Базовая математика

Урок 1. Квадратный трёхчлен и его корни. Квадратичная функция

Разбор домашнего задания

Задание 1. Определите, сколько корней имеет квадратный трёхчлен $3x^2 - 4x + 5$, и найдите их, если это возможно.

Решение. Найдём дискриминант квадратного уравнения:

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 16 - 60 = -44$$

Так как дискриминант меньше нуля, то уравнение не имеет действительных решений.

Ответ: уравнение не имеет действительных решений.

Задание 2. Определите, сколько корней имеет квадратный трёхчлен $2x^2 + 6x - 3$, и найдите их, если это возможно.

Решение. Найдём дискриминант квадратного уравнения:

$$D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 36 + 24 = 60$$

Так как дискриминант больше нуля, квадратное уравнение имеет два действительных корня:

$$x_1 = \frac{-6 + \sqrt{60}}{2 \cdot 2} = -1.5 + 0.5\sqrt{15} \approx 0.43$$

$$x_2 = \frac{-6 - \sqrt{60}}{2 \cdot 2} = -1.5 - 0.5\sqrt{15} \approx -3.43$$

Ответ: $x_1 = 0.43$; $x_2 = -3.43$.

Задание 3. Сократите дробь: $\dfrac{x^2 - 7x + 12}{2x - 6}$.

Решение. Разложим на множители многочлен, стоящий в числителе. Для этого найдём его корни. Дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1$$

Так как дискриминант больше нуля, квадратное уравнение имеет два действительных корня:

$$x_1 = \frac{7 + 1}{2 \cdot 1} = 4$$

$$x_2 = \frac{7-1}{2\cdot 1} = 3$$

Итак, имеем разложение:

$$x^2 - 7x + 12 = (x-4)(x-3)$$

Подставим его в имеющуюся дробь:

$$\frac{x^2-7x+12}{2x-6} = \frac{(x-4)(x-3)}{2(x-3)} = 0.5\cdot(x-4)$$

Ответ: $0.5\cdot(x-4)$.

Задание 4. По теореме Виета найдите корни квадратного трёхчлена $x^2 - 2x - 3$.

Решение. По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} \\ x_1\cdot x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

Имеем:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1\cdot x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Ответ: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$.

Задание 5. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = 3x^2 - 7x - 2$ и $y = 2x^2 - 5x + 6$.

Решение. Координаты $(x; y)$ каждой точки пересечения графиков указанных функций удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} y = 3x^2 - 7x - 2 \\ y = 2x^2 - 5x + 6 \end{cases}$$

Приравняем правые части уравнений. Получим:

$$3x^2 - 7x - 2 = 2x^2 - 5x + 6$$

$$3x^2 - 7x - 2 - 2x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

Найдём дискриминант квадратного уравнения:

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4\cdot 1\cdot(-8) = 4 + 32 = 36$$

Так как дискриминант больше нуля то, квадратное уравнение имеет два действительных корня:

$$x_1 = \frac{2-\sqrt{36}}{2} = \frac{2-6}{2} = -2,\ x_2 = \frac{2+\sqrt{36}}{2} = 4$$

Соответствующие значения y:

$$y_1 = 3(-2)^2 - 7(-2) - 2 = 12 + 14 - 2 = 24,\ y_2 = 3(4)^2 - 7(4) - 2 = 18$$

Ответ: $(-2; 24)$, $(4; 18)$.