

*E S T A T Í S T I C A*

# ***DISTRIBUIÇÕES***

---

**CONTÍNUAS E DISCRETAS**



# DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS

São aquelas onde a variável aleatória 'X' assume valores de um conjunto enumerável, ou seja, um conjunto discreto.

**Ex:** números naturais, quantidade de livros em uma estante, pessoas em uma fila.

## PRINCIPAIS DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS

- Binomial

- Poisson

- Geométrico

- Hipergeométrico

# **BINOMIAL** ( $X \sim B(n, p)$ )

**Como identificar:** geralmente são sucessos ou fracassos sucessivos com reposição.

**Fórmula:**  $\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n - k}$

**OBS:**

**Esperança:**  $n \cdot p$

**Variância:**  $n \cdot p \cdot (1 - p)$

**ONDE**

**k:** número de sucessos

**n:** número de ensaios

**p:** probabilidade de sucesso

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

# GEOMÉTRICA ( $X \sim G(k,p)$ )

---

**Como identificar:** tentativas sucessivas até o primeiro sucesso.

**Fórmula:**  $p \cdot (1 - p)^{k - 1}$

**Esperança:**  $1/p$

**Variância:**  $\frac{(1 - p)}{p^2}$

**ONDE** |  $p$ : probabilidade de sucesso  
|  $k$ : primeiro sucesso



# POISSON ( $X \sim P_o(\lambda)$ )

---

**Como identificar:** frequência média ou esperada de ocorrências num certo intervalo de tempo.

**Fórmula:** 
$$\frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

**Esperança:**  $\lambda$

**Variância:**  $\lambda$

**ONDE**  $k$ : número de sucessos  
 $\lambda$ : frequência pelo tempo

# HIPERGEOMÉTRICA ( $X \sim H(m, n, r)$ )

**Como identificar:** tipos diferentes dentro do próprio conjunto (como um grupo de objetos que alguns são defeituosos) sem reposição.

**Fórmula:**  $\frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

**Esperança:**  $r \cdot p$

**Variância:**  $r \cdot p \cdot \left( \frac{n-r}{n-1} \right)$

**OBS:**

$$p = m/n$$

**ONDE**

**n:** número da população total

**m:** número da população c/ características desejadas

**r:** amostra sem reposição

**k:** número de sucessos

# DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS

---

São aquelas onde a variável aleatória 'X' assume valores de um conjunto não enumerável, ou seja, um conjunto contínuo.

**Ex:** medidas em geral, como em metros, centímetros, segundos, horas....

## PRINCIPAIS DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS

- Uniforme    - Normal    - Exponencial



# UNIFORME ( $X \sim U[a,b]$ )

---

**Como identificar:** a probabilidade de um evento acontecer é distribuída uniformemente pelo intervalo dado.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & \text{se } x \geq a \leq x \leq b \\ 0 & \text{caso o contrário} \end{cases}$$

**Esperança:**  $\frac{(a+b)}{2}$

**Variância:**  $\frac{(b-a)^2}{12}$

**ONDE**   $a$ : é o início do intervalo  
 $b$ : é o final do intervalo



# EXPONENCIAL ( $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ )

**Como identificar:** foco no intervalo de tempo/medida em si do que na frequência (poisson).

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

**Esperança:**  $1/\lambda$

**Variância:**  $1/\lambda^2$

**OBS:**  $\lambda = 1/\mu$

**ONDE**  $\mu$ : é o  $\lambda$  que seria da poisson. Lembrando que frequência é inversamente proporcional ao tempo/medida, por isso  $1/\mu$ .

# NORMAL ( $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ )

**Como identificar:** o problema fornece o desvio padrão (ou a variância) e a média. Utilizamos os valores equivalentes de  $X$  e dos extremos do intervalo da tabela normal ( $Z$ ) para facilitar os cálculos.

$$P(a \leq x \leq c) = P(Z_a \leq Z \leq Z_c)$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Esperança:  $\mu$

Variância:  $\sigma^2$

**ONDE**

$\mu$ : média

$\sigma$ : desvio padrão

$\sigma^2$ : variância

**OBS:** uso da tabela  
**NORMAL**

# EXERCÍCIOS

**1)** Hina e Karen estão treinando juntas para o torneio de vôlei que ocorrerá no dia seguinte. Quando Karen faz um levantamento normal, Hina tem 80% de chance de conseguir cortar a bola. No entanto, se ela fizer um levantamento rápido, essa chance cai para 30%. Qual a probabilidade de:

**a)** Hina cortar 7 bolas em 10 levantamentos normais seguidos?

**b)** Hina cortar pelo menos 2 bolas em 12 levantamentos rápidos seguidos?



# EXERCÍCIOS

**2)** Chloe e Nadine fugiam com a Garra de Ganesha quando foram surpreendidas por um dos homens do Asav. Chloe logo tirou sua arma e se preparou para atirar. Sabendo que a probabilidade de acerto é de 65%, qual a probabilidade dela o atingir pela primeira vez na 3ª tentativa?

**3)** Em uma central telefônica, chegam 300 telefonemas por hora. Qual a probabilidade de:

**a)** Em um minuto não ocorrer chamadas?

**b)** Em 2 minutos tenham 2 chamadas?



# EXERCÍCIOS

**4)** Pequenos motores elétricos são expedidos em lotes de 20 unidades. Antes que uma remessa seja aprovada, um inspetor escolhe, aleatoriamente, 4 desses motores e os inspeciona. Se nenhum dos motores inspecionados for defeituoso, o lote é aprovado. Se um ou mais forem verificados defeituosos, todos os motores dessa remessa são inspecionados. Suponha que existam, de fato, 2 motores defeituosos no lote. Qual é a probabilidade de que a inspeção de todos os motores do lote seja necessária?

# EXERCÍCIOS

**5)** Um ponto é escolhido por acaso no intervalo  $[0,2]$ . Qual a probabilidade que esteja entre 1 e 1,5?

**6)** O prazo de operação de uma máquina de embalagem de frascos sem interrupções para manutenção tem distribuição exponencial com média de duas horas. Qual a probabilidade de essa máquina conseguir operar mais de uma hora sem interrupção?

**7)** A variável  $X$  tem distribuição normal com  $\mu = 150$  e  $\sigma = 30$ . Determinar as probabilidades:

**a)**  $P(X \leq 202,5)$

**b)**  $P(120 < X < 165)$