

# Теория генераторов: отчет по практике

*Выполнил студент КНиИТ 431 группы*

*Серебряков Алексей Владимирович*

## ГЛАВА II

№ 37

Для доказательства утверждения, используем св-во неразличимости слов в авт. автом. Два слова  $a$  и  $b$  неразличимы автоматом  $A$ , если для  $\forall x$  слова  $x$ ,  $a$  и  $b$  приводят автомат в одно и то же состояние и имеют одинаковую реакцию на вх. слово  $x$ .

Дано:

1.  $V_2$  и  $W_2$  неразличимы авт.  $A$ .
2.  $V_1 V_2$  и  $W_1 W_2$  неразличимы авт.  $A$ .

Нужно показать, что:

1.  $V_1 W_2$  и  $W_1 W_2$  неразличимы авт.  $A$ .
2.  $W_1$  и  $V_1$  неразличимы авт.  $A$ .

Док-во:

① Для док-ва нераз.  $V_1 W_2$  и  $W_1 W_2$  используем св-во неразличимости (II) слов. Если  $V_1 V_2$  и  $W_1 W_2$  неразличимы,  $\Rightarrow \forall x$ , авт.  $A$  приводит  $V_1 V_2$  и  $W_1 W_2$  в одно и то же состояние с одинаковой реакцией. Поскольку неразличимы слова  $V_1$  и  $W_1$  так же будет вх. слово, можно сказать, что авт.  $A$  приводит  $V_1 W_2$  и  $W_1 W_2$  в одно и то же состояние с одинаковой реакцией на  $x$ . Т.О.  $V_1 W_2$  и  $W_1 W_2$  неразличимы авт.  $A$ .

② Для показа того, что  $W_1$  и  $V_1$  неразличимы авт. рассмотрим пример:

Пр: Пусть  $A$  - авт. у кот. вх. слово 01 он переводит из сст.  $S_1$  в сст.  $S_2$  с реакцией "а". Рассмотрим два вх. слова:  $V_1 = 0$ ,  $W_1 = 1$ . В данном случае авт.  $A$  на слово "0" перейдет в сст.  $S_1$  из сст.  $S_1$  с реакц.  $A$ .

, а на слово "1" перейдет из сост.  $S_2$  в себе же с реакцией "a". Т.О.  $V_1$  и  $W_2$  различны, поскольку приводит авт.  $A$  в разные состояния.

Т.О. показано, что если  $V_2$  и  $W_2$ ,  $W_1, W_2$  и  $V_1, V_2$  различны авт.  $A$ , то  $W_1, V_2$  и  $V_1, W_2$  также различны по  $W_1$  и  $V_1$  и обратн. различны.



# ГЛАВА III

№ 1.

Матричный способ технически не будет отличаться от стандартного решения динамической задачи. Можно использовать стандартный алгоритм, проводя операции замены значений строк, именов порядка строк.

	1	2	3	4	5
1	$\alpha_0$		$\beta_1$		
2	$\alpha_0$			$\beta_1$	
3	$\beta_1$		$\alpha_0$		
4		$\alpha_1$	$\beta_1$		
5		$\alpha_1$		$\beta_1$	

2	$\alpha$	$\beta$
1	0	1
2	0	1
3	0	1
4	1	1
5	1	1

Спр. двумерные массивы  
 $T.e. z[1][1] = 0$   
 $z[3][1] = 1$

3	$\alpha$	$\beta$
1	1	4
2	1	5
3	5	1
4	3	4
5	2	5

Обращение  
 по индексам  
 строки P:

i	$\beta$	$\alpha$	$\alpha$	$\beta$	$\beta$
1	1	1	4		
2	1	1	5		
3	1	5	1		
4	3	4			
5	2	5			

т.е.  $\alpha_{group} = P[\alpha][group]$   
 $\beta_{group} = P[\beta][group]$

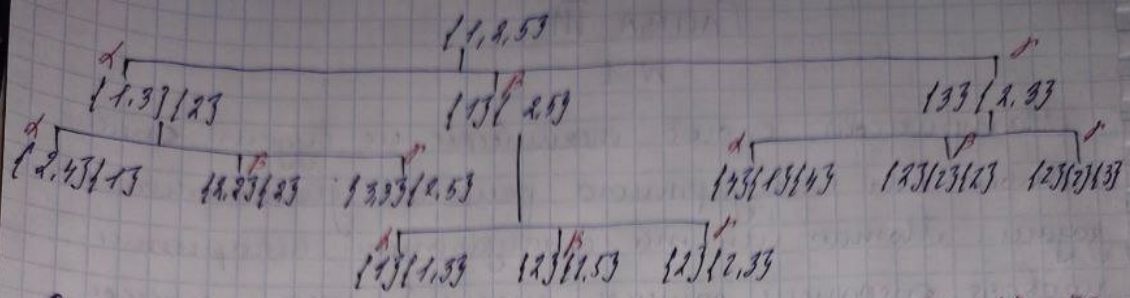
После построения  $P_i$  таблиц аналогично стандартному решению. Нужно искать различия в концах как  $(\alpha_i; \beta_i)$  и переходить в  $P_{i-1}$ , используя полученные  $\alpha$  и  $\beta$ .

№ 2.

$\{1, 1, 3, 4, 5\}$   
 $\{1, 2, 4\}, \{1, 1, 3\}$      $\{1, 1, 3\}, \{2, 5, 5\}$   
 $\{1, 1, 5\}, \{2, 2, 4\}$      $\{2, 5\}, \{2, 2\}$      $\{2, 4\}, \{3, 3, 3\}$      $\{4, 4\}, \{1, 1\}$      $\{4, 3\}, \{2, 2\}, \{2, 5\}$      $\{1, 3\}, \{3, 4\}$   
 $\{1, 1, 3\}, \{1, 3, 3\}$      $\{1, 2, 3\}, \{2, 5, 5\}$      $\{2, 2\}, \{2, 3, 3\}$

Ответ: Макс. количество {13}. Диаметр: 13, 13, 13





Ответ: Нар. состояние  $\{1, 2, 4, 5\}$ . Диаметр пути:  $\alpha, \beta, \gamma$

N 52.

Условие отсутствия синхр. пометки в терминах графа достижимости можно описать так:

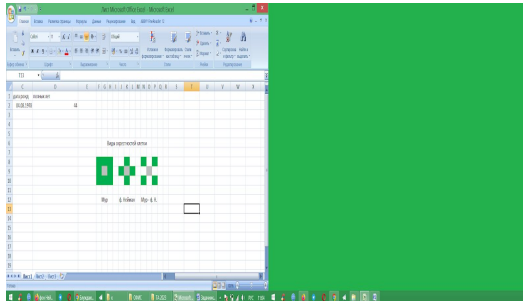
- В орграфе достижимости состояний  $G'$  отсутствует синхр. пом-ть, если для  $\forall$  пар  $S_1$  и  $S_2$  графа  $G'$ ,  $\nexists$  пути от  $S_1$  до  $S_2$ , такого, что все дуги на этом пути имеют одинаковые метки (реакции).
- Иными словами, если для  $\forall S_1, S_2 \nexists$  пометки состояний, такой, что для каждой пары последовательных состояний в этой последовательности реакции совпадают, то отсутств. синхр. пометки в автомате.
- Это условие означает, что невозможно найти пометку состояний, кот. приведёт все состояние автомата к 1 и пометке пометке состоянию с одинаковыми реакциями, при условии, что в графе достижимости состояний  $\nexists$  пути, где все дуги имеют одинаковые метки (реакции).

# ГЛАВА 7

Условие задания:

Номер в списке =  $12_{10} = 0110_2$

1.  $12 \bmod 3 = 0 \Rightarrow$  Объединение клетки с окрестностью Мура (8 соседей)



2. Правило перехода:  $x_2 = 1 \Rightarrow$  клетка приобретает цвет, который имело четное количество клеток из ее окрестности.
3.  $x_3 x_4 = 10 \Rightarrow$  Требуется найти начальное состояние (или доказать его невозможность), при котором черные клетки в какой-то момент исчезнут, но потом появятся

## Доказательство

Для доказательства, что в данном автомате невозможна ситуация, когда все черные клетки исчезнут и затем появятся, можно использовать принцип инвариантности.

Пусть  $S$  будет множеством всех черных клеток в начальный момент времени  $t=0$ .

Докажем, что  $S$  остается инвариантом при применении правила перехода автомата.

По определению правила перехода, клетка становится черной в момент времени  $t+1$ , если количество черных соседей в момент времени  $t$  является четным числом. И наоборот, клетка становится белой в момент времени  $t+1$ , если количество черных соседей в момент времени  $t$  является нечетным числом.

Предположим, что все черные клетки исчезли в момент времени  $t=k$ , но затем появились в момент времени  $t=k+1$ . Это означает, что в момент времени  $t=k$  все клетки в множестве  $S$  были белыми, и все соседи клеток из  $S$  также были белыми. Однако, чтобы клетка из  $S$  стала черной в момент времени  $t=k+1$ , необходимо, чтобы количество черных соседей в момент времени  $t=k$  было нечетным числом. Это противоречит предположению, что все клетки в множестве  $S$  и их соседи были белыми в момент времени  $t=k$ .

Таким образом, мы пришли к противоречию, и можно заключить, что в данном автомате невозможна ситуация, когда все черные клетки исчезнут и затем появятся.

В качестве примеров приведу записи с работой программы:

1. 9x9\_sleep(1).mp4 – поле размером 9 на 9 клеток, начальная клетка (черная) в центре, изображение обновляется каждую 1 секунду
2. 40x40\_no\_sleep.mp4 – поле размером 40 на 40 клеток, начальная клетка (черная) в центре, изображение обновляется по мере вычисления поля
3. 40x40\_no\_sleep.mp4 – поле размером 40 на 40 клеток, начальная клетка (черная) в центре, изображение обновляется каждую 0.05 долю секунды

4. 180x180\_no\_sleep.mp4 – поле размером 180 на 180 клеток, начальная клетка (черная) в центре, изображение обновляется по мере вычисления поля

# Дополнительное задание

Re: Задачи на автомат



А.С. Богомолов alexbogomolov@yandex.ru 23 мая в 13:56  
Я >

Добрый день!

По практике надо решать задачи из разделов 3 и 7 (они у вас вообще не представлены, либо я что-то пропустил из писем). По теории: нужна небольшая утилита для поиска контуров в орграфе, дуги которого помечены "+" и "-".

Граф с вершинами 1, 2, ..., N задается таблицей из N строк. В строке i на j-ом месте стоит пометка входящей дуги из вершины j в вершину i, плюс или минус, или 0, если нет входящей дуги из j в i.

Формат входа - txt (значения разделены пробелами).

Программа выдает все контуры, где дуги только с плюсом, все контуры с минусом, и все знакопеременные контуры с количеством вершин от 2 и дальше. Контур представляется как послед-ть вершин.

Формат выхода - txt с перечислением контуров по одному на строчку: сначала положительные, потом отрицательные, потом знакопеременные (значения разделены пробелами).

--

А.С. Богомолов, д.т.н.,  
зав. лаб. системных проблем управления, г.н.с. ФИЦ СНЦ РАН,  
проф. каф. МК и КН КНИТ СГУ

Основная программа `get_cycles.py` представляет собой код на python, которую можно запустить с помощью команды **`python3 get_cycles.py`**. Перед запуском программы необходимо проверить, имеются ли все необходимые зависимости. Кроме того в начале программы необходимо указать имя файла с матрицей графа и имя файла для записи контуров.

```
get_cycles.py U x graph_generator.py U 7.py U
get_cycles.py > main
1
2 import graph_generator
3 import graph_demo
4
5 filename = 'graph.txt'
6 output_filename = 'cycles.txt'
7
```

Зависимости программы:

1. Библиотека `networkx` (можно установить с помощью `pip install networkx`)
2. Библиотека `matplotlib` (можно установить с помощью `pip install matplotlib`)
3. Модуль `random` (встроенный)
4. Программа `graph_generator.py`

Данная программа необходима для тестирования. Она генерирует случайный орграф с количеством вершин, равным `n`. Параметр `n` задается вручную (не рекомендуется ставить `n > 10` из-за глубины вычислений).

```
129 def main():
130     # генерация случайного графа
131     graph_generator.gen(filename, 4)
132
```

При необходимости проверить конкретный граф, нужно закомментировать строку 131 и ввести матрицу графа вручную в файл с матрицей графа (в стандарте `graph.txt`).



```

129 def main():
130     # генерация случайного графа
131     # graph_generator.gen(filename, 4)
132

```

## 5. Программа graph\_demo.py

Данная программа необходима для тестирования. Она генерирует изображение проверяемого графа. При необходимости можно отключить отображение, закомментировав строку 137:

```

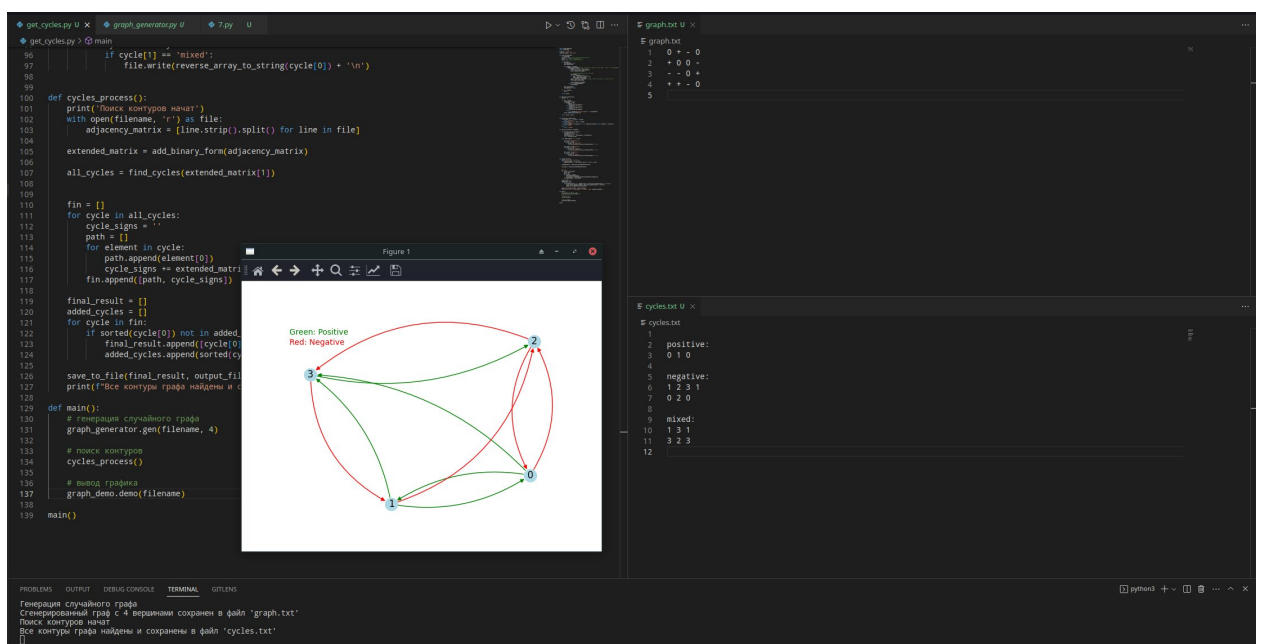
135
136     # вывод графика
137     # graph_demo.demo(filename)
138
139 main()

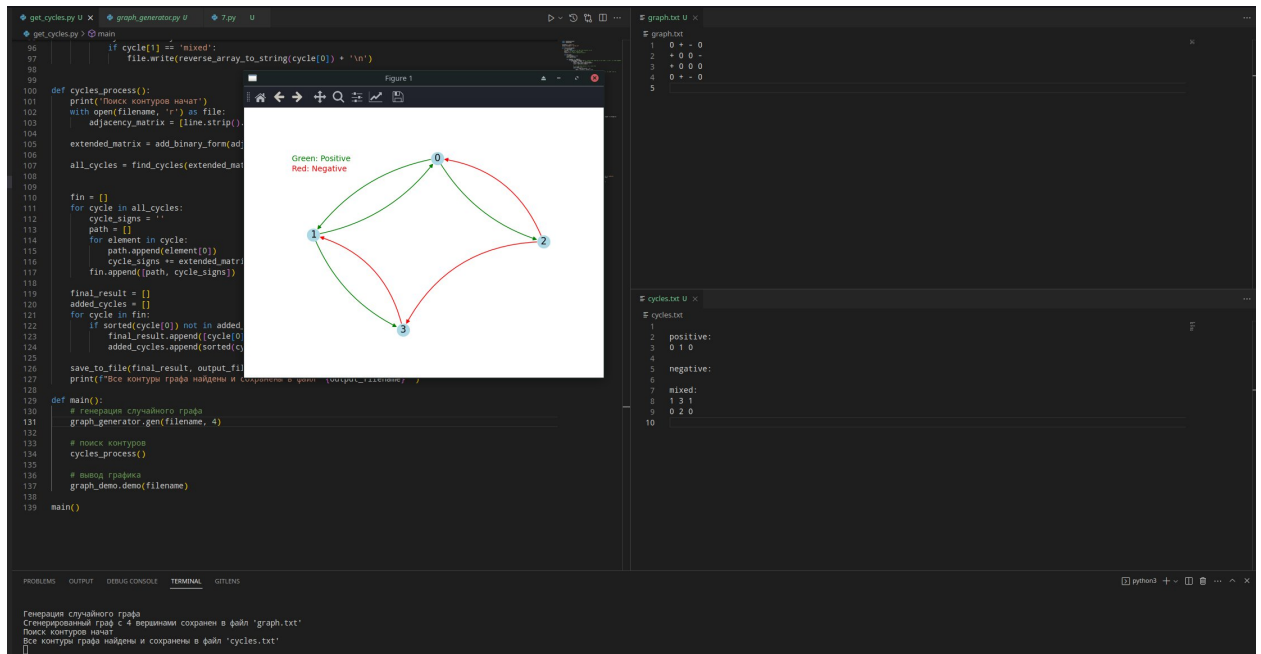
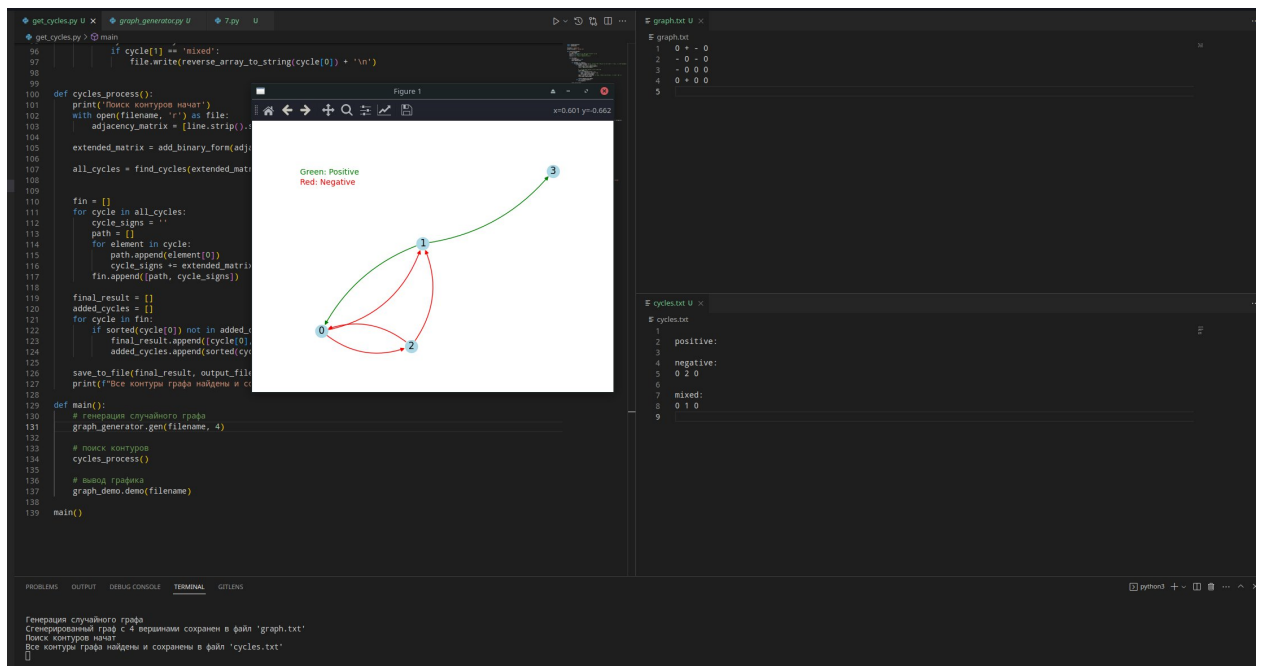
```

Тестирование программы:

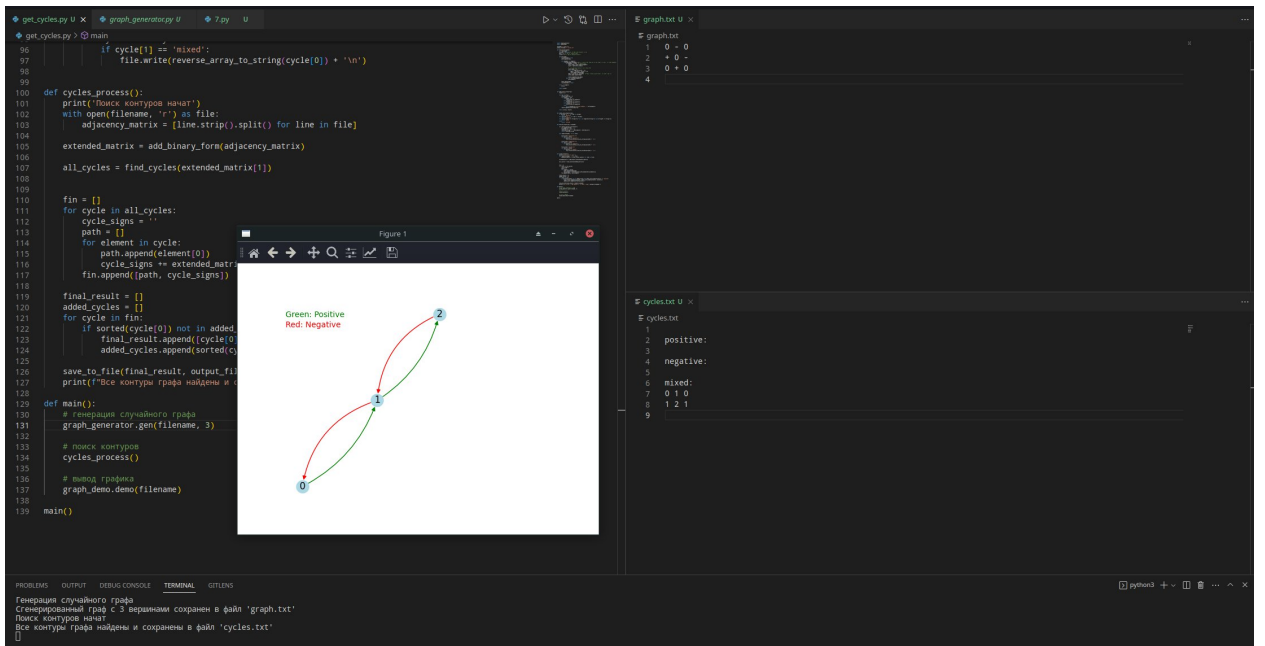
Для тестирования будут использованы все модули и программы, указанные выше. Программа генерирует случайный орграф, заносит его матрицу в файл graph.txt, вычисляет его контуры (+, - и смешанные) и строит изображение графа для наглядности.

$N = 4$

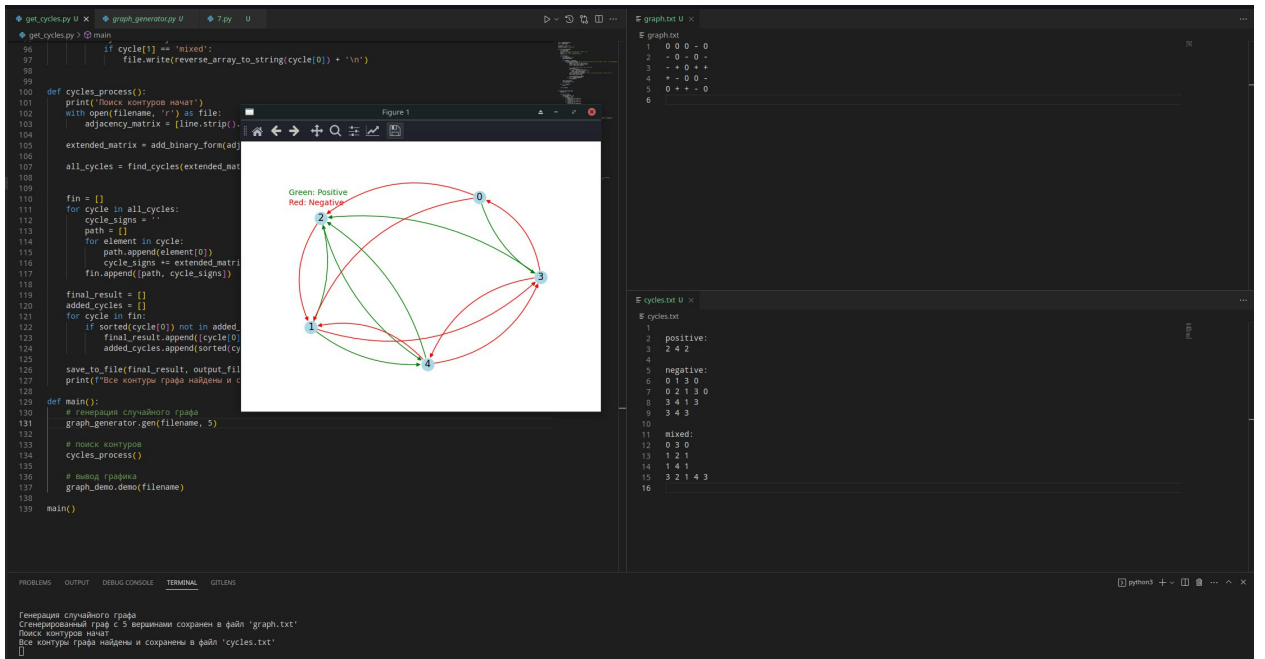




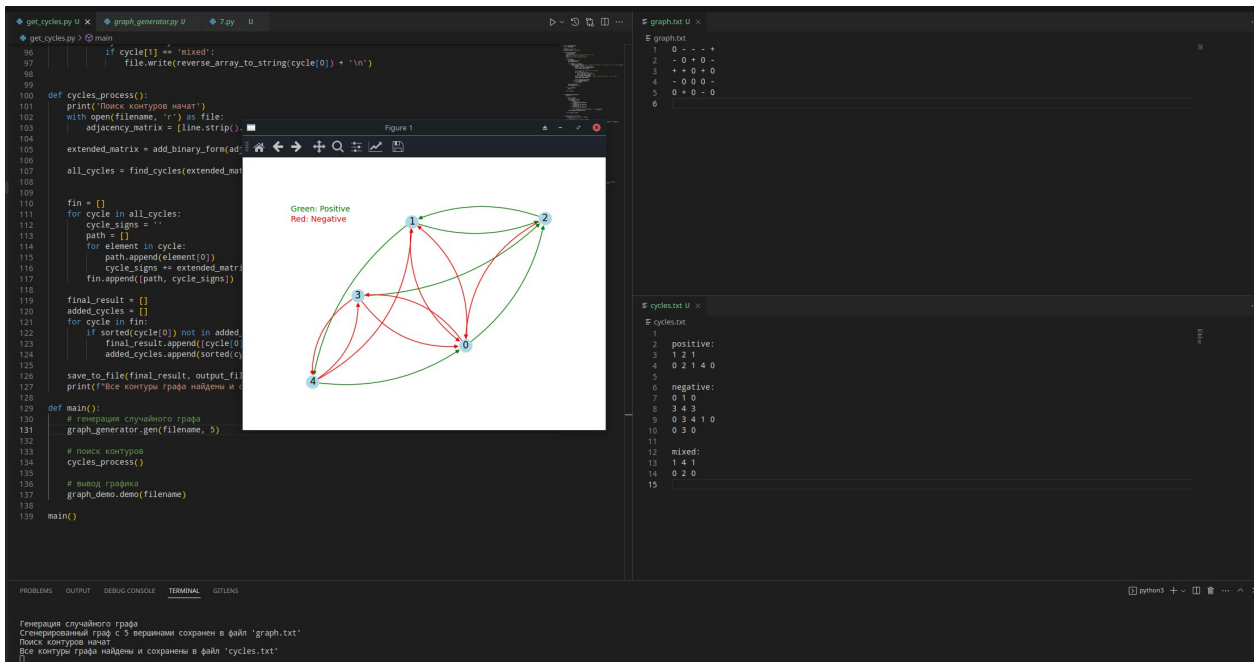
N = 3



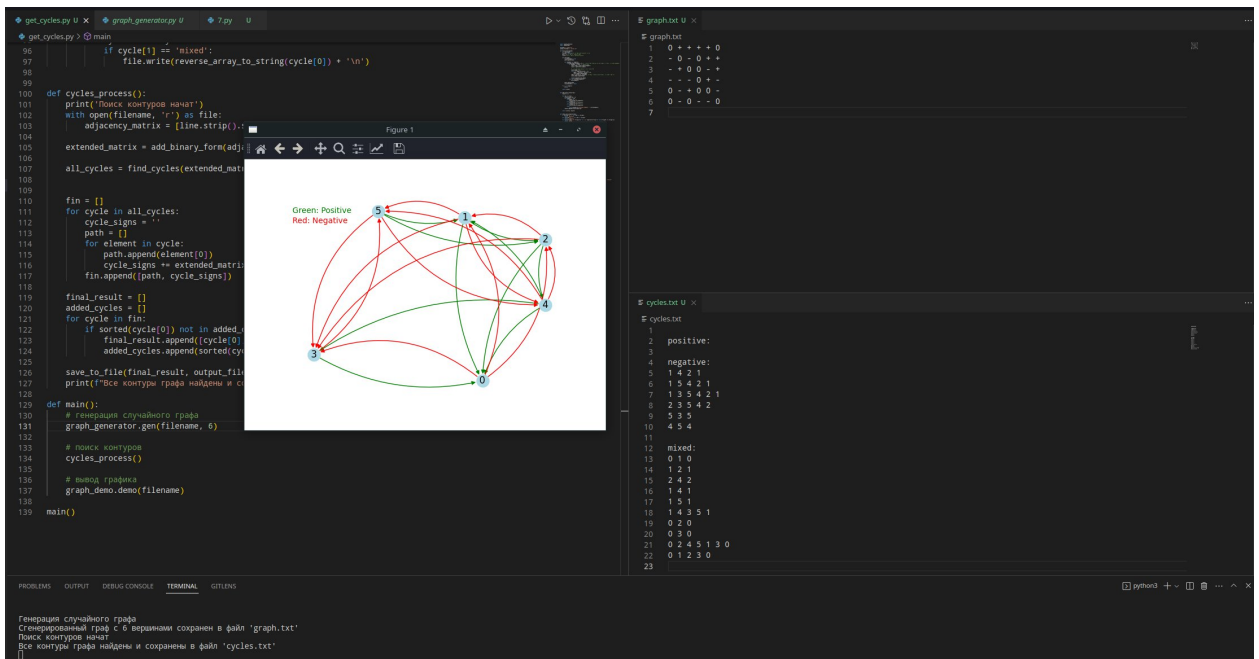
N = 5

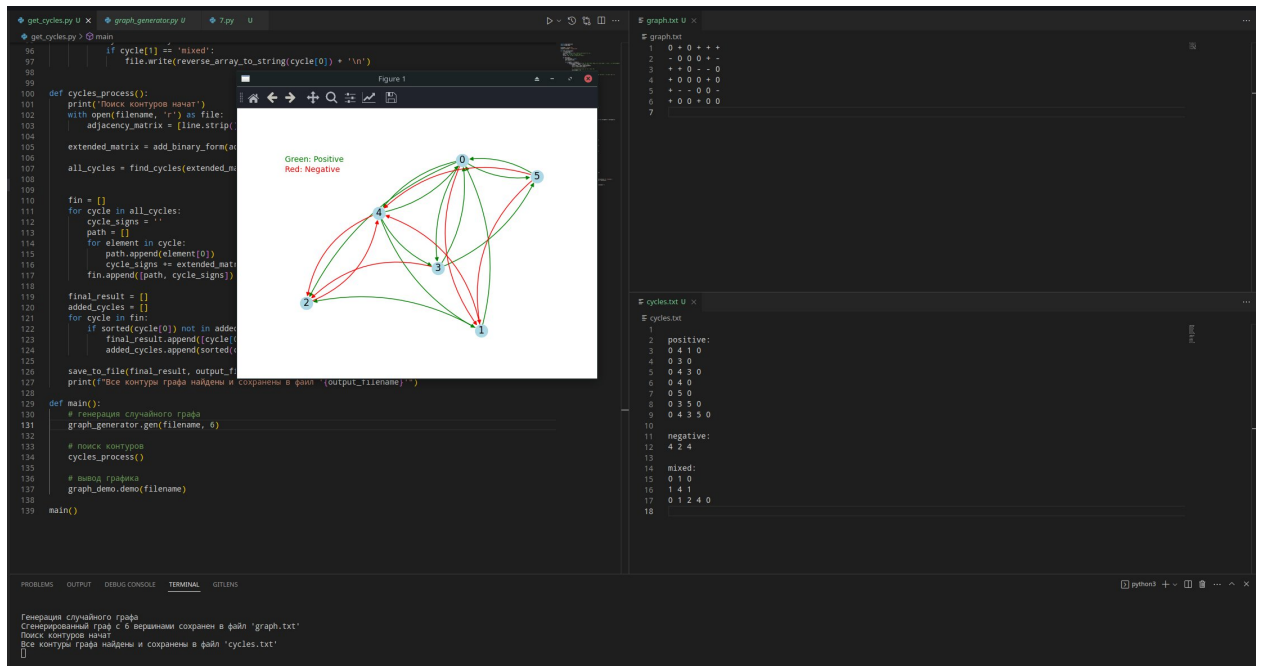






N = 6





N = 10

