Базовая математика

Урок 6. Понятие о приращении функции, приращении аргумента. Понятие о производной

Разбор домашнего задания

Задание 1. Найти приращение аргумента Δx и приращение функции Δf в точке x_0, если $f(x) = 2x^2 - 3$, $x_0 = 1$, $x = 2$.

Решение. По формуле приращения аргумента:

$$\Delta x = x - x_0 = 2 - 1 = 1$$

По формуле приращения функции:

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f(2) - f(1) = (2 \cdot 2^2 - 3) - (2 \cdot 1^2 - 3) = 8 - 2 = 6$$

Ответ: $\Delta x = 1$, $\Delta f = 6$.

Задание 2. Найти приращение аргумента Δx и приращение функции Δf в точке x_0, если $f(x) = x^3 + 1$, $x_0 = -1$, $x = 3$.

Решение. По формуле приращения аргумента:

$$\Delta x = x - x_0 = 3 - (-1) = 4$$

По формуле приращения функции:

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f(3) - f(-1) = (3^3 + 1) - \big((-1)^3 + 1\big) = 28 - 0 = 28$$

Ответ: $\Delta x = 4$, $\Delta f = 28$.

Задание 3. Найти производную функции $y = 2x^2 - 3\sin x$.

Решение.

$$y' = \left(2x^2 - 3\sin x\right)' = 2\left(x^2\right)' - 3\left(\sin x\right)' = 2 \cdot 2x - 3\cos x = 4x - 3\cos x$$

Ответ: $y' = 4x - 3\cos x$.

Задание 4. Найти производную функции $y = x^2 \sin x$.

Решение.

$$y' = \left(x^2 \sin x\right)' = \left(x^2\right)' \sin x + x^2(\sin x)' = 2x\sin x + x^2\cos x$$

Ответ: $y' = 2x\sin x + x^2\cos x$

Задание 5. Найти производную функции $y = 3x^4 - \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ и вычислить $y'(1)$.

Решение.

$$y' = \left(3x^4 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)' = \left(3x^4\right)' - \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)' = 3 \cdot 4x^3 - \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot x^{-\frac{1}{3}-1} = 12x^3 + \frac{1}{3x\sqrt[3]{x}}$$

Подставим $x = 1$:

$$y'(1) = 12 \cdot 1^3 + \frac{1}{3 \cdot 1 \cdot \sqrt[3]{1}} = 12 + \frac{1}{3} = 12\frac{1}{3}$$

Ответ: $y' = 12x^3 + \frac{1}{3x\sqrt[3]{x}}$, $y'(1) = 12\frac{1}{3}$.