

Chapitre 5 :

17-11-2018

Valeur absolue

Def. On appelle valeur absolue d'un réel x , le nb réel positif, noté $|x|$ et défini par : $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Ex. $|-3| = +3$

$|5| = 5$

$|-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

$|1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$

Propriété : $|a-b| = \begin{cases} a-b & \text{si } a \geq b \\ b-a & \text{si } b \geq a \end{cases}$

$|a+b| = \begin{cases} a+b & \text{si } a+b \geq 0 \\ -(a+b) & \text{si } a+b < 0 \end{cases}$

$\sqrt{x^2} = |x|$

$|x| = |x|$

$|a-b| = |b-a|$

$|x^2| = x^2$

$|x^n| = |x|^n$

$||x| - |y|| \leq |x-y|$

$|x-y| = |x+(-y)|$

$\leq |x| + |-y|$

$\leq |x| + |y|$

$|a+b| \times |a+b| = |(a+b)|^2 = (a+b)^2$

$|x \cdot y| = |x| \times |y|$

$|\frac{x}{y}| = \frac{|x|}{|y|}$

$|x+y| \leq |x| + |y|$

Ex. 1 P. 89

1) $|-4,2 - 2,1| = |-6,3| = 6,3$

2) $|\frac{1}{3} - \frac{2}{3}| = |-\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}$

3) $|\frac{4\pi}{3} - \sqrt{17}| = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{17}$

4) $|\sqrt{2}-1| + |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1 + \sqrt{2}-1 = 2\sqrt{2}-2$

Def: Soit M et N deux points d'un axe l'abscisse respectives x_M et x_N . On appelle distance entre M et N le réel positif

$$MN = |x_N - x_M|$$

Ex: Soit M(-4) et N(3)

$$\begin{aligned} \text{alors } MN &= |x_N - x_M| = |3 - (-4)| \\ &= |3 - (-4)| = |-4 - 3| \\ &= |3 + 4| = |-7| \\ &= 7 \end{aligned}$$

(Résoudre)

Propriétés:

1) a) $|x| = a$ et $a \geq 0$ alors $x = a$ ou $x = -a$.

b) $|x| = a$ et $a < 0$ alors pas de solution.

c) $|x| = |y|$ alors $x = y$ ou $x = -y$.

2) a) $|x| < a$ et $a > 0$ alors $-a < x < a$.

b) $|x| < a$ et $a < 0$ alors pas de solution.

c) $|x| \leq 0$ alors $|x| = 0 \Rightarrow x = 0$.

3) a) $|x| \geq a$ et $a > 0$ alors $x \geq a$ ou $x \leq -a$.

b) $|x| \geq a$ et $a \leq 0$ alors $S = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} |x-1| &\leq 0 \\ 0 &\leq x-1 \leq 0 \\ x-1 &= 0 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Exercice 2

$$\begin{aligned} &\Rightarrow |a-4| \leq 0,1 \quad |b-3| \leq 0,3 \\ &-0,1 \leq a-4 \leq 0,1 \quad -0,3 \leq b-3 \leq 0,3 \\ &3,9 \leq a \leq 4,1 \quad 2,7 \leq b \leq 3,3 \\ &\quad \quad \quad -3,3 \leq -b \leq -2,7 \\ &\boxed{0,6 \leq a-b \leq 1,4} \quad \boxed{3,9 \leq a \leq 4,1} \\ &\quad \quad \quad 0,6 \leq 4-b \leq 1,4 \end{aligned}$$