Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn) - Graduação em Engenharia da Computação

Lógica para Computação

1º Semestre de 2016 - 1ª Prova - 12 de Maio de 2016

1. (4,5) Prove o seguinte teorema usando os métodos que estudamos e em seguida diga se ele é aceito pela lógica intuicionista e qual o motivo. Em cada passo da dedução natural e do cálculo de sequentes coloque a regra utilizada. Os métodos pedidos são: **a)** o método dos tableaux analíticos; **b)** dedução natural; **c)** cálculo de sequentes e **d)** o método da resolução.

$$\vdash (((A \lor B) \to C) \to ((A \to C) \land (B \to C)))$$

2. (1,5) Examine a seguinte árvore de prova em dedução natural e diga se está na forma normal. Em caso negativo, identifique a(s) fórmula(s) máxima(s), e aplique o procedimento de normalização para obter sua forma normal. Ao aplicar o procedimento de normalização observe que podem aparecer novas fórmulas máximas, nesse caso, identifique-as.

$$\dfrac{[A \land B] \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{[(A \land B)]}{A}}{(A \land B) \to A} \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[(A \land B) \to A] \quad [(A \land B)]}{A}}{A \lor B}}{(A \land B) \to (A \lor B)}}{((A \land B) \to A) \to ((A \land B) \to (A \lor B))}}{(A \land B) \to (A \lor B)}}{A \lor B}$$

3. (2,0) O tamanho de uma fórmula ϕ da lógica proposicional é definido recursivamente pela seguinte função t: (i) se ϕ for atômica, $t(\phi) = 1$; (ii) se ϕ for da forma $(\neg\psi)$ então $t((\neg\psi)) = 1 + t(\psi)$; e (iii) se ϕ for da forma $(\alpha\Box\psi)$, onde $\Box$ é $\land$, $\lor$ ou $\to$, então $t((\alpha\Box\psi)) = 1 + t(\alpha) + t(\psi)$.

a) Calcule o valor de $t(((\neg(\alpha \land (\neg\phi))) \to \psi))$

b) Prove por indução que para toda fórmula ϕ da lógica proposicional, o posto de ϕ é menor que o tamanho de ϕ . Defina formalmente as função que calcula o posto.

4. (1,0) Seja $X = \{1\}$ e $F = \{f, g\}$ onde f e g são funções definidas como a seguir:$f : \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}^*$ e $g : \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}^*$,$\mathbb{N}^*$ é o conjunto dos números naturais positivos, $f(n) = 3n$ e $g(n) = 2n$. Qual é o fecho indutivo sob X e F? Esse conjunto é livremente gerado? Justifique apropriadamente.

5. (1,0) Defina precisamente as propriedades que todo sistema dedutivo deve ter e explique o significado dos símbolos $\vdash$ e $\models$.

(1,0) (SOMENTE PARA QUEM FALTOU UMA MINI-PROVA)

Defina indutivamente o conjunto de todas as cadeias sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ que são palíndromos de tamanho par. Identifique : (i) a base da indução; (ii) as funções geradoras e (iii) o maior conjunto indutivo. Prove se esse conjunto é ou não livremente gerado.