Lógica para Computação - IF673

LISTA MP1 - 2019.1

1. Analise as sentenças abaixo e classifique-as em verdadeiro ou falso, justificando quando falso.

(   ) A união de dois conjuntos de sentenças consistentes é consistente.

(   ) A união de dois conjuntos de sentenças inconsistentes pode ser consistente.

(   ) Uma inferência é dita válida se sempre que as premissas forem verdadeiras a conclusão também for.

(   ) Se uma sentença A é subcontrária de uma sentença B, a implicação $\neg A \rightarrow B$ é válida.

(   ) Se uma sentença C é contraditória em relação a uma sentença D, então (C xor D) sempre é verdadeiro.

(   ) Um argumento é dito válido por vacuidade quando o conjunto de premissas é inconsistente.

2. Analise os conjuntos de sentenças abaixo e classifique as inferências como seguras ou inseguras, justificando sua resposta.

a)

Nenhum A é B
Todo B é C

Nenhum C é A

b)

Nenhum D é F
Algum E é D

Algum E não é F

c)

Algum G é H
Algum H é I
Todo I é H

Algum G é I

d)

Algum J não é K
Algum L não é K
Todo J é L

Todo L é J

e)

Nenhum M é N
Todo O é M
Algum O é N

Algum N é O

3. Defina indutivamente os possíveis valores que podem ser pagos apenas com cédulas de 2 e 5 reais.

4. Defina indutivamente o conjunto de pares ordenados (a, b) tais que a>=b e a, b ∈ N.

5. Defina indutivamente o conjunto de proposições bem formadas da lógica.

6. Prove que as duas abordagens de construção do fecho indutivo, Bottom-up e Top-down, produzem o mesmo conjunto.

7. Anjolina é uma professora muito boa, mas também é muito ocupada. E por isso, pediu a seus monitores que produzissem uma lista de exercícios de 2 assuntos, Lógica Aristotélica (A) e Fechos Indutivos (F).

Por questões de organização, ela pediu para que as questões do mesmo assunto permanecessem juntas e, para ajudar ainda mais, ela mesmo fez duas questões, uma de cada assunto, com a primeira sendo sobre Lógica Aristotélica e a segunda sendo sobre Fechos Indutivos.

Por praticidade, representaremos tal lista como a string “AF”, pois contém uma questão de Lógica seguida de uma questão de Fechos. Ela confia que seus monitores saberão construir a lista, pois eles conhecem as funções construtoras que respeitam as condições impostas, a pergunta é: Você também sabe ?

8. Mônica é uma garota muito talentosa que vai ao Cin vender donuts nas terças e quintas. Normalmente, ela os mantém numa caixa quadrada, mas devido a questões de fornecimento, agora utiliza caixas em linha reta, na qual há largura para apenas um donut, embora tenha comprimento infinito.

Certo dia, ela decidiu trazer 3 sabores diferentes: Chocolate branco (C), Brigadeiro (B) e Doce de leite (D). Entretanto, ela sabe que não pode deixar um donut de doce de leite encostar num donut de chocolate branco, pois a cobertura de doce de leite iria deixar o chocolate branco muito menos atrativo (apesar de ainda ser delicioso). Além disso, ela gosta quando há uma diversidade de cores à mostra, e por isso nunca deixa donuts de mesmo sabor um ao lado do outro.

Mônica ainda não está acostumada com sua nova caixa, mas ela sabe que você estudou lógica e pode ajudá-la, definindo indutivamente o conjunto de donuts, em ordem, que ela pode levar para vender. Ela precisa tanto de ajuda que prometeu dar desconto para quem definisse corretamente o conjunto (É verdade esse bilhete)*.

Represente o conjunto em forma de string, onde cada sabor é correspondido pela sua letra inicial, ou seja, a string “BCD” representaria que ela trouxe, nessa ordem, um donut de Brigadeiro, um de Chocolate branco e um de Doce de leite.

OBS: *É mentira o bilhete.

9. Considere X o conjunto das constantes e variáveis da lógica proposicional (ou seja, o conjunto base) e Σ o alfabeto sem os parênteses. O conjunto das proposições na notação prefixa é o fecho indutivo sob X e o seguinte conjunto F de funções.

$$f_{\vee}(A,B) = \vee AB$$
$$f_{\wedge}(A,B) = \wedge AB$$
$$f_{\rightarrow}(A,B) = \rightarrow AB$$
$$f_{\neg}(A) = \neg A$$

O conjunto das proposições em notação prefixa é livremente gerado? Prove ou refute.

10. Considere X o conjunto das constantes e variáveis da lógica proposicional (ou seja, o conjunto base) e Σ o alfabeto sem os parênteses. O conjunto das proposições na notação sufixa é o fecho indutivo sob X e o seguinte conjunto F de funções.

$$f_{\vee}(A,B) = AB\vee$$
$$f_{\wedge}(A,B) = AB\wedge$$
$$f_{\rightarrow}(A,B) = AB\rightarrow$$
$$f_{\neg}(A) = A\neg$$

O conjunto das proposições em notação sufixa é livremente gerado? Prove ou refute.

11. Dê um exemplo de um conjunto infinito que é o fecho indutivo de um conjunto finito e não é livremente gerado. Justifique sua resposta.

12. Considere X o conjunto das constantes e variáveis da lógica proposicional (ou seja, o conjunto base), Σ o alfabeto e F o conjunto de funções usuais (ou seja, F = {f¬, f^, fv, f→}). Considere a seguinte função f1: Σ* → Σ* definida abaixo:

f1= (¬0) se x = “00”, ou
)0v1(se x = “01”, ou
(1^0) se x = “10”, ou
(¬x) nos demais casos.

a) Qual é o fecho indutivo de X sob o conjunto de funções F’ = {f1, f^, fv, f→} (ou seja, substituímos f¬ por f1)? Justifique sua resposta.

b) A seguinte afirmação é verdadeira ou falsa? : "O fecho indutivo sob X e F’ não é livremente gerado. Uma das razões é que f1 não é injetora, pois f1(00)=f1(0). Outro motivo é a constante ‘1’, que é um elemento da base, está no conjunto imagem de f1." Justifique sua resposta.

c) Suponha que o operador ternário $ definido na questão anterior agora faz parte dos conectivos da lógica proposicional. Dessa forma, se A, B e C forem expressões legítimas, $(A,B,C) também será uma expressão legítima. Por exemplo, $(0,0,1), (z v $(1,x,y)) e (¬$(x,(1^y),0)) também são expressões legítimas. Como você faria para gerar o novo conjunto das expressões legítimas da lógica por meio de conjuntos indutivos? [Dica: altere o alfabeto Σ e o conjunto de funções].

13. Seja Σ o alfabeto sem o parêntese que fecha (ou seja o ")") e F o conjunto de funções que geram as fórmulas sem os parênteses que fecham. Por exemplo, $f_\wedge(\varphi, \psi) = (\varphi \wedge \psi$. O fecho indutivo sob X e F é livremente gerado? Prove ou refute.

14. Seja Σ o alfabeto sem os parênteses e F o conjunto de funções que geram as fórmulas sem os parênteses. Por exemplo, $f_\wedge(\varphi, \psi) = \varphi \wedge \psi$. O fecho indutivo sob X e F é livremente gerado? Prove ou refute.