

Показательная функция: график и
основные свойства функции

Базовая математика / Урок 10



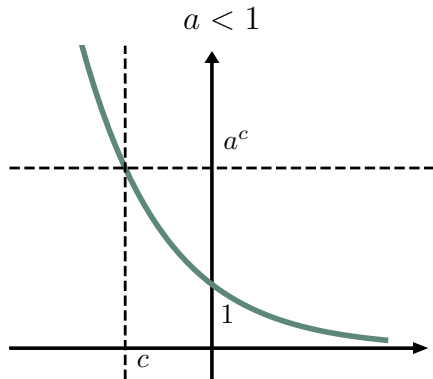
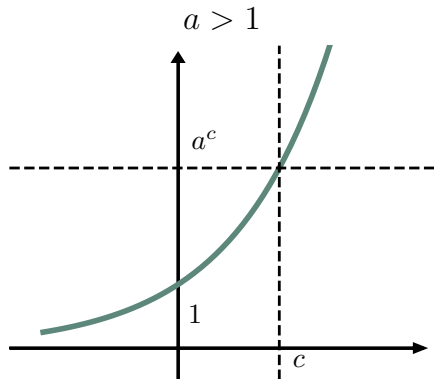
- График и основные свойства показательной функции
- Решение показательных уравнений
- Решение показательных неравенств

Функция, заданная формулой $y = a^x$ (где $a > 0$, $a \neq 1$), называется **показательной функцией** с основанием a .

Основные свойства:

- 1 Область определения — \mathbb{R} , область значений — \mathbb{R}_+ .
- 2 При $a > 1$ функция возрастает на всей числовой прямой; при $0 < a < 1$ функция убывает на всей числовой прямой.
- 3 $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
 $a^x / a^y = a^{x-y}$
 $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$
 $(a/b)^x = a^x / b^x$
 $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$

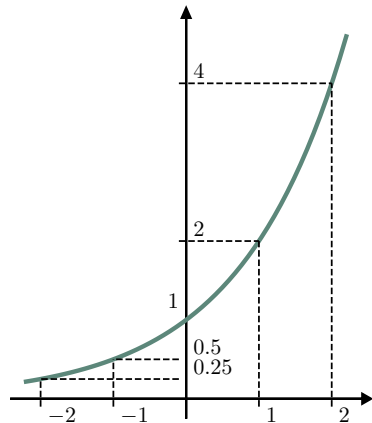
- 4 График показательной функции всегда проходит через точку с координатами $(0; 1)$.



- ⑤ Показательная функция не имеет точек экстремума.
- ⑥ Функция не является четной или нечетной.

Пример 1

Построим график функции $y = 2^x$.



Пример 2

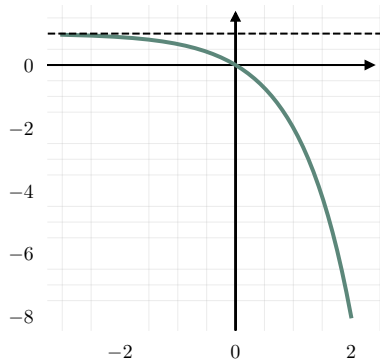
Исследовать функцию $y = -3^x + 1$.

Решение:

- 1 Область определения функции — все действительные числа.
- 2 Найдём множество значений функции. Так как $3^x > 0$, то $-3^x < 0$, значит, $-3^x + 1 < 1$, то есть множество значений функции $y = -3^x + 1$ представляет собой промежуток $(-\infty; 1)$.
- 3 Так как функция $y = 3^x$ монотонно возрастает, то функция $y = -3^x$ монотонно убывает. Значит, и функция $y = -3^x + 1$ также монотонно убывает.

- ④ Эта функция будет иметь корень:
 $-3^x + 1 = 0 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x = 0.$
- ⑤ Для этой функции горизонтальной асимптотой будет прямая $y = 1$.

Замечание. Асимптота — это прямая, к которой неограниченно близко приближается график функции при удалении его переменной точки в бесконечность.



Пример 3

Найти множество значений функции $y = 3^{x+1} - 3$.

Решение:

Так как $3^{x+1} > 0$, то $3^{x+1} - 3 > -3$. Итак, множество значений: $(-3; \infty)$.

Ответ: $(-3; \infty)$.

$$a^x = b, \text{ где } a > 0, a \neq 1$$

$$a^x = b, \text{ где } a > 0, a \neq 1$$

Пример 4

Решить уравнение $5^{x^2-2x-1} = 25$.

Решение:

- 1 $5^{x^2-2x-1} = 5^2$
- 2 $x^2 - 2x - 1 = 2$
- 3 Решаем полученное квадратное уравнение любым из известных способов.
- 4 Получаем два корня: $x_1 = 3$ и $x_2 = -1$.

Ответ: 3; -1.

Пример 5

Решить уравнение $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$.

Решение:

- ① Замена: $t = 2^x$
- ② $t^2 - 5t + 4 = 0$
- ③ $t_1 = 1, t_2 = 4$
- ④ Теперь решаем уравнения: $2^x = 1$ и $2^x = 4$.

Ответ: 0; 2.


Пример 6

Решить неравенство $(0.5)^{7-3x} < 4$.

Решение:

- ① $4 = (0.5)^{-2}$
- ② $(0.5)^{7-3x} < (0.5)^{-2}$
- ③ $7 - 3x > -2$
- ④ $x < 3$

Ответ: $x < 3$.



Спасибо за внимание