Le 26-9-2018

Ensembles:

→ Définition: Un ensemble est une collection d'objets
Chacun de ces objets est un élément
de l'ensemble.

* on note $a \in A$ si a est un élément de A
et $a \notin A$ sinon.

Ex: $A = \{a; e; i; o; u\}$ $a \in A$ et $b \notin A$.
éléments

• Ecriture d'un ensemble

* on a 2 cas:

1) Extension: • Ecrire les éléments entre {accolades}
en les séparants les uns des autres par
des points virgules

Ex: $A = \{1; 4; 7; 9\}$.

2) Compréhension: • Donnés une description de
l'ensemble.

Ex: $A = \{x / x$ est une lettre voyelle$\}$

* Ensembles particuliers

1) Ensemble vide : C'est un ensemble qui contient aucun éléments.

Noté : $\varnothing$ ou $\{\}$

Ex 1 : L'ensemble des élèves qui sont agés plus que 20 ans : $\varnothing$

Ex 2 : $A = \{x / x$ est un entier naturel et $-4 < x < -1\}$

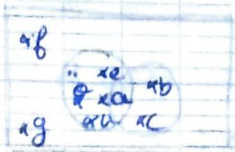
2) Singleton : C'est un ensemble qui contient un seul élément.

Ex : $A = \{\text{Hadi}\}$.

3) Paire : C'est un ensemble qui contient exactement deux éléments.

Ex : $A = \{x / x$ est une solution de l'équation $x^2 = 4\}$.

• Diagrame de venn:



• Ensembles des nombres:

1, Entier naturel: $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; \ldots\}$

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; \ldots\}$.

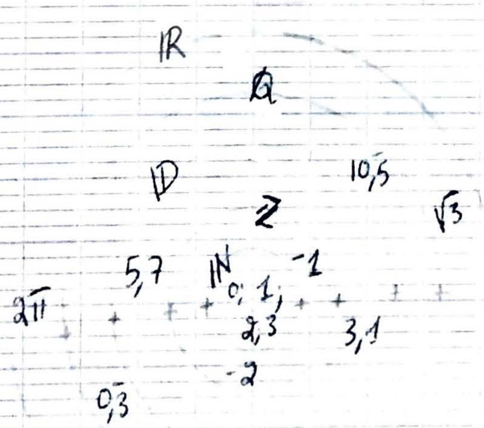
2, Nombre relatif: $\mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \ldots\}$.

$\mathbb{Z}^* = \{\ldots; -3; -2; -1; 1; 2; 3; \ldots\}$.

3, Nombre décimal: $\mathbb{D} = \{x / x = \frac{a}{10^n}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}\}$.

4, Nombre rationnelle: $\mathbb{Q} = \{x / x = \frac{a}{b}$ où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^*\}$.

5, Nombre réelle: touts les nombres rationnelles et irrationnelles. (√, π) $(\mathbb{R})$



* Partie d'un ensemble :

On dit que l'ensemble A est sous ensemble d'un ensemb. B, si touts les éléments de A appartient à B.

On note alors $A \subset / \subseteq B$ (A inclus dans B)

Ex : si $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$
$B = \{0; 2; 4\}$ $\Rightarrow B \subseteq A$ et $C \not\subset A$
$C = \{1; 3; 5; 6\}$

R-K * $\emptyset \subseteq A$ * $A \subseteq A$
* $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{D} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

* Opération sur les ensembles

1) Intersection des deux ensembles

L'intersection des deux ensembles A et B est un ensemble qui contient touts les éléments commun entre A $\boxed{\text{et}}$ B Noté $A \cap B$

Ex : $A = \{0; 1, 2; 3; 4, 5\}$
$B = \{2, 4, 6; 8\}$ $\Rightarrow$ Alors $A \cap B = \{2; 4\}$

* Propriétés
* $\emptyset \cap A = \emptyset$
* $A \cap A = A$
* $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$

2) Réunion des deux ensembles

La réunion des deux ensembles A et B est un ensemble qui contient tous les éléments de A $\boxed{\text{ou}}$ de B

Noté : $A \cup B$.

Ex : $A = \{0; 1; 2 \ ; 4; 5\}$

$B = \{2; 4; 6; 8\}$ $\Rightarrow$ alors $A \cup B$

$= \{0; 1; 2; 4; 5; 6; 8\}$

* Propriétés :
* $\emptyset \cup A = A$
* $A \cup A = A$
* $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$

3) Complémentaire d'un ensemble

Le complément d'un ensemble A dans E est un ensemble qui contient tous les éléments qui appartient à E et n'appartient pas à A. Notés C_A ou $\bar{A}$

Ex : Soit $E = \{0; 2; 4; 6; 8\}$

$A = \{2; 4\}$ est un sous ensemble de E

Trouver $\bar{A}$. $\bar{A} = \{0; 6; 8\}$

Propriétés

$\overline{\overline{A}} = A$

$\overline{\emptyset} = E$

$\overline{E} = \emptyset$

$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

$\overline{\bar{A} \cup B} = A \cap B$ ([illegible])

A si $card(A) = n$ alors
$card(P(A)) = 2^n$

Cardinale d'un ensemble

On appelle cardinale d'un ensemble A, le nombre des éléments qui appartient à A, notés $card(A)$.

Ex: si $A = \{a, b, c\}$ alors $card(A) = 3$.

Notés que: Si A et B sont 2 ensembles disjoints
alors $card(A \cup B) = card(A) + card(B)$
si non, alors $card(A \cup B) = card(A) + card(B) - card(A \cap B)$

Ensemble des partie d'un ensemble :

Activités: trouver tout les sous ensembles de $A = \{2; 4; 6\}$

$\emptyset$; $\{2\}$; $\{4\}$; $\{6\}$; $\{2; 4\}$; $\{2; 6\}$; $\{4; 6\}$; $\{2, 4, 6\}$

Définition: Ensemble des parties d'un ensemble A est un ensemble qui contient tout les sous ensembles de A, notés $P(A)$

Ex. Si $A = \{2; 4; 6\}$ alors $P(A) = \{\emptyset; \{2\}; \{4\}; \{6\}, \ldots\}$

Si $A = \{1\}$ alors $P(A) = \{\emptyset, \{1\}\}$ | Si $A = \{\} / \emptyset$ alors $P(A) = \{$

Si $A = \{a; b\}$ alors $P(A) = \{\emptyset; \{a\}; \{b\}; \{a; b\}\}$