МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии

Решений сравнений с помощью теоремы Эйлера

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

студента 4 курса 431 группы

специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Серебрякова Алексея Владимировича

Научный руководитель

доцент, к. п. н. _____ А. С. Гераськин

подпись, дата

Саратов 2021

Описание алгоритма

Пусть $m>1$, $НОД(a,m)=1$. Тогда сравнение (4.2) имеет решение (4.3), где $u=a^{\varphi(m)-1}$.

Пример
Решить сравнение $7x \equiv 3 (\mathrm{mod} 10)$.
Решение
$НОД(7,10)=1$, $\varphi(10)=4$.
Значит: $x=3 \cdot 7^3 (\mathrm{mod} 10)=1029 (\mathrm{mod} 10)=9 (\mathrm{mod} 10)$. •

Отрицательным моментом этого метода является то, что необходимо возводить a в степень.

Код программы

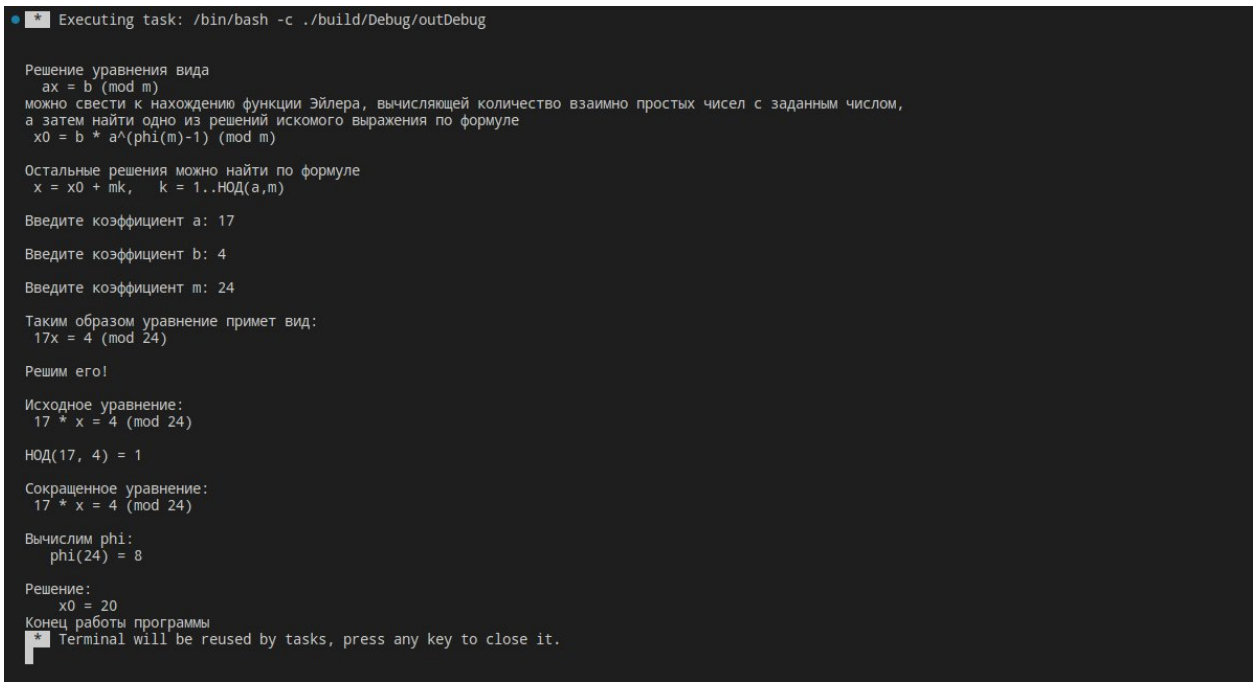
```
#include <bits/stdc++.h>
#include <iostream>

using namespace std;

int validated_input()
{
   int s = 0;
   while (!(cin >> s))
   {
      cin.clear();
      cin.ignore(numeric_limits<streamsize>::max(), '\n');
      printf("! Неверный ввод. Повторите ввод, начиная с первого неверного элемента.\n");
   }

   return s;
}

int phi(int n)
{
   int result = n;
   for (int i = 2; i * i <= n; ++i)
      if (n % i == 0)
      {
         while (n % i == 0)
            n /= i;
         result -= result / i;
      }
   if (n > 1)
      result -= result / n;
   return result;
}

int modexp(int x, int y, int N)
{
   if (y == 0)
      return 1;

   int z = modexp(x, y / 2, N);

   if (y % 2 == 0)
      return (z * z) % N;
```

```
    else
        return (x * z * z) % N;
}

int norm(int x, int m)
{

    while (x < 0)
        x += m;

    return x % m;
}

int gcd(int a, int b)
{
    return b ? gcd(b, a % b) : a;
}

void program(int a, int b, int m)
{
    printf("\nИсходное уравнение:\n %d * x = %d (mod %d)\n", a, b, m);

    a = norm(a, m);
    b = norm(b, m);

    int d = gcd(a, m);
    printf("\nНОД(%d, %d) = %d\n", a, b, d);

    if (b % d == 0)
    {
        a /= d;
        b /= d;
        m /= d;
    }

    printf("\nСокращенное уравнение:\n %d * x = %d (mod %d)\n", a, b, m);

    printf("\nВычислим phi:\n   phi(%d) = %d\n", m, phi(m));

    int first = norm(b * modexp(a, phi(m) - 1, m), m);
    printf("\nРешение:\n    x0 = %d", first);

    for (int i = 1; i < d; i++)
        printf("\n    x%d = %d", i, first + m * i);

    printf("\nКонец работы программы\n");
}

int main()
{
    setlocale(0, "");

    int a, b, m;

    printf("\nРешение уравнения вида\n  ax = b (mod m)\n");
    printf("можно свести к нахождению функции Эйлера, вычисляющей количество взаимно простых
чисел с заданным числом,");
```

```
    printf("\na затем найти одно из решений искомого выражения по формуле\n x0 = b * a^(phi(m)-1) (mod m)\n");
    printf("\nОстальные решения можно найти по формуле\n x = x0 + mk,   k = 1..НОД(a,m)\n");

    printf("\nВведите коэффициент a: ");
    a = validated_input();

    printf("\nВведите коэффициент b: ");
    b = validated_input();

    printf("\nВведите коэффициент m: ");
    m = validated_input();

    printf("\nТаким образом уравнение примет вид:\n %dx = %d (mod %d)\n", a, b, m);
    printf("\nРешим его!\n");

    program(a, b, m);

    return 0;
}
```

Пример запуска программы

```
 *  Executing task: /bin/bash -c ./build/Debug/outDebug


  Решение уравнения вида
    ax = b (mod m)
  можно свести к нахождению функции Эйлера, вычисляющей количество взаимно простых чисел с заданным числом,
  а затем найти одно из решений искомого выражения по формуле
   x0 = b * a^(phi(m)-1) (mod m)

  Остальные решения можно найти по формуле
   x = x0 + mk,   k = 1..НОД(a,m)

  Введите коэффициент a: 7

  Введите коэффициент b: 3

  Введите коэффициент m: 10

  Таким образом уравнение примет вид:
   7x = 3 (mod 10)

  Решим его!

  Исходное уравнение:
   7 * x = 3 (mod 10)

  НОД(7, 3) = 1

  Сокращенное уравнение:
   7 * x = 3 (mod 10)

  Вычислим phi:
     phi(10) = 4

  Решение:
      x0 = 9
  Конец работы программы
 *  Terminal will be reused by tasks, press any key to close it.
```


* Executing task: /bin/bash -c ./build/Debug/outDebug
Решение уравнения вида
ax = b (mod m)
можно свести к нахождению функции Эйлера, вычисляющей количество взаимно простых чисел с заданным числом,
а затем найти одно из решений искомого выражения по формуле
x0 = b * a^(phi(m)-1) (mod m)
Остальные решения можно найти по формуле
x = x0 + mk, k = 1..НОД(a,m)
Введите коэффициент a: 17
Введите коэффициент b: 4
Введите коэффициент m: 24
Таким образом уравнение примет вид:
17x = 4 (mod 24)
Решим его!
Исходное уравнение:
17 * x = 4 (mod 24)
НОД(17, 4) = 1
Сокращенное уравнение:
17 * x = 4 (mod 24)
Вычислим phi:
phi(24) = 8
Решение:
x0 = 20
Конец работы программы
* Terminal will be reused by tasks, press any key to close it.