

# Базовая математика

## Урок 11. Логарифмы и их свойства

### Разбор домашнего задания

**Задание 1.** Найти: а)  $\log_{\frac{1}{7}} 49$ , б)  $\log_6 4 + \log_6 9$ , в)  $\log_7 (49^6)$ .

*Решение.*

а) По определению логарифма  $\log_{\frac{1}{7}} 49$  — это такое число  $x$ , что  $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 49$ . Имеем:

$$49 = 7^2 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$$

б) Сумма логарифмов равна логарифму произведения. Имеем:

$$\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 (4 \cdot 9) = \log_6 36 = 2$$

в) Степень внутри логарифма выносится как множитель. Имеем:

$$\log_7 (49^6) = 6 \cdot \log_7 49 = 6 \cdot 2 = 12$$

*Ответ:* а)  $-2$ , б)  $2$ , в)  $12$ .

**Задание 2.** Решить уравнение:  $\log_3 x^2 = 4$ .

*Решение.* ОДЗ:  $x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0$ . По свойствам логарифма имеем:

$$\log_3 x^2 = 4$$

$$2 \log_3 x = 4$$

$$\log_3 x = 2$$

$$x = 3^2 = 9$$

*Ответ:*  $x = 9$ .

**Задание 3.** Решить уравнение:  $x^{\log_2 x} = 64x$ .

*Решение.* ОДЗ:  $x > 0$ . Прологарифмируем обе части уравнения по основанию 2:

$$\log_2 (x^{\log_2 x}) = \log_2 (64x)$$

В левой части вынесем степень за логарифм. В правой — разобьём логарифм произведения в сумму логарифмов.

$$\log_2 x \cdot \log_2 x = \log_2 64 + \log_2 x$$

$$\begin{aligned}(\log_2 x)^2 &= 6 + \log_2 x \\ (\log_2 x)^2 - \log_2 x - 6 &= 0\end{aligned}$$

Обозначим  $\log_2 x = t$ :

$$\begin{aligned}t^2 - t - 6 &= 0 \\ t_1 &= -2, \quad t_2 = 3\end{aligned}$$

Выразим  $x$  через  $t$ :

$$\log_2 x = t \Rightarrow x = 2^t$$

Получаем два ответа:

$$x_1 = 2^{-2} = \frac{1}{4}, \quad x_2 = 2^3 = 8$$

*Ответ:*  $x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = 8$ .