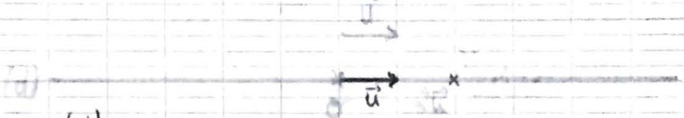
Le 11 - 2 - 2019.

Vecteurs coordonnés

Référence d'une droite :

(d) est une droite de vecteur directeur $\vec{u}$ ($\vec{u} \neq 0$), et soit O un point sur (d). Le couple $(O; \vec{u})$ est appelé le référence de (d) et O est l'origine.



R-K : Soit M un point sur (d)

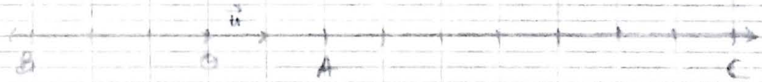
alors $\overrightarrow{OM} = K.\vec{u}$; alors $\overrightarrow{OM}(K)$

et parsuite $M(K)$

Exemple : Placer sur un axe de référence $(O; \vec{u})$

les points A, B et C t.q. $A(2)$; $\overrightarrow{OB}(-3)$

et $\overrightarrow{AC}(7)$



on a :

$\overrightarrow{AC} = 7\vec{u}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{u}$

$x_C - x_A = x_{7\vec{u}}$

$x_C = 7 + 2 = 9$.

Abscisse de milieu d'un segment :

Soit I milieu de [AB]

alors $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$.

Mesure algebrique d'un vecteur :

$\overrightarrow{AB} = \overline{AB} \cdot \vec{u}$ où $\overline{AB}$ est la mesure algebrique de $\overrightarrow{AB}$

Noté que: $\overline{AB}$ est un réel

et $\overline{AB} = x_B - x_A$

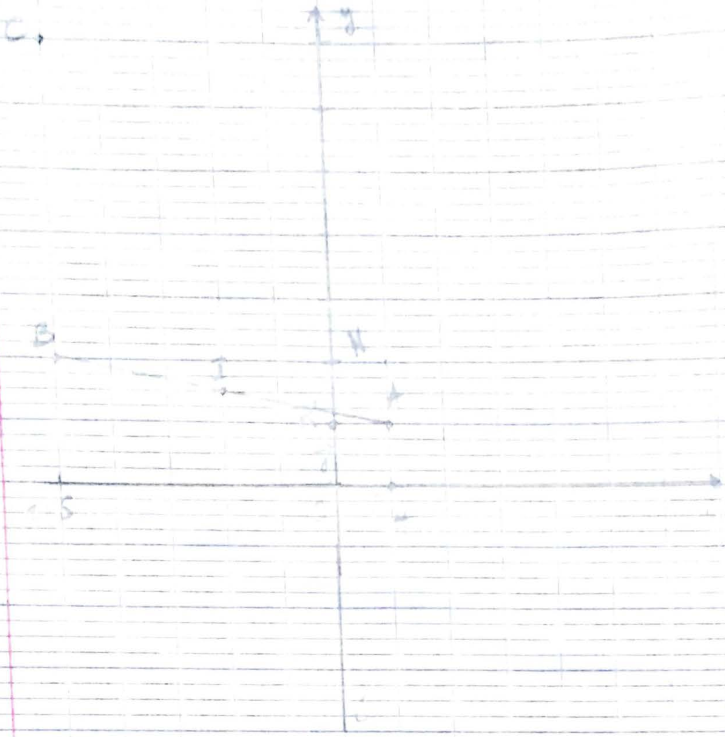
tandis que $AB = |x_B - x_A|$

R.K:

Si $\overrightarrow{AB} = K\overrightarrow{CD}$

alors $\overline{AB} = K\overline{CD}$

Activité :



1) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK} = \vec{i} + \vec{j}$

(on considère ... [illegible]) $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{ON} = -5\overrightarrow{OH} + 2\overrightarrow{OK} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$

2) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = -\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{i} + 2\vec{j} = -6\vec{i} + \vec{j}$

3) $\overrightarrow{AB}\,(-6\,;1)$. $\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = -6\vec{i} + \vec{j}$

4) I milieu de [AB]

a) $\overrightarrow{OI} = \underline{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}$

b) $= \dfrac{\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{i} + 2\vec{j}}{2} = \dfrac{(-5+1)\vec{i}}{2} + \dfrac{(1+2)\vec{j}}{2} = -2\vec{i} + \dfrac{3}{2}\vec{j}$

$I\left(2\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$

Définition :

L'ensemble $\{\vec{i} ; \vec{j}\}$ formés de 2 vecteurs non colinéaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$ est appelé base du plan. Un point O et une base $\{\vec{i} ; \vec{j}\}$ constituent un repère du plan noté $(O; \vec{i} ; \vec{j})$.

Propriétés :

Si le plan est rapporté à un repère $(O; \vec{i} ; \vec{j})$, à tout point M du plan correspond un couple unique $(x ; y)$ de réels tel que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

- Conséquence : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$.
- Démonstration : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

$$= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = -(x_A\vec{i} - x_A\vec{i}) + (x_B\vec{j} - x_A\vec{j})$$

$$= -x_A\vec{i} - y_A\vec{j} + x_B\vec{i} - x_B\vec{j}$$

$$= \vec{i}(x_B - x_A) + \vec{j}(y_B - y_A)$$

Propriétés : Soit $\vec{u}(x ; y)$ et $\vec{v}(x' ; y')$

1) $\vec{u} = \vec{v}$ alors $x = x'$ et $y = y'$.
2) $\vec{u} + \vec{v}\ (x + x' ; y + y')$
3) $\alpha\vec{u}\ (\alpha x ; \alpha y)$ où $\alpha \in \mathbb{R}$.

Ex 7 P. 163 :

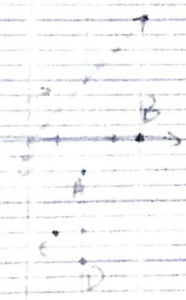
b) • $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{j}$ alors $A(3 ; -1)$

• $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + \vec{j}$: $x_B - x_A = 1 \rightarrow x_B = 4$

$y_B - y_A = 1 \rightarrow y_B = 0$

• $\overrightarrow{AC} = \vec{i} - 2\vec{j}$: $x_C - x_A = 1 \Rightarrow x_C = 4$

$y_C - y_A = 2 \Rightarrow y_C = -3$



$x_D = 6$
$y_D = 4$

Changement du repère par translation des axes

- Considère le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

  et soit $M(x,y)$ et $O'(x';y')$

  on remarque : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\overrightarrow{OO'} = x'\vec{i} + yy'$.

- Maintenant on considère un nouveau repère $(O';\vec{i};\vec{j})$

  Soit $M(X;Y)$

  alors $\overrightarrow{O'M} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OO'}$.

$$\begin{cases} X_M = x_M - x_{O'} \\ Y_M = y_M - y_{O'} \end{cases}$$

Centre de gravité d'un triangle ABC

Soit G le centre de gravité de ΔABC.

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0$$

$$3\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 0$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}}{3}$$

alors $x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}$

$y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}$

Milieu d'un segment :

Soit I milieu de $[AB]$

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right) = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$$

alors $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$