Лабораторная работа №1. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

1. Число , все цифры которого верны в строгом смысле, округлите до трех значащих цифр. Для полученного числа найдите предельную абсолютную и предельную относительную погрешности. В записи числа укажите количество верных цифр (в узком и широком смысле).

Пусть

Округлим данное число до трех значащих цифр, получим число:

Вычислим абсолютную погрешность:

Определим границы абсолютной погрешности (предельную погрешность), округляя с избытком до одной значащей цифры:

Предельная относительная погрешность составляет:

Укажем количество верных цифр в узком и широком смысле в записи числа

Так как , следовательно, в узком смысле верными являются все цифры числа

Так как , следовательно, в широком смысле верными являются все цифры числа

2) Вычислите с помощью микрокалькулятора значение величины , при заданных значениях параметров , и , используя «ручные» расчетные таблицы для пошаговой регистрации результатов вычислений, тремя способами:

1. по правилам подсчета цифр;
2. по методу строгого учета границ абсолютных погрешностей;
3. по способу границ.

Сравните полученные результаты между собой, прокомментируйте различие методов вычислений и смысл полученных числовых значений.

2.1) **«Правила подсчета цифр»**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Прокомментируем ход вычислений.

Рассмотрим :Воспользуемся правилом, что при определении количества верных цифр в значениях элементарных функций от приближенных значений аргумента следует грубо оценить значение модуля производной функции. Оценка величины производной в этой точке: . Так как значение производной не превосходит единицы, то в значении функции можно считать верными столько знаков после запятой, сколько их имеет значение аргумента. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

Рассмотрим : **.** Воспользуемся правилом, что при сложении и вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в приближенном данном с наименьшим количеством десятичных знаков. Число содержит три десятичных знака, число – два десятичных знака, т. е. в полученном значении следует сохранить два десятичных знака. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

Рассмотрим :. Воспользуемся правилом, что при умножении и делении в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное данное с наименьшим числом значащих цифр. Число содержит четыре значащих цифры, т. е. в полученном значении следует сохранить четыре значащие цифры. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

Рассмотрим : **.** Воспользуемся правилом, что при сложении и вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в приближенном данном с наименьшим количеством десятичных знаков. Число содержит три десятичных знака, число – четыре десятичных знака, т. е. в полученном значении следует сохранить два десятичных знака. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

Рассмотрим :: **.**  Воспользуемся правилом, что при умножении и делении в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное данное с наименьшим числом значащих цифр. Число содержит две значащих цифры, число – два десятичных знака, т. е. в полученном значении следует сохранить две значащие цифры. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

2.2) **«Метод строгого учета границ абсолютных погрешностей»**

Проделаем пошаговые вычисления по методу строгого учета границ предельных абсолютных погрешностей в предположении, что исходные данные *а*, *b* и *с* имеют предельные абсолютные погрешности , , (т. е. у *,* и все цифры верны в узком смысле).

Промежуточные результаты вносятся в таблицу после округления до одной запасной цифры (с учетом вычисленной параллельно величины погрешности); значения погрешностей для удобства округляются (с возрастанием) до двух значащих цифр.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Прокомментируем ход вычислений.

Рассмотрим **:**  . Подсчитаем предельную абсолютную погрешность:

.

Судя по ее величине, в полученном значении в узком смысле верны два знака после запятой. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

Рассмотрим **:** . Подсчитаем предельную абсолютную погрешность:

.

Судя по ее величине, в полученном значении в узком смысле верны два знака после запятой. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

Рассмотрим **:** . Подсчитаем предельную абсолютную погрешность:

Судя по ее величине, в полученном значении в узком смысле верны четыре знака после запятой. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

Рассмотрим **:** .Подсчитаем предельную абсолютную погрешность:

Судя по ее величине, в полученном значении в узком смысле верны три знака после запятой. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

Рассмотрим :: . Подсчитаем предельную абсолютную погрешность:

Судя по ее величине, в полученном значении в узком смысле верны три знака после запятой. Округляя с двумя запасными цифрами, получаем (запасные цифры выделены) и заносим результаты в таблицу.

2.3) **«Способ границ»**

Нижняя и верхняя границы значений , и определены из условия, что в исходных данных , и все цифры верны в узком смысле ( , , ), т. е.

При выполнении промежуточных вычислений и округлении результатов будем использовать все рекомендации правил подсчета цифр с одним важным дополнением: округление нижних границ ведется по недостатку, а верхних – по избытку. Окончательные результаты округляются по этому же правилу до последней верной цифры.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | НГ | ВГ |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Прокомментируем ход вычислений.

Рассмотрим :

Рассмотрим :

Рассмотрим :

Рассмотрим :

Рассмотрим :

Таким образом, результат вычислений значения Z по методу границ имеет вид

2.4) Вычисляя значение величины тремя разными способами, получили следующие результаты: