

Parte 1 – Lógica Proposicional

1. (2,0) Verifique, usando: a) tableaux analítico e b) resolução se:

$$A \vdash (A \rightarrow (B \vee C)) \rightarrow ((\neg C) \wedge D) \rightarrow B)$$

2. (2,0) Prove os seguintes teoremas usando dedução natural e cálculo de seqüentes. Em seguida, determine e justifique se eles são aceitos pela lógica intuicionista.

$$\text{a) } (A \vee B) \rightarrow (\neg(\neg A \wedge \neg B)) \qquad \text{b) } (\neg A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

3. (1,0) Defina valoração-verdade e explique de que forma o teorema da extensão homomórfica única se aplica a essa definição.

4. (2,0) Prove por indução que para toda fórmula  $\psi$  da lógica proposicional, o número de parênteses de  $\psi$  é o dobro do número de conectivos de  $\psi$  (os conectivos são  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  e  $\rightarrow$ ). Defina formalmente as funções necessárias para a formalização do problema e depois faça a prova usando indução.

5. (3,0) Para cada uma das afirmações abaixo, diga se é verdadeira ou falsa. Justifique suas respostas.

a) Uma prova livre de cortes em cálculo de seqüentes equivale a uma prova sem fórmulas máximas em dedução natural.

b) O método da resolução se baseia no fato de que  $(x \vee y) \wedge ((\neg y) \vee z)$  é logicamente equivalente a  $(x \vee z)$ .

c) Se o conjunto de fórmulas  $\Gamma$  é satisfatível e  $B$  é uma tautologia então  $\Gamma \cup \{B\}$  é satisfatível

d) Para garantir que todas as fórmulas válidas (teoremas) são provadas num determinado sistema dedutivo basta provar a propriedade conhecida como corretude.

e) Considere o alfabeto binário. O fecho indutivo sob  $X$  e  $F$  é o conjunto das cadeias binárias de tamanho par, onde  $X = \{00, 11, 10, 01\}$  e  $F = \{g\}$ ,  $g: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  e  $g(x) = xx$  ( $x$  concatenado com  $x$ ).

f) O fecho indutivo sob  $X$  e  $F$  do item anterior é livremente gerado.