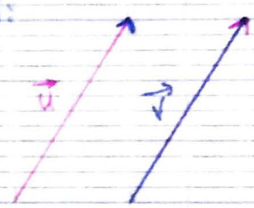
Chapitre 7 : Le 17-12-18

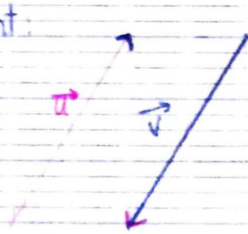
Vecteurs P.109

- Définit : Le vecteur $\vec{u}$ est un segment orienté caractérisé par :
  1, direction (vertical, horizontale, oblique)
  2, sens (vers le haut, vers le bas, à gauche, à droit, ..)
  3, module ou norme ou longueur notés : $\|\vec{u}\|$.

- Egalité des vecteurs.
  - Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont égaux s'ils ont :
    1, même direction
    2, même sens
    3, même module



- Vecteurs opposés :
  - Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont opposés s'ils ont :
    1, même direction
    2, sens opposés
    3, même module



- Rq : - Deux vecteurs sont de sens opposés s'ils ont :
  1, même direction
  2, sens opposés

* Addition des 2 vecteurs : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs

1) Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont 2 vecteurs de m̂ direction et m̂ sens.

$||\vec{v}|| = 2cm$ $\qquad ||\vec{u}|| = 4cm$

$||\vec{w}|| = ||\vec{u} + \vec{v}|| = ||\vec{u}|| + ||\vec{v}||$

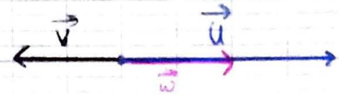
$= 4 + 2 = 6cm$

2) Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont 2 vecteurs de même direction mais sens opposés.

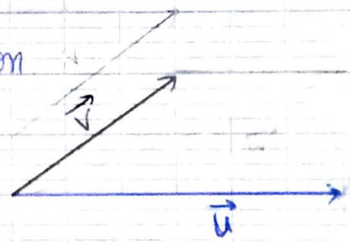
$||\vec{u}|| = 5cm$

$||\vec{v}|| = 3cm$

$||\vec{w}|| = ||\vec{u} + \vec{v}|| = 5 - 3 = 2cm$



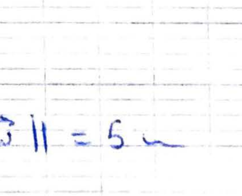
3) a) Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ n'ont pas même direction



b) Soit $||\vec{u}|| = 4cm$

$||\vec{v}|| = 3cm$

$||\vec{w}|| = ||\vec{u} + \vec{v}||$



Dans le Δ ABD

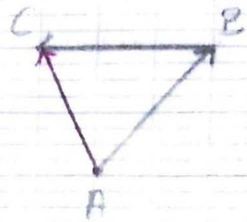
$AB^2 + BD^2 = AD^2 = ||\vec{w}||^2$

$4^2 + 3^2 = AD^2$

$AD = 5cm$ alors $||\vec{w}|| = 5cm$

Relation de Chasles:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



Rq: $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont opposés Ss: (si et seulement si) $\vec{u} = -\vec{v}$

Propriétés:

1) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ (commutative)

2) $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$ (associative)

3) $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$

4) $\vec{u} - \vec{u} = \vec{0}$

5) $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

6) $\|-\vec{u}\| = \|\vec{u}\|$

7) $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leqslant \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

8) $\|\vec{u} - \vec{v}\| \leqslant \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

Démonstration: $\|\vec{u} - \vec{v}\| = \|\vec{u} + (-\vec{v})\| \leqslant \|\vec{u}\| + \|-\vec{v}\|$

$\leqslant \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

9) $\alpha \in \mathbb{R}$: $\|\alpha \vec{u}\| = |\alpha| \times \|\vec{u}\|$

Ex 1. Soit $\|\vec{u}\| = 3$ u

trouver $\to \|-5\vec{u}\| = |-5| \times \|\vec{u}\| = 5 \times 3 = 15$ u

Ex 2. Soit $\vec{u} = -3\vec{v}$ et $\|\vec{v}\| = 3$ u

trouver $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|-3\vec{v} + \vec{v}\| = \|-2\vec{v}\| = |-2| \times \|\vec{v}\|$

$= 2 \times 3 = 6$ u

Définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et $K \in \mathbb{R}$

le vecteur $\vec{v} = K\vec{u}$ est défini comme suite :

1) sa direction est celle de $\vec{u}$
2) sa norme est $\|\vec{v}\| = |K| \cdot \|\vec{u}\|$
3) son sens est celui de $\vec{u}$ si $K > 0$

   et de sens contraire si $K < 0$.

Propriétés : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ 2 vecteurs ; a et $b \in \mathbb{R}$

1) $(a+b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$
2) $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$
3) $a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}$

Application : Soit A et B 2 points tel que $AB = 4u$

placer dans chaque cas le point C.

1) $\vec{AC} = 2\vec{AB}$

2) $\vec{AC} = -\vec{AB}$

3) $\vec{AC} = \boxed{\frac{3}{4}}\,\vec{AB}$

4) $\vec{BC} = \frac{3}{4}\vec{AB}$

5) $2\vec{AB} + 3\vec{AC} = 4\vec{BC}$

$\Rightarrow 2\vec{AB} + 3\vec{AB} + 3\vec{BC} = 4\vec{BC}$

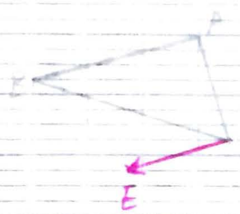
$5\vec{AB} = 4\vec{BC} - 3\vec{BC}$

$5\vec{AB} = \vec{BC}$

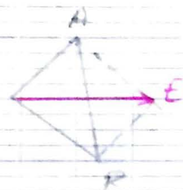
Application 2 Soit ABC un Δ ; placer E dans chaque cas :

1) $\vec{BE} = 2\vec{AC}$

2) $\vec{CE} = \frac{-2}{3}\vec{BA}$

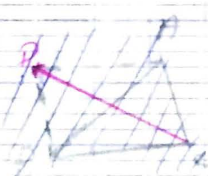


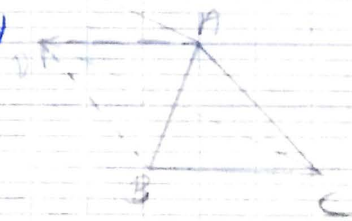
3) $\vec{CE} = \vec{CA} + \vec{CB}$



4) $\vec{AE} = \vec{CA} + \vec{CB}$

$= \vec{CD}$





5) $\vec{CE} = 2\vec{CA} + \frac{1}{3}\vec{CB}$