

Tallinna Tehnikaülikool

Diskreetne Matemaatika
KODUTÖÖ

Glen Kink

1. Ülesanne

Matrikli number on:

Matrikkel teisendatuna kuueteistkümmendsüsteemi saan tulemuseks **17017**

Antud kuueteistkümmendarv kaheksakohalisena oleks **24D9BD77**

1-de piirkond on mul seega: **2 4 7 9 11 13**

Jagades kaheksakohaline kuueteistkümmendarv 11'ga saan tulemuseks **22AED07**

Määramatuspiirkond on mul seega: **0 10 14**

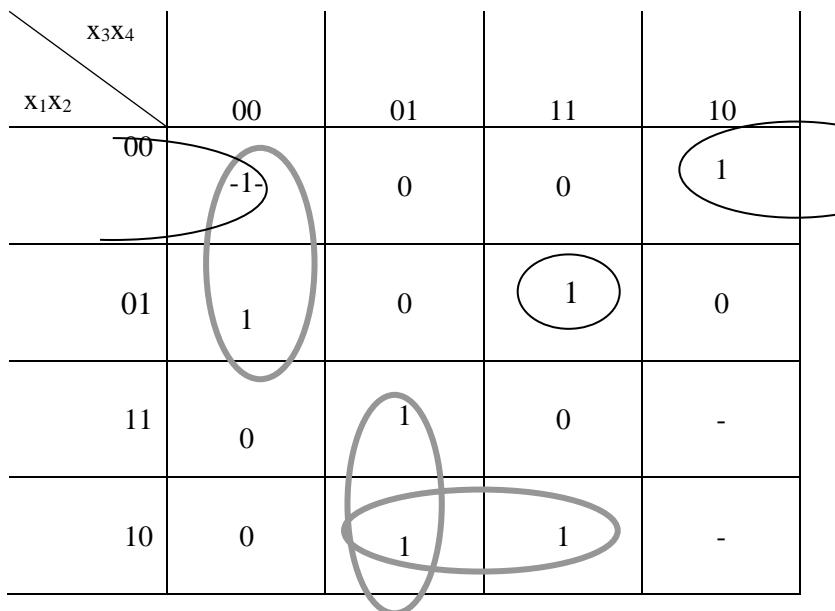
Seega oleks matriklinumbriile **094231** vastav 4-muutuja loogikafunktsioon oma numbrilises 10ndesituses:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(2, 4, 7, 9, 11, 13)_1 (0, 10, 14)_-$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Pi(1, 3, 5, 6, 8, 12, 15)_0 (0, 10, 14)_-$$

2. Ülesanne

2.1 MDNK Karnaugh' kaardiga:



MDNK:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4$$

2.2 MKNK McCluskey' meetodiga:

Index	Intervall	Märge	Index	Intervall	Märge	Index	Intervall	Märge			
0	1111	X	0-1	111-	X	0-1-1-2	-11- 1-1- 11--	A1 A2 A3			
1	1110*	X	1-2	-110 1-10* 11-0	X X X	1-2-2-3	1--0	A4			
2	0011 0101 0110 1010* 1100	X X X X X	2-3	00-1 0-01 10-0 1-00	X X X X	2-3-3-4	00-- 0-0- -0-0 --00	A5 A6 A7 A8			
3	0001 1000	X X	3-4	000- -000	X X						
4	0000*	X									

Impl.	0*	1	3	5	6	8	10*	12	14*	15
A1					X				X	X
A2							X		X	X
A3								X	X	X
A4						X	X	X	X	
A5	X	X	X							
A6	X	X		X						
A7	X					X	X			
A8	X					X		X		

Lihtimplikant	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	Konjuktsioon
A1	-	1	1	-	$\overline{x_2} \vee \overline{x_3}$
A4	1	-	-	0	$\overline{x_1} \vee x_4$
A5	0	0	-	-	$x_1 \vee x_2$
A6	0	-	0	-	$x_1 \vee x_3$

MKNK:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x_2} \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} \vee x_4)(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3)$$

3. Ülesanne

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= (\overline{x_2} \vee x_3)(\overline{x_1} \vee x_4)(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3) = \\
 &= (\overline{x_1}x_1 \vee \overline{x_1}x_2 \vee x_1x_4 \vee x_2x_4)(\overline{x_1}\overline{x_2} \vee x_1\overline{x_3} \vee \overline{x_2}x_3 \vee \overline{x_3}x_3) = \\
 &= (\overline{x_1}x_2 \vee x_1x_4 \vee x_2x_4)(\overline{x_1}\overline{x_2} \vee x_1\overline{x_3} \vee \overline{x_2}x_3) = \\
 &= \overline{x_1}x_2\overline{x_1}\overline{x_2} \vee \overline{x_1}x_2x_1\overline{x_3} \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_2}x_3 \vee x_1x_4x_1\overline{x_2} \vee x_1x_4\overline{x_2}x_3 \vee x_2x_4x_1\overline{x_2} \vee x_2x_4x_1\overline{x_3} \vee x_2x_4\overline{x_2}x_3 = \\
 &= x_1x_2\overline{x_4} \vee x_1x_3\overline{x_4} \vee x_1x_2x_3\overline{x_4}
 \end{aligned}$$

Põhimõtteliselt on võrdne punktis 2 leitud MDNK-ga. Erinevus tuleb erinevalt määratud määramatuspiirkonnast.

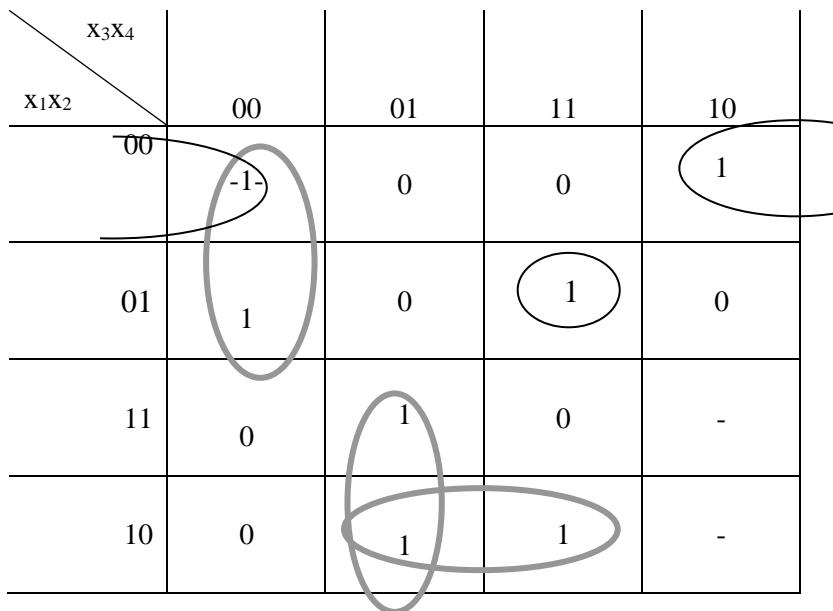
4. Ülesanne

4.1 Taandatud DNK leidmine:

MDNK: $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_4} \vee \overline{x_1}\overline{x_3}\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_3}x_4 \vee x_1\overline{x_2}x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4$

Taandatud DNK on funktsiooni kõigi lihtimplikantide disjunktsioon.

Taandatud DNK võib sisaldada ka liiaseid liikmeid.



Taandatud DNK: $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_4} \vee \overline{x_1}\overline{x_3}\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_3}x_4 \vee x_1\overline{x_2}x_4 \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4$

Taandatud DNK ja punktis 2 leitud MDNK on võrdsed.

4.2 Täieliku DNK (TDNK) leidmine:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
x_1x_2	00	01	11	10
00	-1-	0	0	1
01	1	0	1	0
11	0	1	0	-
10	0	1	1	-

Täielik DNK:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4$$

6. Ülesanne

Shannoni disjunktiivne arendus x_1 ja x_4 järgi:

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 = \\
 &= \overline{x_1} \overline{x_4} (1 \cdot \overline{x_3} \cdot 1 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot 1 \vee 1 \cdot x_2 x_3 \cdot 0 \vee 0 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 0 \cdot \overline{x_2} \cdot 0) \vee \\
 &\quad \vee \overline{x_1} x_4 (1 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot 0 \vee 1 \cdot x_2 x_3 \cdot 1 \vee 0 \cdot \overline{x_3} \cdot 1 \vee 0 \cdot \overline{x_2} \cdot 1) \vee \\
 &\quad \vee x_1 \overline{x_4} (0 \cdot \overline{x_3} \cdot 1 \vee 0 \cdot \overline{x_2} \cdot 1 \vee 0 \cdot x_2 x_3 \cdot 0 \vee 1 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot 0) \vee \\
 &\quad \vee x_1 x_4 (0 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 0 \cdot \overline{x_2} \cdot 0 \vee 0 \cdot x_2 x_3 \cdot 1 \vee 1 \cdot x_3 \cdot 1 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot 1) = \\
 &= \overline{x_1} \overline{x_4} (\overline{x_3} \vee \overline{x_2}) \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_4 (x_3 \vee x_2)
 \end{aligned}$$

7. Ülesanne

Shannoni disjunktiivne arendus x_1 järgi:

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 = \\
 &= \overline{x_1} (1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot 1 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_4} \vee 1 \cdot x_2 \cdot x_3 x_4 \vee 0 \cdot \overline{x_3} x_4 \vee 0 \cdot \overline{x_2} x_4) \vee \\
 &\quad \vee x_1 (0 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \vee 0 \cdot \overline{x_1} \cdot \overline{x_4} \vee 0 \cdot x_2 x_3 x_4 \vee 1 \cdot \overline{x_3} x_4 \vee 1 \cdot \overline{x_2} x_4) = \\
 &= \overline{x_1} (x_3 x_4 \vee x_2 x_4) \vee \overline{x_1} (\overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_2} x_4)
 \end{aligned}$$

8. Ülesanne

Shannoni konjunktiivne arendus x₁ ja x₄ järgi:

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 = \\
 &= \left[x_1 \vee x_4 \vee (0 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot 1 \vee 1 \cdot x_2 x_3 \cdot 0 \vee 0 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 0 \cdot \overline{x_2} \cdot 0) \right] * \\
 &\vee \left[x_1 \vee \overline{x_4} \vee (1 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot 0 \vee 1 \cdot x_2 x_3 \cdot 1 \vee 0 \cdot \overline{x_3} \cdot 1 \vee 0 \cdot \overline{x_2} \cdot 1) \right] * \\
 &\vee \left[\overline{x_1} \vee x_4 \vee (0 \cdot \overline{x_3} \cdot 1 \vee 0 \cdot \overline{x_2} \cdot 1 \vee 0 \cdot x_2 x_3 \cdot 0 \vee 1 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot 0) \right] * \\
 &\vee \left[\overline{x_1} \vee \overline{x_4} \vee (0 \cdot \overline{x_3} \cdot 0 \vee 0 \cdot \overline{x_2} \cdot 0 \vee 0 \cdot x_2 x_3 \cdot 1 \vee 1 \cdot x_3 \cdot 1 \vee 1 \cdot \overline{x_2} \cdot 1) \right] = \\
 &= \left[x_1 \vee x_4 \vee (\overline{x_2}) \right] * \left[x_1 \vee \overline{x_4} \vee (x_2 x_3) \right] * \left(\overline{x_1} \vee x_4 \right) * \left[\overline{x_1} \vee \overline{x_4} \vee (x_3 \vee \overline{x_2}) \right]
 \end{aligned}$$

9. Ülesanne

Reed-Mulleri polünoomina:

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 = \\
 &= (x_1 \oplus 1)(x_2 \oplus 1)(x_4 \oplus 1) \oplus (x_1 \oplus 1)(x_3 \oplus 1)(x_4 \oplus 1) \oplus x_1 x_4 (x_3 \oplus 1) \oplus x_1 x_4 (x_2 \oplus 1) \oplus x_2 x_3 x_4 (x_1 \oplus 1) = \\
 &= (x_1 x_2 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus 1)(x_4 \oplus 1) \oplus (x_1 x_3 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus 1)(x_4 \oplus 1) \oplus x_1 x_3 x_4 \oplus x_1 x_4 \oplus x_1 x_2 x_4 \oplus x_1 x_4 \oplus \\
 &\oplus x_1 x_2 x_3 x_4 \oplus x_2 x_3 x_4 = \\
 &= x_1 x_2 x_4 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_4 \oplus x_1 \oplus x_2 x_4 \oplus x_2 \oplus x_4 \oplus 1 \oplus x_1 x_3 x_4 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_4 \oplus x_1 \oplus \\
 &\oplus x_3 x_4 \oplus x_3 \oplus x_4 \oplus 1 \oplus x_1 x_3 x_4 \oplus x_1 x_4 \oplus x_1 x_2 x_4 \oplus x_1 x_4 \oplus x_1 x_2 x_3 x_4 \oplus x_2 x_3 x_4 = \\
 &= x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_4 \oplus x_1 x_3 \oplus x_3 x_4 \oplus x_2 x_3 x_4 \oplus x_1 x_2 x_3 x_4
 \end{aligned}$$