

Block LU: $M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ CA^{-1} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & S \end{bmatrix} \quad S = D - CA^{-1}B$

5a

$$A = \begin{pmatrix} R & v \\ u^T & 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ u^T R^{-1} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & v \\ 0 & u^T R^{-1} v \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = (LU)^{-1} = U^{-1}L^{-1}$$

5b

$$\exists U^{-1} \Leftrightarrow \det(U) \neq 0$$

Da $\det(U)$ Summe von Produkten ist, die jeweils $u_{n+1,i}$ beinhalten für ein i , muss mindestens eines $\neq 0$ sein, denn $\forall u_{n+1,i}: 1 \leq i \leq n: u_{n+1,i} = 0$, also muss $u_{n+1,n+1} = u^T R^{-1} v \neq 0$ sein.