

Теория генераторов: отчет по практике

Выполнил студент КНиИТ 431 группы

Серебряков Алексей Владимирович

Задание: 4.17

Дано:

На линейный двоичный автомат M с памятью μ подается входная последовательность периода p_0 . Покажите, что выходная реакция станет периодической после конечного числа символов и что ее период не будет превышать $p_0(2\mu - 1)$.

Решение:

Для доказательства периодичности выходной реакции линейного двоичного автомата M с памятью μ на входной последовательности периода p_0 , мы можем рассмотреть его состояние после конечного числа символов и показать, что оно начинает повторяться.

Пусть автомат M имеет состояние S , которое представляет собой комбинацию всех μ битов памяти. Рассмотрим последовательность состояний автомата S_0, S_1, S_2, \dots , где S_0 - начальное состояние (состояние покоя), а каждое следующее состояние S_n получается из предыдущего состояния S_{n-1} путем применения входного символа и функции перехода автомата.

Поскольку входная последовательность имеет период p_0 , то после конечного числа символов, скажем, N , состояние автомата S_n начнет повторяться, т.е., $S_n = S_{n+N}$. Это происходит потому, что при повторении входной последовательности на автомате будут повторяться одни и те же входные символы, что приведет к повторению функции перехода и, следовательно, состояний.

Теперь рассмотрим выходную реакцию автомата M на этой последовательности состояний. Поскольку функция выхода автомата зависит только от его текущего состояния, выходная реакция также будет повторяться, т.е., выходная реакция $M_n = M_{n+N}$.

Теперь мы покажем, что период повторения выходной реакции M_n не будет превышать $p_0(2\mu - 1)$. Рассмотрим два состояния автомата, S_n и S_{n+N} , которые повторяются. Поскольку состояние автомата S_n определяется μ битами памяти, существует всего 2μ возможных состояний автомата. Таким образом, при повторении состояний автомата S_n и S_{n+N} , найдется такое значение k ($k \leq 2\mu$), что $S_n = S_{n+kN}$.

Также известно, что периодичность состояний автомата M не будет превышать 2μ , т.е., $S_n = S_{n+2\mu}$. Таким образом, $S_n = S_{n+kN} = S_{n+2\mu}$.

Теперь рассмотрим выходную реакцию M_n и M_{n+N} , соответствующую состояниям S_n и S_{n+N} . Поскольку выходная реакция зависит только от состояния автомата, выходная реакция M_n и M_{n+N} также будут совпадать: $M_n = M_{n+N}$.

Таким образом, период повторения выходной реакции M_n не будет превышать kN , где $k \leq 2\mu$. Учитывая, что период входной последовательности p_0 , мы получаем, что период выходной реакции не будет превышать $p_0(2\mu-1)$, что и требовалось доказать.

