

Понятие об обратной функции

Базовая математика / Урок 12



- Понятие обратимой и обратной функции
- Нахождение формулы для функции, обратной данной

Функцию $y = f(x)$, $x \in X$, называют **обратимой**, если любое своё значение она принимает только в одной точке множества X .

Функцию $y = f(x)$, $x \in X$, называют **обратимой**, если любое своё значение она принимает только в одной точке множества X .

Пусть $y = f(x)$, $x \in X$ — обратимая функция, и $E(f) = Y$. Поставим в соответствие каждому y из Y единственное значение x , при котором $f(x) = y$ (т. е. единственный корень уравнения $f(x) = y$ относительно переменной x). Тогда получим функцию, которая определена на Y , а X — область её значений. Эту функцию обозначают

$$x = f^{-1}(y), y \in Y$$

и называют **обратной** по отношению к функции $y = f(x)$, $x \in X$.

Теорема 1

Строго монотонная функция обратима.

Теорема 2

Если функция $y = f(x)$ возрастает (убывает) на множестве X , а Y — область значений функции, то обратная функция $x = f^{-1}(y)$, $y \in Y$ возрастает (убывает) на множестве Y .

Пользуясь формулой $y = f(x)$, следует выразить x через y , а в полученной формуле $x = g(y)$ заменить x на y , а y на x .

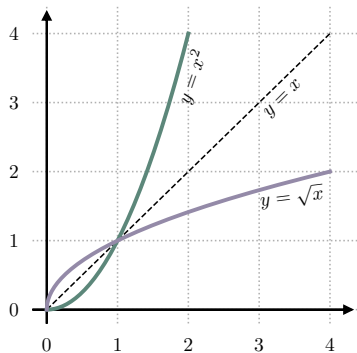
Пример 1

Дана функция $y = x^2$, $x \in [0; +\infty)$. Найти обратную функцию.

Решение:

- ① Функция возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, следовательно, она имеет обратную функцию.
- ② Из уравнения $y = x^2$ находим: $x = \sqrt{y}$ или $x = -\sqrt{y}$.
- ③ Промежутку $[0; +\infty)$ принадлежат лишь значения функции $x = \sqrt{y}$.
- ④ Поменяв местами x и y , получим: $y = \sqrt{x}$, $x \in [0; +\infty)$.

Ответ: $y = \sqrt{x}$.



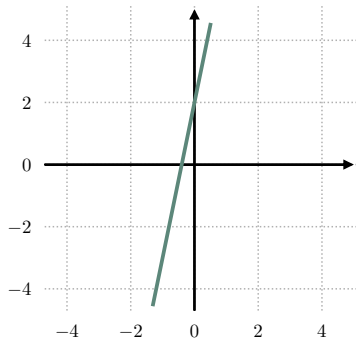
Пример 2


Выяснить, обратима ли функция $f(x) = 5x - 2$, и если обратима, то найти обратную.

Решение:

- ① Функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$, следовательно, она имеет обратную функцию.
- ② Из уравнения $y = 5x - 2$ находим: $x = (y + 2)/5$.
- ③ Поменяв местами x и y , получим: $y = (x + 2)/5$.

Ответ: $y = (x + 2)/5$.





Спасибо за внимание