

# 解集合プログラミングを用いた 配電網問題の解法

山田 健太郎

番原研究室

研究紹介 2021  
2021 年 4 月 23 日

## 求解困難な組合せ最適化問題の一種

- **配電網**とは、変電所と、一般家庭や工場を繋ぐ電力供給経路のネットワークである。
- 配電網の構成技術はスマートグリッドや、災害時の障害箇所の迂回構成などを支える重要な基盤技術として期待されている。
- **配電網問題**とは、
  - **トポロジ制約**と**電気制約**を満たしつつ、
  - 損失電力を最小にするスイッチの開閉状態を求めることが目的。
- これまで、メタヒューリスティクス等の解法が提案されている。
- 厳密解法としては、フロンティア法を用いた解法が提案されており
  - 実用規模の配電網問題 (**スイッチ数 468 個**) の最適解を求めることに成功 [井上ほか '12]。

- **ASP の言語**は一階論理に基づく知識表現言語の一種である。
- **ASP システム**は論理プログラムから安定モデル意味論 [Gelfond and Lifschitz '88] に基づく解集合を計算するシステムである。
- 近年, SAT ソルバーの実装技術を応用した高速 ASP システムが実現され, システム検証, プランニング, システム生物学など様々な分野への応用が拡大している。

## 配電網問題に対して ASP 技術を用いる利点

- ASP 言語の高い表現力を生かし, 各種制約を**簡潔に記述可能**
- マルチショット ASP 解法により, ある配電網構成 (スタート状態) から他の配電網構成 (ゴール状態) へのスイッチの切替手順を求める**遷移問題への拡張が容易**
- 背景理論つき ASP により, 様々な**背景理論ソルバーと連携可能**

## 目的

- ASP 技術を活用して、大規模な配電網問題を効率良く解くシステムを構築する.
- 実用規模のベンチマーク問題を使ってシステムを評価し、ASP の特長を活かした配電網の構成技術の利点・実用性を明らかにする.

## 研究内容

### ① 配電網問題の ASP 符号化

- トポロジ制約に対応する根付き全域森問題の ASP 符号化.
- 根付き全域森問題を解く基本符号化と改良符号化を考案.
- 実用規模のベンチマーク問題を用いて、改良符号化の優位性を確認.

### ② 配電網問題の解の遷移問題への拡張

- 配電網における障害時のスイッチの切替手順を求める問題に応用.
- シングルショット符号化とマルチショット符号化の 2 種類の ASP 符号化を考案.

### ③ 電気制約の効率的な実装

トポロジ制約のみの配電網問題は、グラフと根と呼ばれる特別なノードから、**根付き全域森**を求める部分グラフ探索問題に帰着できる。

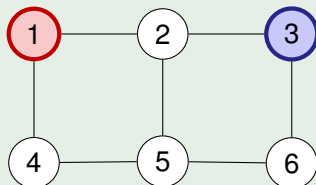
## 根付き全域森 (Spanning Rooted Forest) [川原・湊 '12]

グラフ  $G = (V, E)$  と、**根**と呼ばれる  $V$  上のノードが与えられたとき、 $G$  上の根付き全域森とは、以下の条件を満たす  $G$  の部分グラフ  $G' = (V, E')$ ,  $E' \subseteq E$  である。

- ①  $G'$  はサイクルを持たない。 (**非閉路制約**)
- ②  $G'$  の各連結成分は、ちょうど1つの根を含む。 (**根付き連結制約**)

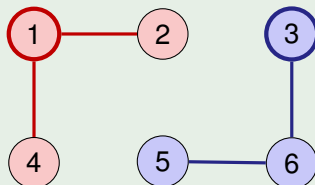
# 根付き全域森問題の例

入力例



⇒

解の例



## ● 配電網とグラフの対応

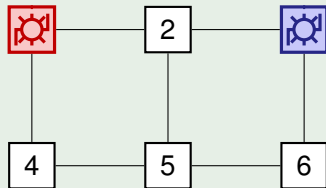
配電網	家庭	スイッチ	変電所
グラフ	ノード	辺	根

## ● 配電網問題のトポロジ制約

- 停電 (変電所と結ばれない家庭)
- 短絡 (供給経路上のループ, 複数の変電所と結ばれる家庭)

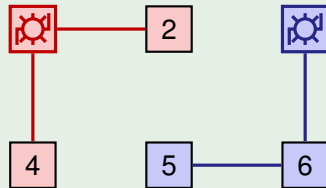
# 根付き全域森問題の例

入力例 (配電網)



⇒

解の例 (配電網)



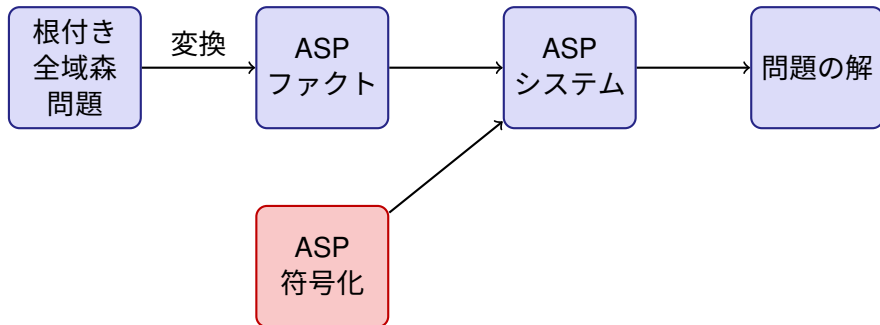
## ● 配電網とグラフの対応

配電網	家庭	スイッチ	変電所
グラフ	ノード	辺	根

## ● 配電網問題のトポロジ制約

- 停電 (変電所と結ばれない家庭)
- 短絡 (供給経路上のループ, 複数の変電所と結ばれる家庭)

# ASP を用いた根付き全域森問題の解法



- ① 与えられた問題インスタンスを ASP のファクト形式に変換する。
- ② 変換した問題と、根付き全域森問題を解く ASP 符号化を結合し，ASP システムを用いて解を求める。



# 提案する ASP 符号化

- 根付き全域森問題に対する, 2 種類の ASP 符号化を考案した.
- グラフのノード数を  $|V|$ , 根ノードの数を  $|R|$  とする.

符号化	根付き連結制約の表現方法	基礎化後の ルール数
基本 符号化	at-least-one 制約と at-most-one 制約を用いて表現	$ V (1 + \binom{ R }{2})$
改良 符号化	ASP の個数制約を用いて表現	$ V $

- 改良符号化は, 基本符号化よりも基礎化後のルール数が少なくなるため, 大規模な問題への有効性が期待できる.

提案手法の有効性を評価するために、以下の実験を行った。

- **比較する ASP 符号化:**

- 基本符号化
- 改良符号化

- **ベンチマーク問題:** 全 85 問

- DNET<sup>†</sup> で公開されている配電網問題 3 問  
(トポロジ制約のみ, スイッチ数: 16 個, 36 個, **468 個**)
- *Graph Coloring and its Generalizations*<sup>‡</sup> で公開されている  
グラフ彩色問題をベースに, 独自に生成した 82 問<sup>§</sup>  
(**20 ≤ 辺数 ≤ 49,629**)

- **ASP システム:** *clingo-5.4.0* + *trendy*

- **制限時間:** 3600 秒/問

- **実験環境:** Mac mini, 3.2GHz Intel Core i7, 64GB メモリ

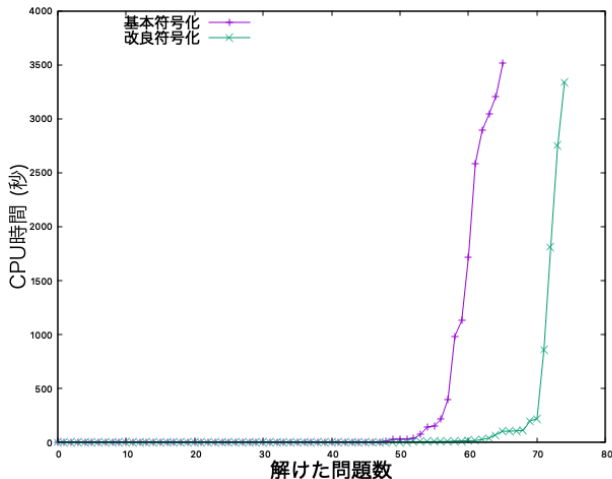
---

<sup>†</sup><https://github.com/takemaru/dnet>

<sup>‡</sup><https://mat.tepper.cmu.edu/COLOR04/>

<sup>§</sup>各問題に対し, 全ノードのうち 1/5 個をランダムに根として与えた。

# 実験結果 (1/2) : カクタスプロット



- 改良符号化は、基本符号化と比較して、より多くの問題を高速に解いている。

## 実験結果 (2/2) : 解けた問題数による比較

辺の範囲	問題数	基本符号化	改良符号化
1 ~ 1,000	30	30	30
1,001 ~ 4,000	20	20	20
4,001 ~ 7,000	11	9	10
7,001 ~ 10,000	8	4	6
10,001 ~ 20,000	9	2	5
20,001 ~ 30,000	2	1	2
30,001 ~ 40,000	1	0	0
40,001 ~ 50,000	4	0	2
計	85	66	75

- 辺の数が 4,000 を超える問題では、改良符号化がより多くの問題を解いている。
- 改良符号化は、辺の数が 40,000 を超える問題も解けている。
- 大規模な問題に対する改良符号化の優位性が確認できた。

## まとめ

### ① 配電網問題の ASP 符号化

- トポロジ制約に対応する根付き全域森問題の ASP 符号化.
- 根付き全域森問題を解く基本符号化と改良符号化を考案.
- 実用規模のベンチマーク問題を用いて, 改良符号化の優位性を確認.

### ② 配電網問題の解の遷移問題への拡張

- 配電網における障害時のスイッチの切替手順を求める問題に応用.
- シングルショット符号化とマルチショット符号化の 2 種類の ASP 符号化を考案.

## 今後の課題

- 電気制約の効率的な実装
  - 緩和した制約を用いて実装.
  - 背景理論付き ASP(ASP Modulo Theories) の活用.

- 補足用 -

## 基本符号化

- (1) `:- node(X), not reached(X,_).`
- (2) `:- reached(X,R1), reached(X,R2), R1 < R2.`

- (1) 各ノード  $X$  について、**少なくとも1つ**の根から到達可能であることを意味する. (**at-least-one** 制約)
- (2) 各ノード  $X$  について、**高々1つ**の根から到達可能であることを意味する. (**at-most-one** 制約)

## 改良符号化

- (3) `:- node(X), not 1 { reached(X,R) } 1.`

- (3) 各ノード  $X$  について、ちょうど1つの根からのみ到達可能であることを意味する.

- **電気制約**は，送電する電流・電圧の適正範囲を保証する制約。
  - 供給経路の各区間で許容電流を超えない．
  - 電気抵抗による電圧降下が許容範囲を超えない．
  - etc.
- 電流と電圧が影響し合う**実数ドメイン上の制約**によって表される．
- 実数ドメイン上の制約は，純粋な ASP のみで扱うのは**困難**.
  - **方針 1**：簡易的な電流の電気制約について実装する．
  - **方針 2**：ASPMT 技術により，背景理論ソルバーと連携して厳密に電流・電圧の制約を実装する．



# 電気制約 方針1

- 変電所を定電流源と仮定すると，各配電区間での電流の大きさは**一定の値**として表される．
- 供給経路が決まると，ある配電区間に流れる電流は，その配電区間以下の電流の大きさの**線形和**として表すことができる．
- グラフでの直感的な意味は，各連結成分の**根からの深さ**が大きくなるほど，上流での電流は大きくなることを意味する．
- 根からの深さを表す変数を導入することで，各区間に流れる電流の値を計算することができ，**電流の電気制約には対応可能**．
  - 実際には配電システム (三相交流) についての特殊な計算が必要．

## 電流の計算例



# 配電網問題の解の遷移問題への拡張 (1/2)

- 配電網の構成制御における障害時のスイッチの切替手順を求める問題に応用できる.
- トポロジ制約のみの場合, ある配電網構成 (スタート状態) から, 他の配電網構成 (ゴール状態) へのスイッチの切替手順を求める解の遷移問題は, **根付き全域森遷移問題**に帰着できる.

## 根付き全域森遷移問題

根付き全域森問題とその2つの実行可能解が与えられたとき, ある解から他のもう一つの解へ, 遷移制約を満たしながら, 実行可能解のみを經由して到達できるかどうかを判定する**解の遷移問題**.

- 各ステップ  $t$  で変更可能な辺の数を  $d$  個以下に制限. (遷移制約)
- 最短ステップ長での辺の変更手順を求めることが目的となる.

# 配電網問題の解の遷移問題への拡張 (2/2)

- 根付き全域森遷移問題の ASP 符号化を 2 種類考案した.

## シングルショット符号化 (改良符号化の自然な拡張)

- 与えられたステップ長  $t$  の解が存在するかを判定する.
- 解が見つかるまで, ステップ長  $t$  を増やししながら, 複数の問題を繰り返し解く必要がある.
- 各問題中の制約の大部分は共通であるため, **同一の探索空間を何度も調べる**ことになり, **求解効率が低下**するという問題点がある.

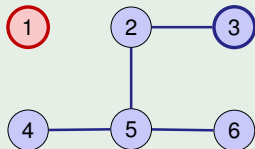
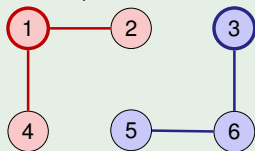
## マルチショット符号化

- ASP システム *clingo* のマルチショット解法ライブラリを使用.
- 同様の探索失敗を避けるために獲得した学習節を保持することによって, **無駄な探索を行うことなく**, 制約を追加した論理プログラムを連続的に解くことができる.

# 根付き全域森遷移問題の例

- **遷移制約:** 各ステップ  $t$  で変更可能な辺の数を  $d = 2$  個以下とする.

$t = 0$  (スタート状態)

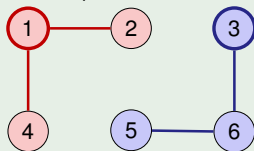


$t = ?$  (ゴール状態)

# 根付き全域森遷移問題の例

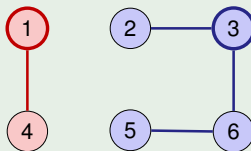
- **遷移制約:** 各ステップ  $t$  で変更可能な辺の数を  $d = 2$  個以下とする。

$t = 0$  (スタート状態)

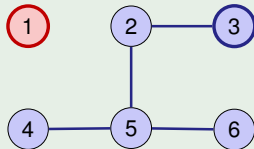


$\Rightarrow$

$t = 1$

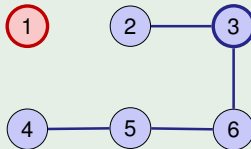


$\Downarrow$



$t = 3$  (ゴール状態)

$\Leftarrow$



$t = 2$