

Базовая математика

Урок 3. Последовательности: виды числовых последовательностей и примеры

Разбор домашнего задания

Задание 1. Определите, является ли монотонной (возрастающей или убывающей) последовательность, заданная формулой $a_n = 1 + (-1)^n$.

Решение. Посчитаем несколько первых членов:

$$a_1 = 1 + (-1)^1 = 0$$

$$a_2 = 1 + (-1)^2 = 2$$

$$a_3 = 1 + (-1)^3 = 0$$

Поскольку $a_1 < a_2$ и $a_2 > a_3$, последовательность не является монотонной.

Ответ: последовательность, заданная формулой $a_n = 1 + (-1)^n$, не является монотонной.

Задание 2. Последовательность задана при помощи рекуррентного соотношения: $a_{n+2} = 0.5 \cdot (a_{n+1} + a_n)$, $a_1 = 2$, $a_2 = 4$. Выписать третий и четвёртый члены этой последовательности.

Решение. Первый и второй члены последовательности нам уже даны. Найдём третий. Третий член соответствует номеру $n = 1$ в формуле выше:

$$a_3 = 0.5 \cdot (a_2 + a_1) = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

Аналогично, четвёртый член соответствует номеру $n = 2$.

$$a_4 = 0.5 \cdot (a_3 + a_2) = \frac{4 + 3}{2} = 3.5$$

Ответ: $a_3 = 3$, $a_4 = 3.5$.

Задание 3. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , где $a_1 = 1$, $d = 2$. Найдите седьмой, восьмой член прогрессии и сумму первых семи членов последовательности.

Решение. Общая формула арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

Найдём с её помощью седьмой и восьмой члены последовательности:

$$a_7 = a_1 + d \cdot 6 = 1 + 2 \cdot 6 = 13$$

$$a_8 = a_1 + d \cdot 7 = 1 + 2 \cdot 7 = 15$$

Общая формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Имеем:

$$S_7 = \frac{(a_1 + a_7) \cdot 7}{2} = \frac{(1 + 13) \cdot 7}{2} = \frac{14 \cdot 7}{2} = 49$$

Ответ. $a_7 = 13$, $a_8 = 15$, $S_7 = 49$.