Lógica para Computação

IF673 – Engenharia da Computação

Cin/UFPE – Anjolina Grisi de Oliveira

Unificação

Sejam t_1 e t_2 termos de uma assinatura L nos quais podem aparecer ocorrências das variáveis $x_1, ..., x_n$.

O problema da unificação de t_1 e t_2 é definido como sendo o problema de se encontrar (caso exista) uma substituição das variáveis, $x_1,...,x_n$ por termos $s_1,...,s_n$ tal que quando aplicadas a t_1 e t_2 produzem termos idênticos.

Exemplo1:
Sejam os termos t_1: f(g(z),x), t_2: f(y,x), t_3: f(y,h(a))

É possível unificá-los?

Unificação

Em 1930, Jacques Herbrand definiu um método para resolver o problema da unificação através de um conjunto de três regras de transformação sobre sistemas de equação:

1. Eliminação de equações triviais.
2. Decomposição de termos.
3. Eliminação de variáveis

Unificação

Seja L uma assinatura, o problema da unificação de termos $t_1=t_1'$,..., $t_n=t_n'$ pode ser visto como um sistema de equações com $x_1,\ldots,x_n$ (as variáveis que ocorrem nos termos) como sendo os indeterminantes do sistema, ou seja, dado $S = \{t_1=t_1', \ldots, t_n = t_n'\}$ buscamos uma solução, caso exista, na forma $[s_1/x_1, \ldots s_n/x_n]$ onde $s_1, \ldots, s_n$ são termos de L.

Quando essa solução existe, dizemos que a substituição é um unificador para o sistema S.

Exemplo

Sejam t_1 = f(x,g(a,y)) e t=f(x,g(y,x))
Encontre, caso exista, s_1 e s_2 tal que:
$f(x,g(a,y))[s_1/x, s_2/y] = f(x,g(y,x))[s_1/x, s_2/y]$

S ={f(x,g(a,y)) = f(x,g(y,x))}
Decomposição de termos: { x= x, g(a,y) = g(y,x) }
Eliminação de eq. Triviais: {g(a,y) = g(y,x) }
Decomp. de termos: { a=y, y=x}
Eliminação de variáveis: {y=a,x=a}[a/y]

Unificação

Definição:

Uma equação x=t está na forma resolvida em um sistema de equação S, se x for uma variável que não aparece nem no termo t e nem em qualquer outro termo de S.

Um sistema S está na forma resolvida se todas as suas equações estão na forma resolvida.

Unificação

1. Eliminação de equações triviais:

   $S \cup \{t = t\} \Rightarrow S$

2. Decomposição de termos:

   $S \cup \{ f(t_1,...,t_n) = f(s_1,...,s_n) \} \Rightarrow$

   $S \cup \{ t_1=s_1, t_2=s_2,...,t_n=s_n \}$

3. Eliminação de variáveis:

   $S \cup \{ x=t \} \Rightarrow S[t/x] \cup \{ x=t \}$

   onde x é uma variável que não ocorre em t.

Herbrand mostrou que se um sistema S é unificável, então o método encontra o unificador mais geral (u.m.g).

Unificação: Exemplos

1. $S = \{ f(g(z),x) = f(y,x),\ f(y,x) = f(y,h(a)) \}$

2. $S = \{ g(f(x,x))=g(f(h(a), g(b))) \}$

3. $S = \{ f(x,g(x))= f(g(x),g(g(x))) \}$

4. $S = \{ h(p(x, x), z) = h(p(y, f(y)), z) \}$

5. $S = \{ q(z,x,f(g(y))) = q(z,h(z,w), f(w))$,
   $q(z,h(z,w), f(w)) = q(z,h(a,g(b)),f(g(v)))\}$

Exemplo 1: resolução

$\forall y(Q(y) \vee Q(f(y)))$ é uma consequência lógica do seguinte conjunto

$\{ \forall x(P(x,b) \vee Q(x)), \forall y(\neg P(f(y),b) \vee Q(y) \}$?

Exemplo 2: resolução

Traduza as frases para a lógica de primeira ordem. Primeiro defina uma estrutura cujo domínio é o conjunto das aves, em seguida defina as relações, funções e destaques apropriadamente, a assinatura e interpretação.

- Todas as aves possuem asas.
- Existem aves que não voam.
- Os pinguins e as gaivotas são aves.
- Os pinguins não voam e as gaivotas voam.
- Kowalski é um pinguim.
- Fernão é uma gaivota.
- O pai de Kowalski é um pinguim.

Exemplo 2: resolução

Use resolução para provar que as seguintes afirmações são consequência lógica do conjunto definido no slide anterior :

- O pai de Kolwaski possui asas mas não voa.
- Fernão voa

Exemplo 3: resolução

$\exists x(P(x) \wedge C(x))$ é uma consequência lógica do seguinte conjunto

$\{ \forall x(E(x) \wedge (\neg V(x) \to \exists y(S(x,y) \wedge C(y))),$
$\exists x(P(x) \wedge E(x) \wedge \forall y(S(x,y) \to P(y))),$
$\forall x(P(x) \to \neg V(x))\}$?