# Lógica para Computação

IF673 – Engenharia da Computação

Cin/UFPE – Anjolina Grisi de Oliveira

# Procedimentos de Prova

O princípio da resolução foi introduzido por Robinson em 1965. Ele é um método mais eficiente que os anteriores, propostos por Gilmore, Davis e Putnam. Todos esses métodos são procedimentos de prova, que buscam implementar o teorema de Herbrand.

# Procedimentos de Prova

Na lógica de primeira ordem, devido a existência de um número infinito de domínios, em geral existe um número infinito de interpretações de uma dada fórmula. Consequentemente, diferente do que ocorre na lógica proposicional, não é possível verificar a validade ou a inconsistência de uma fórmula avaliando-a sob todas as possíveis interpretações. Portanto, é necessário procedimentos diferentes para verificar a inconsistência de fórmulas na lógica de primeira ordem.

# Procedimentos de Prova

Definir um procedimento de decisão geral para determinar a validade (ou inconsistência) de uma fórmula foi investigado há muito tempo. São exemplos as tentativas de:

- Leibniz (1646-1716),
- Peano (+ ou - anos 1900) e
- Hilbert e sua escola (1920's).

Porém Church e Turing (1936) provaram independentemente que essa tarefa é impossível. Ou seja, não existe um procedimento geral para determinar a validade de fórmulas na lógica de primeira ordem.

# Procedimentos de Prova

Entretanto, existem procedimentos de prova que podem verificar se uma fórmula é válida se ela de fato for válida. Se a fórmula for inválida, esses procedimentos, em geral, não terminam. Portanto, diz-se que a lógica de primeira ordem é <u>semi-decidível </u>. No entanto, a lógica proposicional é decidível .

# Procedimentos de Prova

Um importante resultado para a definição de provadores automáticos de teoremas foi dado por Herbrand em 1930.

Temos, por definição, que uma fórmula é válida se em qualquer interpretação ela é verdadeira.

Herbrand desenvolveu um algoritmo para encontrar uma interpretação que pode falsificar uma dada fórmula.

Entretanto, se a fórmula dada é válida tal interpretação não existe e o algoritmo irá parar após um número finito de passos (de tentativas).

# Procedimentos de Prova

O método de Herbrand é a base para a maioria dos provadores automáticos de teoremas atuais. As tentativas de implementá-lo começaram em 1960:

- Gilmore foi uma das primeiras pessoas a tentar implementar o método de Herbrand em um computador. Entretanto, para muitos casos, seu programa se mostrou ineficiente.
- Davis e Putnam (1960) melhoraram o programa de Gilmore, porém seus resultados ainda se revelaram ineficientes.
- Foi em 1965 que Robinson introduziu o princípio da resolução, que se mostrou muito mais eficiente em relação aos procedimentos anteriores. A partir daí muitos outros procedimentos foram propostos.

# O método de Herbrand

A importância do resultado de Herbrand:

Sabemos que um conjunto de cláusulas é insatisfatível sse ele é falso sob todas as interpretações sobre todos os domínios.

Como fazer isso, se temos uma quantidade infinita de domínios?

Fixamos um domínio H, chamado de ***universo de Herbrand***. Herbrand provou que basta mostrar que o conjunto de cláusulas é insatisfatível sob todas interpretações nesse domínio.

# Universo de Herbrand

Seja $H_0$ o conjunto de constantes que aparecem em um conjunto S de cláusulas. Se nenhuma constante aparece em S, então $H_0 = \{a\}$. Para i=0,1,2,..., seja $H_{i+1}$ a união de $H_i$ e o conjunto de todos os termos da forma $f^n(t_1,...,t_n)$ para todos os símbolos de função n-ária f que ocorrem em S, onde $t_j$, j=1,...,n, são membros do conjunto $H_i$. Então cada $H_i$ é chamado de conjunto constante do nível i de S, e $\mathbf{H}_\infty$ é chamado de **universo de Herbrand**.

# Universo de Herbrand: Exemplo

1. $S = \{ P(a), \neg P(x) \vee P(f(x)) \}$

2. $S= \{ P(x) \vee Q(x), R(z), T(y) \vee \neg W(y) \}$

3. $S = \{ P(f(x),a,g(y),b) \}$

# Instância básica de uma cláusula

Uma instância básica de uma cláusula C de um conjunto S de cláusulas é uma cláusula obtida pela substituição das variáveis em C por membros do universo de Herbrand de S.

# Teorema de Herbrand

Um conjunto S de cláusulas é insatisfatível sse existe um conjunto finito insatisfatível S´de instâncias básicas de cláusulas de S.

# Exemplos

1. $S = \{ P(x), \neg P(f(a)) \}$

2. $S = \{\neg P(x) \vee Q(f(x),x), P(g(b)), \neg Q(y,z) \}$