

Базовая математика

Урок 2. Системы уравнений

Разбор домашнего задания

Задание 1. Решите систему уравнений методом сложения:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases}$$

Решение. Сложим уравнения:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ \quad \quad \quad + \\ x^2 + y^2 = 29 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 5$$

Поочерёдно подставим каждое из решений обратно в систему:

1. При $x_1 = 5$:

$$5^2 + y^2 = 29 \Rightarrow y^2 = 29 - 25 = 4 \Rightarrow y_{1,2} = \pm 2$$

2. При $x_2 = -5$:

$$(-5)^2 + y^2 = 29 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y_{1,2} = \pm 2$$

Ответ: $(-5; -2)$, $(-5; 2)$, $(5; -2)$, $(5; 2)$.

Задание 2. Решите систему уравнений графическим методом:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y - x = -3 \end{cases}$$

Решение. Построим график уравнения $x^2 + y^2 = 9$. Графиком уравнения является окружность с центром в начале координат и радиусом 3.

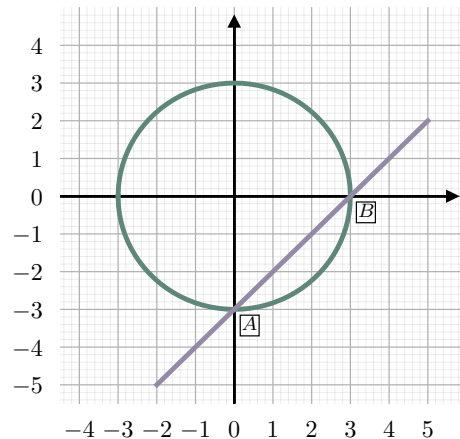
Далее, построим также график уравнения $y - x = -3$, выразив y через x :

$$y = x - 3$$

Это будет прямая, проходящая через точки A : $(0; -3)$ и B : $(3; 0)$. Эти же точки будут удовлетворять и уравнению окружности:

$$0^2 + (-3)^2 = 9, 3^2 + 0^2 = 9$$

Ответ: $(0; -3)$, $(3; 0)$.



Задание 3. Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\begin{cases} xy = -6 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

Решение. Уравнение 2 является более простым. Выразим с его помощью x через y :

$$x = y + 5$$

Подставим это выражение в уравнение 1:

$$(y + 5) \cdot y = -6 \Rightarrow y^2 + 5y + 6 = 0$$

Решим полученное уравнение:

$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

Получаем два корня:

$$y_1 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2} = -2$$

$$y_2 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2} = -3$$

Подставим каждое из решений обратно в уравнение 2, чтобы найти x :

$$x_1 = -2 + 5 = 3, \quad y_2 = -3 + 5 = 2$$

Ответ: $(3; -2), (2; -3)$.