

# Фракталы — пример рекурсии

Познакомимся с фракталами и их свойствами, а также способами их применения.





## Светлана Медведева

Аналитик данных, Ramax, ассистент МФТИ

Закончила МФТИ (бакалавриат, магистратуру и аспирантуру) и магистратуру Сколтеха. Около 3-х лет работала в консалтинге SAS Institute. В настоящее время работаю в R&D аналитиком данных.

- ✨ Joint Institute of Nuclear Research
- ✨ SAS Institute
- ✨ Huawei
- ✨ Coelus
- ✨ Ramax



## Регламент урока



Длительность



Регламент сдачи практических заданий



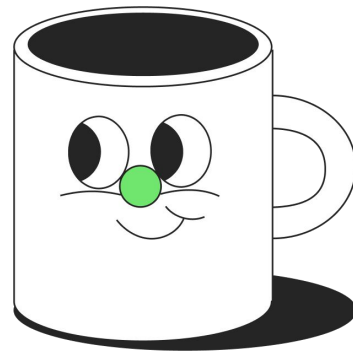
Когда и где будет доступна запись



Каналы коммуникации



Делаем ли перерыв?





## Получите максимум от лекции



Задавай вопросы.  
Для этого подними руку



Отключи микрофон



Делай заметки



Будь с нами! Отложи телефон, домашние дела, мессенджеры и возьми максимум для себя



Будь готов отвечать на вопросы и выполнять задания



Запаркуем



## Что будет на уроке сегодня

- 📌 Математическое определение фрактала
- 📌 Свойства фракталов
- 📌 Примеры фракталов
- 📌 Береговая линия — природный фрактал
- 📌 Применение фракталов для машинной графики
- 📌 Практическая часть

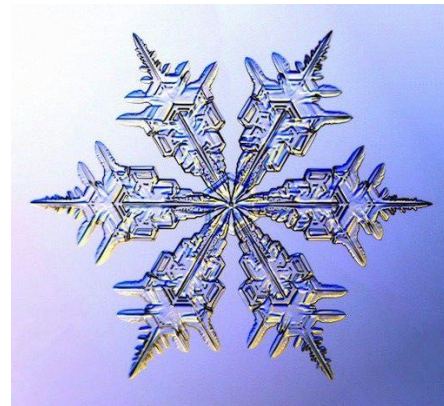


# Математическое определение фрактала

Фрактал — это множество, обладающее свойством самоподобия (объект, в точности или приближённо совпадающий с частью себя самого, то есть целое имеет ту же форму, что и одна или более частей).

Применение:

- Моделирование нелинейных процессов, (турбулентное течение жидкости и т. д.), моделирование пористых материалов
- Использование фрактальной геометрии при проектировании антенных устройств (фрактальные антенны)
- Сжатие изображений
- Компьютерная графика
- Децентрализованные сети





## Свойства фракталов

- Имеют нетривиальную структуру во всех масштабах
- Является самоподобным или приближённо самоподобным
- Обладает дробной метрической размерностью или метрической размерностью, превосходящей топологическую размерность





# Математические объекты с фрактальной структурой

Множество Кантора

---





# Математические объекты с фрактальной структурой

Множество Кантора





# Математические объекты с фрактальной структурой

Множество Кантора





# Математические объекты с фрактальной структурой

Множество Кантора





# Математические объекты с фрактальной структурой

Множество Кантора





# Математические объекты с фрактальной структурой

Множество Кантора





# Математические объекты с фрактальной структурой

Множество Кантора





# Математические объекты с фрактальной структурой

Множество Кантора



Треугольник Серпинского





# Математические объекты с фрактальной структурой

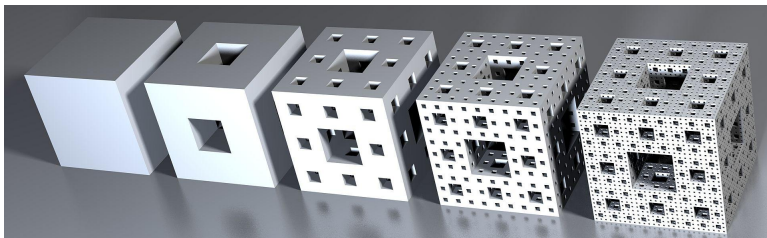
Множество Кантора



Треугольник Серпинского



Губка Мегнера

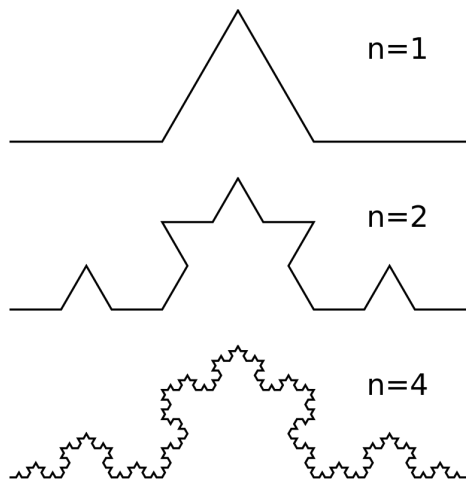




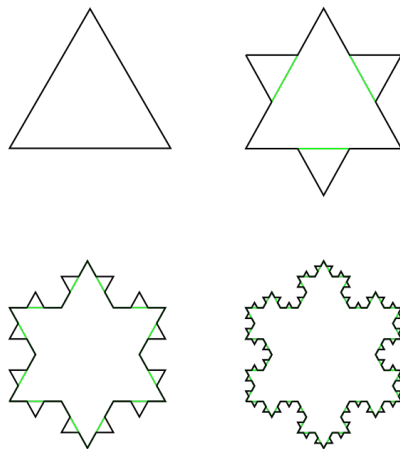


# Математические объекты с фрактальной структурой

Кривая Коха



Снежинка Коха





# Математические объекты с фрактальной структурой

Кривая Минковского

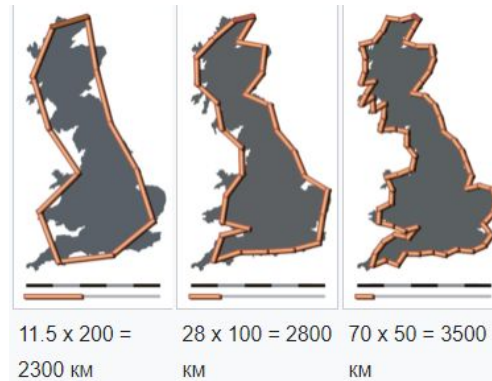
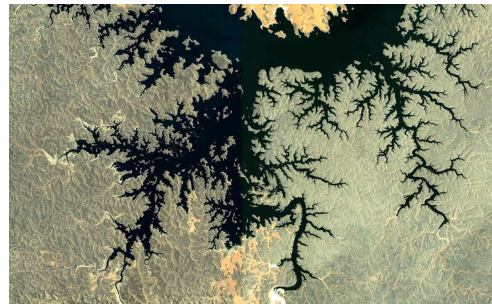




## Береговая линия — природный фрактал

Фрактальная размерность (англ. fractal dimension) — это один из способов определения размерности множества в метрическом пространстве.

$$D = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(N_\varepsilon)}{\ln(\varepsilon)}$$





# Применение фракталов для машинной графики

ПО для генерации фракталов:

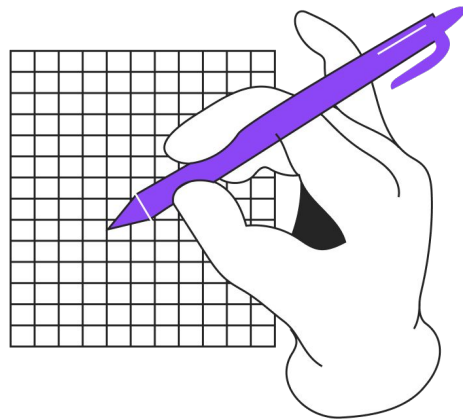
- Apophysis
- Bryce
- Chaotica
- Electric Sheep
- Fractint
- Fyre
- и другие





## Практическое задание

Реализуйте несколько фрактальных структур с помощью модуля turtle.





## Полезные ссылки/дополнительные материалы



[Созерцание великого фрактального подобия](#)



Ричард М. Кроновер. Фракталы и хаос









Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы



Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы



## Что мы сегодня узнали и чему научились

-  Математическое определение фрактала
-  Свойства фракталов
-  Примеры фракталов
-  Береговая линия — природный фрактал
-  Применение фракталов для машинной графики
-  Практическая часть



Вопросы?

Вопросы?



Вопросы?

