

Базовая математика

Урок 14. Векторы в пространстве и действия над ними

Разбор домашнего задания

Задание 1. Вычислить: а) $\vec{a} + \vec{b}$; б) $\vec{a} - \vec{b}$; в) $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$, если $\vec{a} = (4; 2; 6)$, $\vec{b} = (3; -1; 1)$, $\lambda = 1/2$; $\mu = -1$.

Решение.

$$\text{а) } \vec{a} + \vec{b} = (4; 2; 6) + (3; -1; 1) = (4 + 3; 2 - 1; 6 + 1) = (7; 1; 7).$$

$$\text{б) } \vec{a} - \vec{b} = (4; 2; 6) - (3; -1; 1) = (4 - 3; 2 - (-1); 6 - 1) = (1; 3; 5).$$

$$\text{в) } \lambda\vec{a} + \mu\vec{b} = \frac{1}{2} \cdot (4; 2; 6) + (-1) \cdot (3; -1; 1) = (4/2 - 3; 2/2 - (-1); 6/2 - 1) = (-1; 2; 2).$$

Ответ: а) $(7; 1; 7)$, б) $(1; 3; 5)$, в) $(-1; 2; 2)$.

Задание 2. Найти длину вектора \vec{a} , если: а) $\vec{a} = (1; -3; 3)$, б) $\vec{a} = (0; -4; 6)$.

Решение.

$$\text{а) } |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{1 + 9 + 9} = \sqrt{19}.$$

$$\text{б) } |\vec{a}| = \sqrt{0^2 + (-4)^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}.$$

Ответ: а) $\sqrt{19}$, б) $\sqrt{52}$.

Задание 3. Найти угол между векторами $\vec{a} = (1; 2; -5)$ и $\vec{b} = (4; 8; 1)$.

Решение. Имеет место формула:

$$\cos \widehat{ab} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Найдём скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + (-5) \cdot 1 = 15$$

Теперь найдём длину каждого вектора:

$$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-5)^2} = \sqrt{1 + 4 + 25} = \sqrt{30}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{4^2 + 8^2 + 1^2} = \sqrt{16 + 64 + 1} = \sqrt{81} = 9$$

Подставим в формулу:

$$\cos \widehat{ab} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{15}{9\sqrt{30}}$$

Итак,

$$\widehat{ab} = \arccos \frac{15}{9\sqrt{30}}$$

Ответ: $\arccos \frac{15}{9\sqrt{30}}$.