

Первообразная. Основное свойство первообразной. Три правила нахождения первообразных



- Определение первообразной
- Основное свойство первообразной
- Три правила нахождения первообразных
- Неопределенный интеграл: определение, свойства

Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$  на данном промежутке, если для любого  $x$  из данного промежутка:

$$F'(x) = f(x)$$

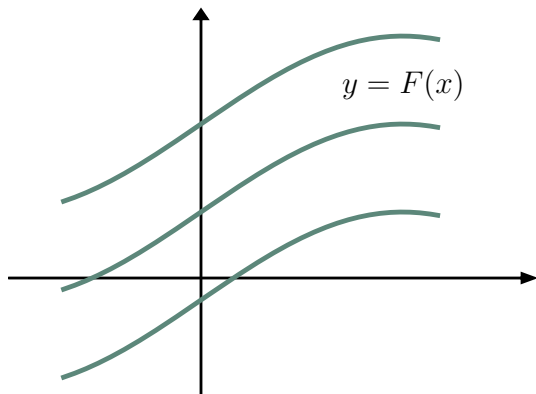
Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$  на данном промежутке, если для любого  $x$  из данного промежутка:

$$F'(x) = f(x)$$

## Теорема

Любая первообразная для некоторой функции  $f(x)$  на промежутке  $A$  может быть записана в виде:

$$F(x) + C$$



## Пример 1

Найти общий вид первообразных для функции  $f(x) = -x^3$  на всей числовой оси.

Решение:

$$F(x) = -\frac{x^4}{4} + C$$

Ответ:  $F(x) = -\frac{x^4}{4} + C.$

$$\textcircled{1} \quad (F + G)' = F' + G' = f + g$$

$$\textcircled{2} \quad (k \cdot F)' = k \cdot F' = k \cdot f$$

$$\textcircled{3} \quad \left(\frac{1}{k} \cdot F(k \cdot x + b)\right)' = \frac{1}{k} \cdot F'(k \cdot x + b) \cdot k = f(k \cdot x + b)$$

Функция	Первообразная
$k = const$	$kx + C$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
$e^x$	$e^x + C$
$a^x$	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$



## Пример 2

Найти общий вид первообразных для функции  $f(x) = 5 \cos x$  на всей числовой оси.

Решение:

$$F(x) = 5 \sin x + C$$

Ответ:  $F(x) = 5 \sin x + C$ .

### Пример 3

Найти одну из первообразных для функции  $f(x) = \sin(3x - 2)$ .

Решение:

Найдем общий вид первообразных для функции  $f(x)$ :

$$F(x) = -\frac{1}{3} \cdot \cos(3x - 2) + C$$

Подставим, например,  $C = 0$ .

Ответ:  $F(x) = -\frac{1}{3} \cdot \cos(3x - 2)$ .

## Пример 4

Выяснить, является ли функция  $F(x) = x^3 - 3x + 1$  первообразной для функции  $f(x) = 3(x^2 - 1)$ .

Решение:

$$F'(x) = (x^3 - 3x + 1)' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = f(x)$$

Ответ: функция  $F(x) = x^3 - 3x + 1$  является первообразной для функции  $f(x) = 3(x^2 - 1)$ .

## Пример 5

Для функции  $f(x) = 4 - x^2$  найти первообразную, график которой проходит через точку  $(-3; 9)$ .

Решение:

- ① Найдем все первообразные функции  $f(x)$ :

$$F(x) = 4x - \frac{x^3}{3} + C$$

②  $9 = -12 - \frac{3^3}{3} + C \Rightarrow 9 = -12 + 9 + C \Rightarrow C = 12$

③  $F(x) = 4x - \frac{x^3}{3} + 12$

Ответ:  $F(x) = 4x - \frac{x^3}{3} + 12$ .

Операция нахождения первообразной, или неопределенного интеграла от функции  $f(x)$  называется интегрированием функции  $f(x)$ .

Операция нахождения первообразной, или неопределенного интеграла от функции  $f(x)$  называется интегрированием функции  $f(x)$ .

Свойства неопределённого интеграла:

$$① d \left( \int f(x) dx \right) = f(x) dx$$

$$② \left( \int f(x) dx \right)' = f(x)$$

$$③ \int dF(x) = \int f'(x) dx = F(x) + C$$

$$④ \int \alpha \cdot f(x) dx = \alpha \int f(x) dx$$

$$⑤ \int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$⑥ \text{ Если } \int f(x) dx = F(x) + C, \text{ то и } \int f(u) du = F(u) + C$$


## Пример 6

Вычислить  $\int \cos(x + 2)dx$ .

Решение:

$$\int \cos(x + 2)dx = \int \cos(x + 2)d(x + 2) = \sin(x + 2) + C$$

Ответ:  $\sin(x + 2) + C$ .



Спасибо за внимание