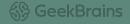


Геометрическая прогрессия

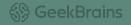


В этом уроке



- Определение геометрической прогрессии
- ullet Сумма n первых членов геометрической прогрессии
- Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Основные определения

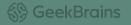


Геометрическая прогрессия — это числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля, а каждый следующий член равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же не равное нулю число:

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$$

$$\frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n} = q$$

Основные определения



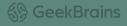
Геометрическая прогрессия — это числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля, а каждый следующий член равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же не равное нулю число:

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$$

$$\frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n} = q$$

Если q>0, $q\neq 1$, то прогрессия является монотонной последовательностью.

Основные определения



 (b_n) — геометрическая прогрессия тогда и только тогда, когда $b_{n+1}^2 = b_n \cdot b_{n+2}$.

Формула n-ого члена геометрической прогрессии:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Пример 1



Вычислить первые пять членов геометрической прогрессии и написать формулу нахождения n-го члена, если $b_1=8$ и q=0.5.

Решение:

- $b_1 = 8$
- $b_2 = b_1 \cdot q = 8 \cdot 0.5 = 4$
- $b_3 = b_2 \cdot a = 4 \cdot 0.5 = 2$
- $b_4 = b_3 \cdot q = 2 \cdot 0.5 = 1$
- **5** $b_5 = b_4 \cdot q = 1 \cdot 0.5 = 0.5$
- **6** $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow b_n = 8 \cdot 0.5^{n-1}$

Ответ: $b_1=8$; $b_2=4$; $b_3=2$; $b_4=1$; $b_5=0.5$; $b_n=8\cdot 0.5^{n-1}$.

Сумма n первых членов геометрической прогрессии Geek Brains

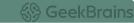
Первый вариант

$$S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q - 1}$$

Второй вариант

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

Пример 2



Вычислить сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, если $b_1=8$ и a=0.5.

Решение:

 \bullet С помощью первой формулы $S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q-1}$ для n=5, $b_1=8$, q=0.5:

$$b_n = b_5 = b_1 \cdot q^{n-1} = 8 \cdot 0.5^4 = 0.5$$

$$S_5 = \frac{0.5 \cdot 0.5 - 8}{0.5 - 1} = 15.5$$

 $oldsymbol{Q}$ С помощью второй формулы $S_n = rac{b_1(q^n-1)}{q-1}$:

$$S_5 = \frac{8 \cdot (0.5^5 - 1)}{0.5 - 1} = 15.5$$

Ответ: 15.5.

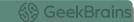
Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия GeekBrains

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия — это геометрическая прогрессия, у которой |q|<1.

Сумма всех членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна:

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

Пример 3



Выразить бесконечную периодическую дробь $0.131313\dots$ рациональным числом.

Решение:

Запишем периодическую дробь в следующем виде:

$$0.131313\cdots = \frac{13}{100} + \frac{13}{10000} + \frac{13}{1000000} + \cdots = \frac{13}{100} \cdot \left(1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \cdots\right)$$

Используя формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии b_1

$$S=rac{b_1}{1-a}$$
 со знаменателем $q=rac{1}{100}$, получаем:

$$0.131313\cdots = \frac{13}{100} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{13}{100} \cdot \frac{1}{\frac{99}{100}} = \frac{13}{99}$$

Ответ: $\frac{13}{99}$.









