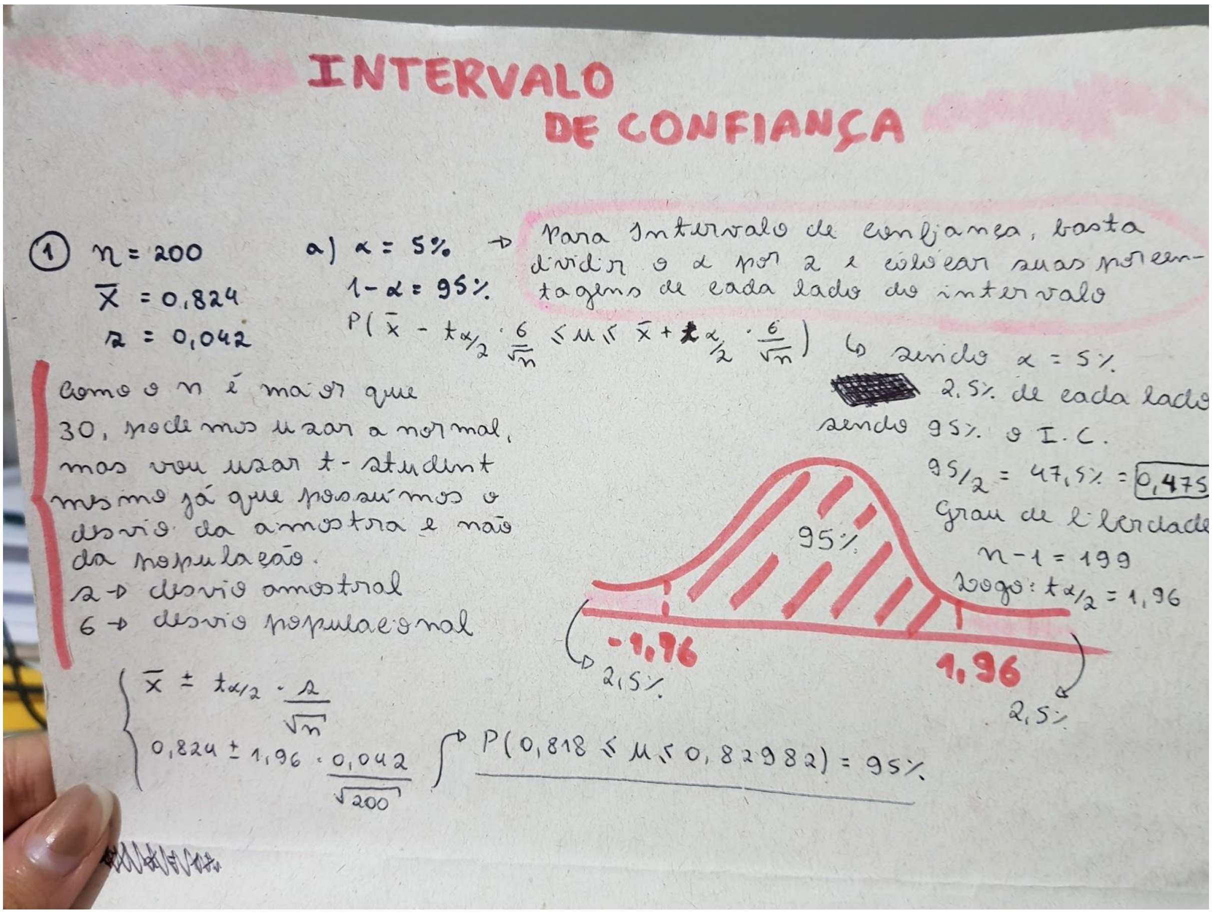
NORMAL	T - STUDENT	
$Z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$	$t = \dfrac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$	simples
$Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$t = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$	duas médias

Sendo X a média da amostra, ‘u’ a média que queremos provar, sigma o desvio padrão populacional, ‘s’ o desvio padrão amostral e ‘n’ o tamanho da amostra. Lembrando que se o Z/t estiver dentro da região crítica, rejeitamos Ho.

QUESTÕES:

1) As medidas dos diâmetros de uma amostra aleatória de 200 rolamentos esféricos produzidos por certa máquina, durante uma semana, apresentam média de 0,824 polegada e o desvio padrão de 0,042. Determine os limites de confiança de:

a) 95%


INTERVALO DE CONFIANÇA

① $n = 200$
$\overline{x} = 0{,}824$
$s = 0{,}042$

a) $\alpha = 5\%$ → Para intervalo de confiança, basta dividir o α por 2 e colocar suas porcentagens de cada lado do intervalo

$1-\alpha = 95\%$

$P\left(\overline{x} - t_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{x} + t_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ ↳ sendo $\alpha = 5\%$

2,5% de cada lado sendo 95% o I.C.

$95/2 = 47{,}5\% = \boxed{0{,}475}$

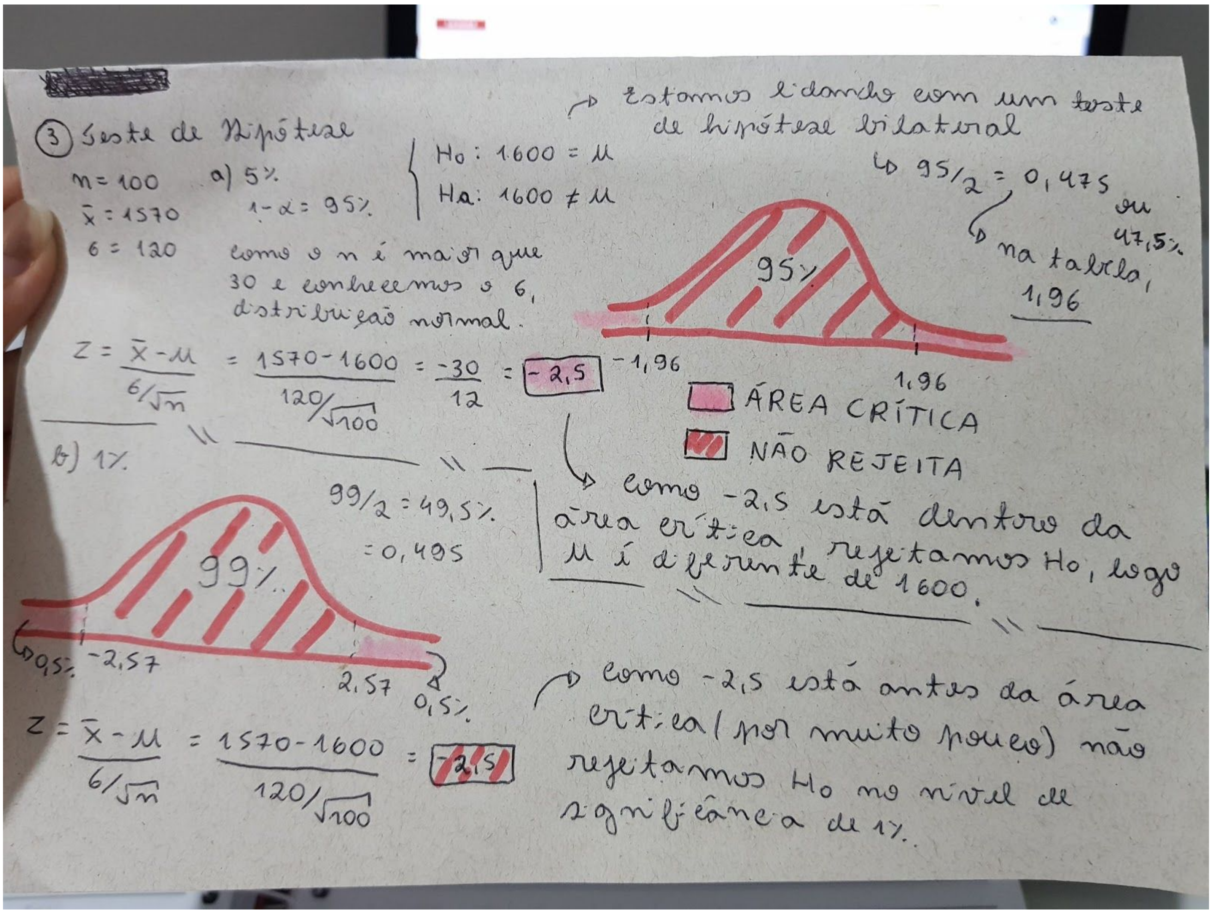
Grau de liberdade
$n-1 = 199$
Logo: $t_{\alpha/2} = 1{,}96$

Como o n é maior que 30, podemos usar a normal, mas vou usar t-student mesmo já que possuímos o desvio da amostra e não da população.
s → desvio amostral
σ → desvio populacional

$\overline{x} \pm t_{\alpha/2}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}$

$0{,}824 \pm 1{,}96 \cdot \frac{0{,}042}{\sqrt{200}}$ → $P(0{,}818 \leq \mu \leq 0{,}82982) = 95\%$

3) A vida média de uma amostra de 100 lâmpadas fluorescentes produzidas por uma companhia foi calculada em 1570 horas, com desvio padrão de 120 horas. Teste a hipótese de que a média é igual a 1600 horas, em face da hipótese alternativa de a média ser diferente de 1600 horas, adotando o nível de significância 0,05 e 0,01.


[redacted]

③ Teste de Hipótese

$n = 100$
$\bar{x} = 1570$
$\sigma = 120$

a) 5%
$1 - \alpha = 95\%$

$H_0: 1600 = \mu$
$H_a: 1600 \neq \mu$

Estamos lidando com um teste de hipótese bilateral

$95/2 = 0{,}475$ ou 47,5%

na tabela, 1,96

como o n é maior que 30 e conhecemos o σ, distribuição normal.

95%

-1,96
1,96

ÁREA CRÍTICA
NÃO REJEITA

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{1570-1600}{120/\sqrt{100}} = \frac{-30}{12} = \boxed{-2{,}5}$$

como -2,5 está dentro da área crítica, rejeitamos Ho, logo μ é diferente de 1600.

b) 1%

$99/2 = 49{,}5\%$
$= 0{,}495$

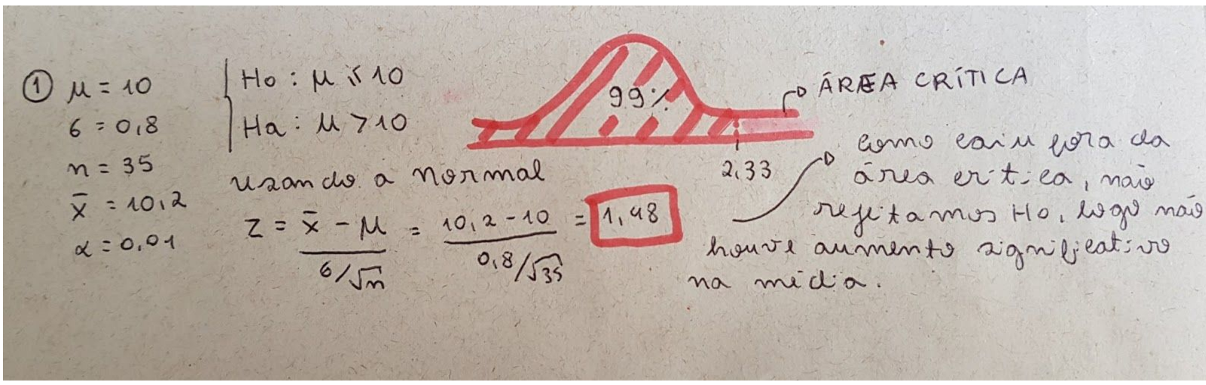
99%

0,5% -2,57
2,57 0,5%

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{1570-1600}{120/\sqrt{100}} = \boxed{-2{,}5}$$

como -2,5 está antes da área crítica (por muito pouco) não rejeitamos Ho no nível de significância de 1%.

1) Uma fábrica de automóveis anuncia que seus carros consomem, em média, 10 litros de gasolina por 100 quilômetros, com desvio padrão de 0,8 litros. Uma revista desconfia que o consumo é maior e resolve testar essa afirmação. Para tal, analisa 35 automóveis dessa marca, obtendo como consumo médio 10,2 litros por 100 quilômetros. Considerando que o consumo siga o modelo Normal, o que a revista pode concluir sobre o anúncio da fábrica ao nível de 1%?


① $\mu = 10$
$\sigma = 0{,}8$
$n = 35$
$\bar{x} = 10{,}2$
$\alpha = 0{,}01$

$H_0: \mu \leq 10$
$H_a: \mu > 10$

usando a normal

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{10{,}2-10}{0{,}8/\sqrt{35}} = \boxed{1{,}48}$$

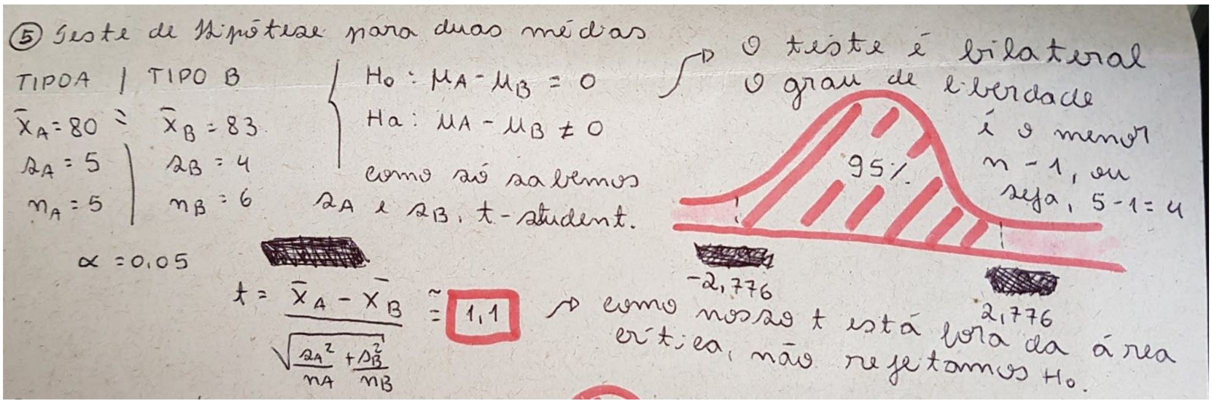
99%

2,33

ÁREA CRÍTICA

como caiu fora da área crítica, não rejeitamos Ho, logo não houve aumento significativo na média.

5) Dois tipos de tinta foram testadas sob as mesmas condições. Uma amostra de 5 latas do tipo A registrou uma média de 80 com um desvio de 5. O tipo B, uma amostra de 6 latas com média de 83 com um desvio 4. Adotando alfa igual a 0,05, testar a hipótese da igualdade das médias.



⑤ Teste de Hipótese para duas médias

TIPO A	TIPO B
$\bar{x}_A = 80$	$\bar{x}_B = 83$
$s_A = 5$	$s_B = 4$
$n_A = 5$	$n_B = 6$

$\alpha = 0{,}05$

$H_0: \mu_A - \mu_B = 0$

$H_a: \mu_A - \mu_B \neq 0$

como só sabemos s_A e s_B, t-student.

[redacted]

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} \cong \boxed{1{,}1}$$

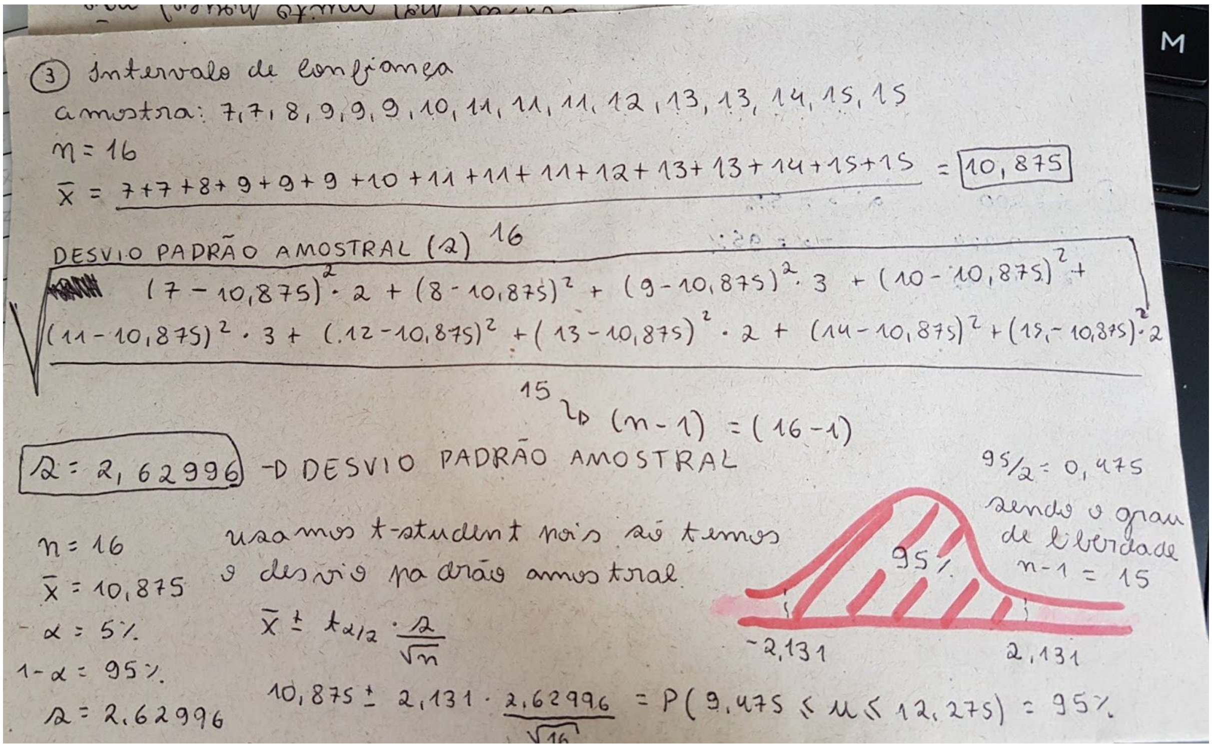
→ como nosso t está fora da área crítica, não rejeitamos H_0.

→ O teste é bilateral, o grau de liberdade é o menor $n-1$, ou seja, $5-1=4$

3) Uma amostra é composta pelos seguintes elementos:

7,7,8,9,9,9,10,11,11,11,12,13,13,14,15,15.

Construa o intervalo de confiança para a média sendo alfa = 5%.



③ Intervalo de confiança

amostra: 7, 7, 8, 9, 9, 9, 10, 11, 11, 11, 12, 13, 13, 14, 15, 15

$n = 16$

$$\bar{x} = \frac{7+7+8+9+9+9+10+11+11+11+12+13+13+14+15+15}{16} = \boxed{10{,}875}$$

DESVIO PADRÃO AMOSTRAL (s)

$$\sqrt{\frac{(7-10{,}875)^2 \cdot 2 + (8-10{,}875)^2 + (9-10{,}875)^2 \cdot 3 + (10-10{,}875)^2 + (11-10{,}875)^2 \cdot 3 + (12-10{,}875)^2 + (13-10{,}875)^2 \cdot 2 + (14-10{,}875)^2 + (15-10{,}875)^2 \cdot 2}{\underbrace{15}_{(n-1) = (16-1)}}}$$

$\boxed{s = 2{,}62996}$ → DESVIO PADRÃO AMOSTRAL

$n = 16$

$\bar{x} = 10{,}875$

$\alpha = 5\%$

$1-\alpha = 95\%$

$s = 2{,}62996$

usamos t-student pois só temos o desvio padrão amostral.

$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

$95/2 = 0{,}475$ sendo o grau de liberdade $n-1 = 15$

$$10{,}875 \pm 2{,}131 \cdot \frac{2{,}62996}{\sqrt{16}} = P(9{,}475 \leq \mu \leq 12{,}275) = 95\%$$

Boa prova!!