UFPE / CIn/ Engenharia da Computação

Lógica para Computação / Primeira Prova / 2014.1 / 05/06/2014

1. **(1,0)** Verifique, usando o método dos tableaux analíticos, se a proposição
$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow \neg C) \rightarrow \neg A)$ é uma tautologia. Em caso negativo, dê, se possível, uma valoração que a satisfaça.

2. **(2,0)** Verifique, usando a) o cálculo de sequentes e b) o método da resolução se:
$$A \rightarrow (B \vee C), \neg(B \vee P), C \rightarrow P \vdash \neg A$$

3. **(2,0)** Muitos teoremas na matemática usam provas pela contrapositiva. Ou seja, ao provar um teorema da forma $(A \rightarrow B)$, o matemático faz a prova de $(\neg B \rightarrow \neg A)$. Isso é possível devido a equivalência dessas duas proposições. Porém a lógica intuicionista aceita somente uma parte dessa equivalência. Qual o motivo? Que parte é essa? Justifique a sua resposta usando dedução natural.

4. **(2,0)** Considere X o conjunto das constantes e variáveis da lógica proposicional (ou seja, o conjunto base) e Σ o alfabeto sem os parênteses. O conjunto das proposições na notação prefixa é o fecho indutivo sob X e o seguinte conjunto F de funções.
$f_{\wedge}(A,B) = \wedge AB$
$f_{\vee}(A,B) = \vee AB$
$f_{\rightarrow}(A,B) = \rightarrow AB$
$f_{\neg}(A) = \neg A$
   a) Prove que o conjunto das proposições em notação prefixa é livremente gerado.
   b) Seja K uma função definida da seguinte maneira: K(□) = -1, □=$\rightarrow, \vee, \wedge$; $K(\neg)=0$ e K(P)=1 se P for uma constante ou uma variável proposicional. A função K é estendida para atuar em cadeias da seguinte forma: para qualquer cadeia w1...wk sobre um alfabeto K(w1...wk)= K(w1) + ...K(wk). Use indução matemática para provar que para qualquer proposição A em notação prefixa, K(A) = 1.

5. **(1,0)** Defina valoração-verdade e explique de que forma o teorema da extensão homomórfica única se aplica a essa definição.

6. **(2,0)** Para cada uma das afirmações abaixo, diga se é verdadeira ou falsa. Justifique suas respostas.
   a) Uma formula máxima numa prova é aquela que é ao mesmo tempo premissa maior de uma regra de eliminação e conclusão de uma regra de introdução do mesmo conectivo.
   b) Dada uma proposição φ e um conjunto de proposições Γ se $\varphi \in \Gamma$ então $\Gamma \models \varphi$.
   c) Dada uma proposição φ é impossível que φ seja refutável e não seja satisfatível.
   d) O método da resolução se baseia no fato de que $(x \vee y) \wedge ((\neg y) \vee z)$ é logicamente equivalente a $(x \vee z)$.

EXTRA (1,0) (BÔNUS OU PARA QUEM FALTOU UMA MINI-PROVA):

Seja p a função posto:
(a) Demonstre que $p(\phi) \leq$ o número de ocorrências de conectivos de ϕ,

(b) Dê um exemplo de ϕ tal que < se verifica em (a) e um exemplo tal que = se verifica em (a).