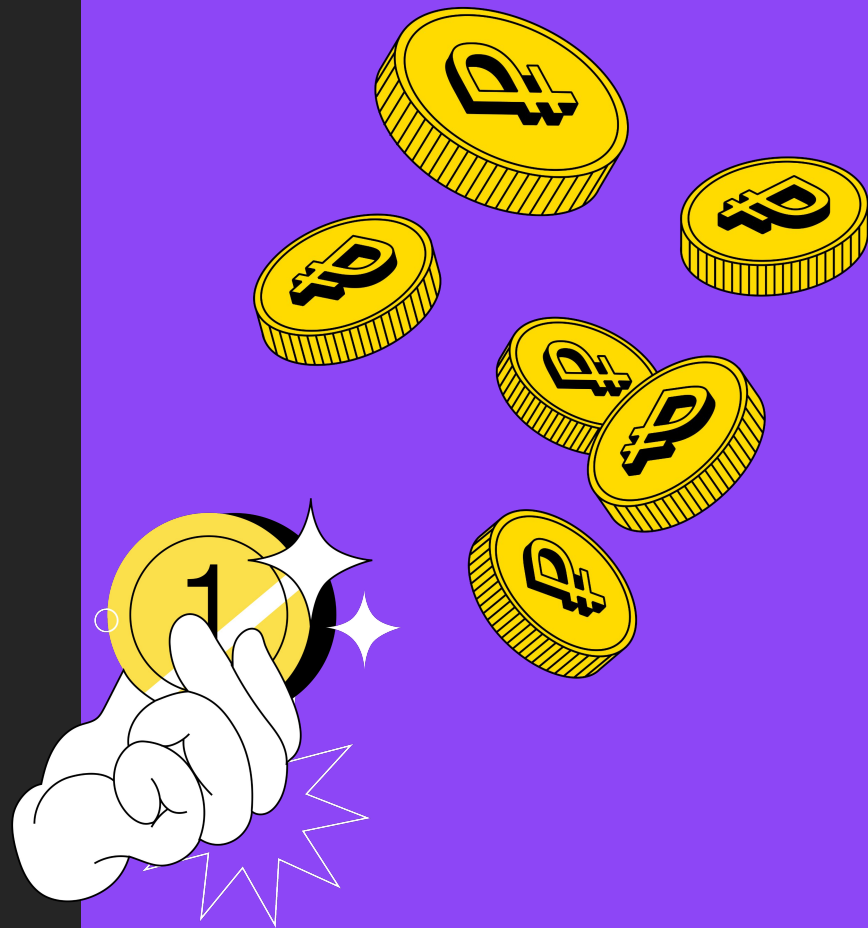


# Проведение процентных расчётов

Урок 2





# Знакомство и содержание урока



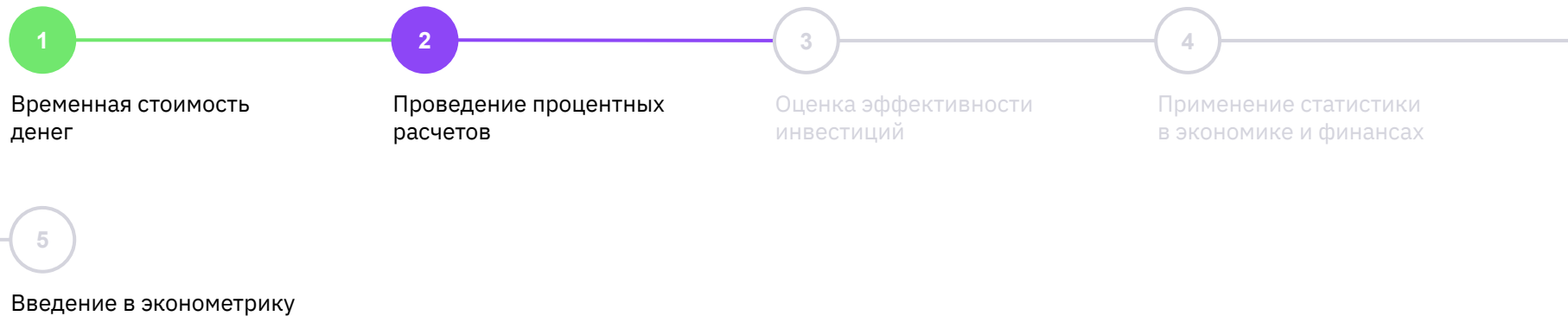
## Дмитрий Бородин

Инвестиционный директор венчурного фонда

- ✨ **12 лет опыта** в корпоративных финансах, инвестиционной оценке и финансовом моделировании.
- ✨ **14 лет опыта** преподавания математических и финансово-экономических дисциплин.
- ✨ Кандидат экономических наук, доцент **МГТУ им. Н.Э. Баумана**, приглашенный преподаватель РЭУ им. Плеханова.
- ✨ Сертификаты финансового аналитика **CFA** и финансового риск-менеджера **FRM**.









# План курса





## Что будет на уроке сегодня

-  Познакомимся с понятием денежного потока.
-  Разберём основные формулы расчета аннуитетов.
-  Познакомимся с практическими примерами использования аннуитетов.
-  Изучим, что такое облигации, и как определить их стоимость.
-  Научимся строить график погашения кредита и определять суммы процентов и основной суммы долга.
-  Изучим отличия кредита от лизинга и особенности моделирования лизинговых платежей.



# Денежные потоки и аннуитеты



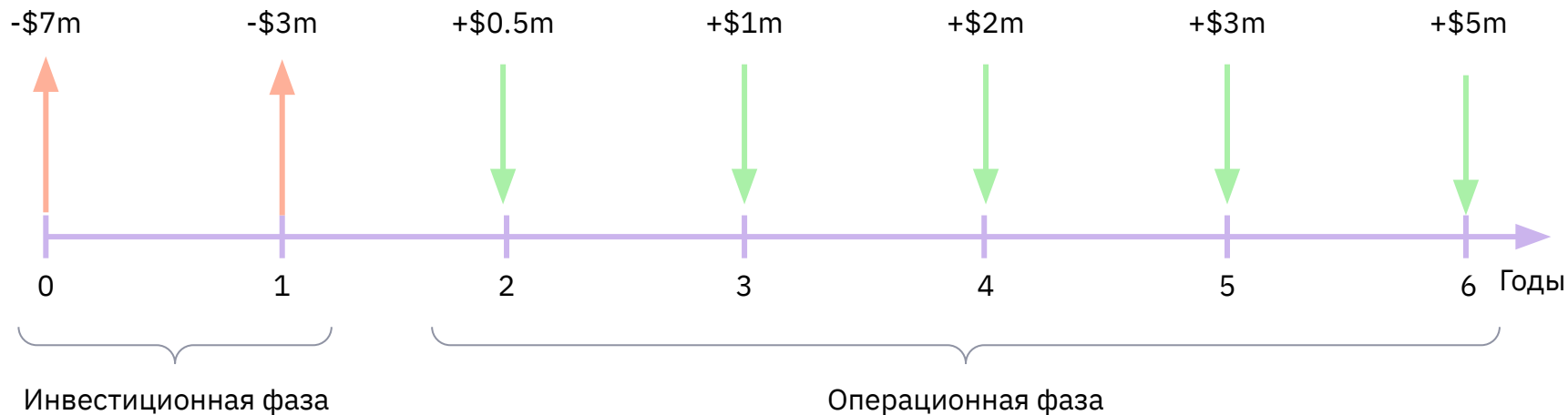
# Концепция денежных потоков

Все инвестиционные решения принимаются на основе данных о **денежных потоках** — реальных движениях денежных средств проекта (по счёту в банке или через кассу), и представляющих собой набор денежных сумм с привязкой к конкретным моментам времени.





## Типичная структура денежного потока инвестиционного проекта







## Что такое аннуитет?

**Аннуитет** — денежный поток, элементы которого равны между собой и поступают или уплачиваются через равные промежутки времени.

Аннуитеты можно встретить в самых разных областях экономики и финансов:

- Графики погашения **кредитов** и лизинга.
- Договора финансовой **ренды**.
- Платежи по **облигациям**.
- Платежи от сдачи в **аренду** квартиры и т. д.

Выделяют два вида аннуитетов:

- **аннуитет постнумерандо** (ordinary annuity) — когда платеж по аннуитету происходит в конце периода;
- **аннуитет пренумерандо** (annuity due) — когда платеж по аннуитету происходит в начале каждого периода.



## Основные формулы для расчета аннуитета

Текущая стоимость аннуитета постнумерандо на  $n$  периодов с платежом  $A$  при ставке дисконтирования (стоимости денег)  $r$  и соответствующая ей будущая стоимость рассчитываются по формулам:

$$PV = A \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \quad FV = A \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

Отличие аннуитета пренумерандо будет лишь в том, что платёж наступает раньше на 1 период и это эквивалентно тому, чтобы просто домножить обе предыдущие формулы на  $(1+r)$ , то есть произвести наращение стоимости на 1 период вперед:

$$PV = A \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} (1 + r); \quad FV = A \frac{(1 + r)^n - 1}{r} (1 + r)$$

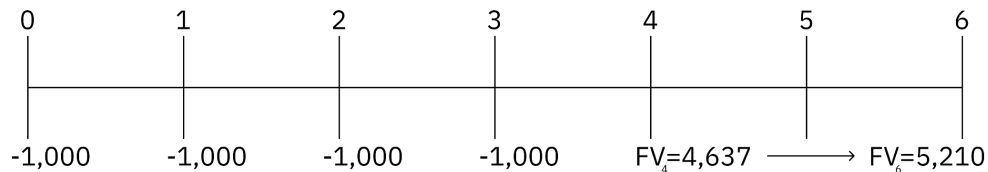
Наконец, для случая так называемого бесконечного аннуитета (перпетуитета) формула приведенной стоимости принимает очень простой вид:

$$PV = A / r$$

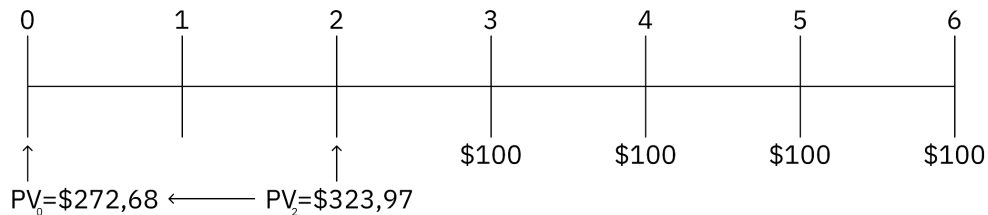


## Примеры сложных расчетов аннуитетов

**Задача.** Если класть в банк по \$1000 в течение 4 лет, начиная с текущего момента, и банк при этом начисляет 6% годовых, то какая сумма получится на конец 6го года?



**Задача.** Найти текущую стоимость четырёх платежей по \$100, если первый платёж будет получен через 3 года, а стоимость денег равна 9%.





# Облигационные расчёты



## Что такое облигация?

**Облигация** — ценная бумага, которая представляет собой долговое обязательство, т. е. обязательство периодически платить в течение срока проценты по заданной ставке (они называются **купоны**) и в конце срока уплатить основную сумму долга (**номинал** облигации). Бывают облигации, которые не платят процентов (купонов), а только возвращают долг в конце срока — **бескупонные облигации**.

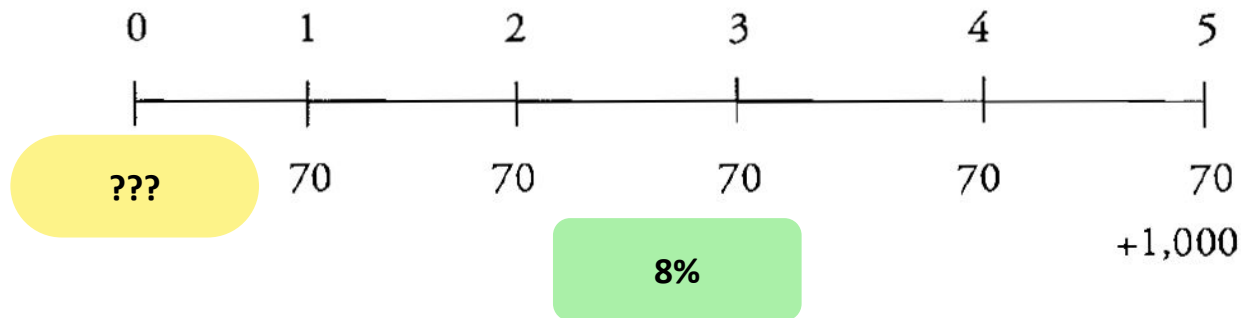
Можно сказать, что облигация — это некий займ или кредит, но оформленный в виде ценной бумаги, которая обращается на фондовой бирже. Обычный кредит или займ практически невозможно (точнее, сложно) продать, а облигацию продать очень легко, что повышает её привлекательность с точки зрения инвесторов.



## Как рассчитать цену облигаций, зная основы финансовой математики?

**Цена облигации** определяется как приведенная стоимость будущих денежных потоков по облигации (то есть, купонов и погашения номинала в конце срока).

Разберём на примере 5-ти летней облигации, номиналом €1000 и купоном 7%, уплачиваемым 1 раз в год. Пусть стоимость денег для держателя облигации равна 8% годовых. Какова справедливая цена облигации?

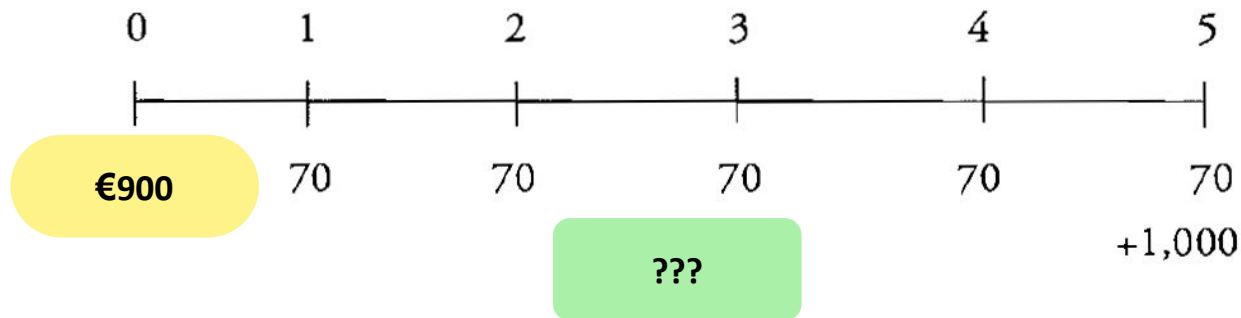




## Как рассчитать доходность облигаций, зная основы финансовой математики?

**Доходность облигации** определяется как ставка дисконтирования, которая приравнивает приведённую стоимость будущих денежных потоков по облигации к её фактической рыночной цене.

Разберём на примере той же 5-ти летней облигации, номиналом €1000 и купоном 7%, уплачиваемым 1 раз в год, если её текущая рыночная цена равна €900. Какова доходность данной облигации?





# Расчёты по кредитам





## Что такое кредит?

**Кредит** — банковская операция по предоставлению денежных средств заёмщику на условиях:

1. возвратности (возврата всей суммы в оговоренный срок);
2. платности (уплаты процентов на взятую в долг сумму);
3. срочности (установления чёткого срока кредита).

По кредиту заёмщик должен периодически выплачивать **проценты** и возвращать **основную сумму долга** по графику (обычно тоже периодически).



## Расчеты графиков погашения по кредиту

**График погашения** — расписание всех платежей по кредиту с выделением сумм процентов и сумм погашения основного долга на весь срок кредита.

Есть два способа составления графика погашения:

- с фиксацией ежемесячных платежей (чаще всего, аннуитетных);
- с фиксацией графика погашения основной суммы долга.

Рассмотрим оба варианта на следующем примере. Банк выдаёт заёмщику кредит в размере 3 млн.руб. на 6 лет под 14% годовых. Сделаем график платежей по кредиту с выделением процентов и основной суммы долга в двух вариантах:

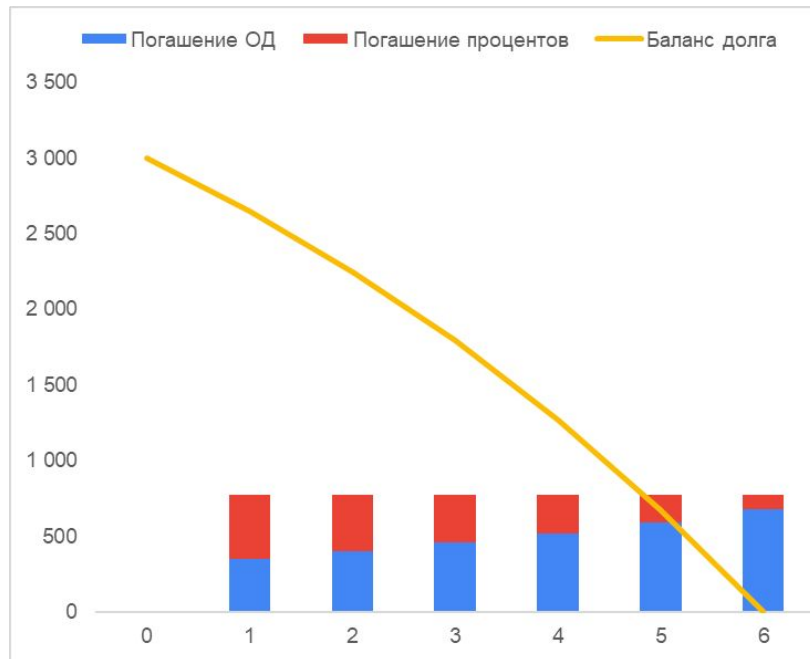
- 1) если платежи аннуитетные;
- 2) если основной долг гасится равномерными годовыми платежами, начиная со 2го года.

Для составления графика погашения нам нужно иметь данные о балансе кредита (остатка долга), уплачиваемых процентах и погашении основного долга в каждом периоде.

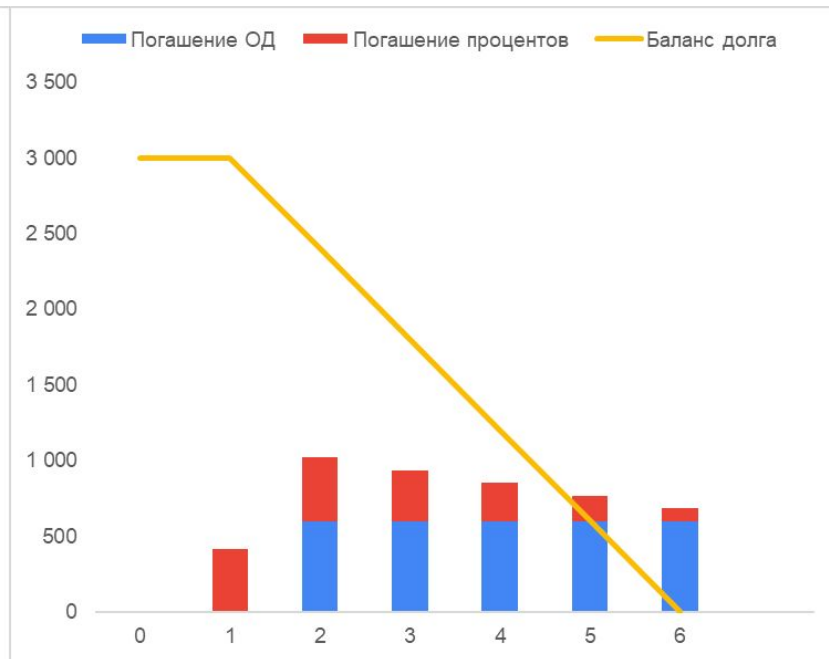


## Результат моделирования (в тыс.руб.)

Аннуитет



Постоянное погашение долга





# Расчёты по лизингу



## Что такое лизинг?

Существуют два вида лизинга: операционный и финансовый.

**Операционный лизинг** — по сути, обычная долгосрочная аренда, которую мы не будем рассматривать.

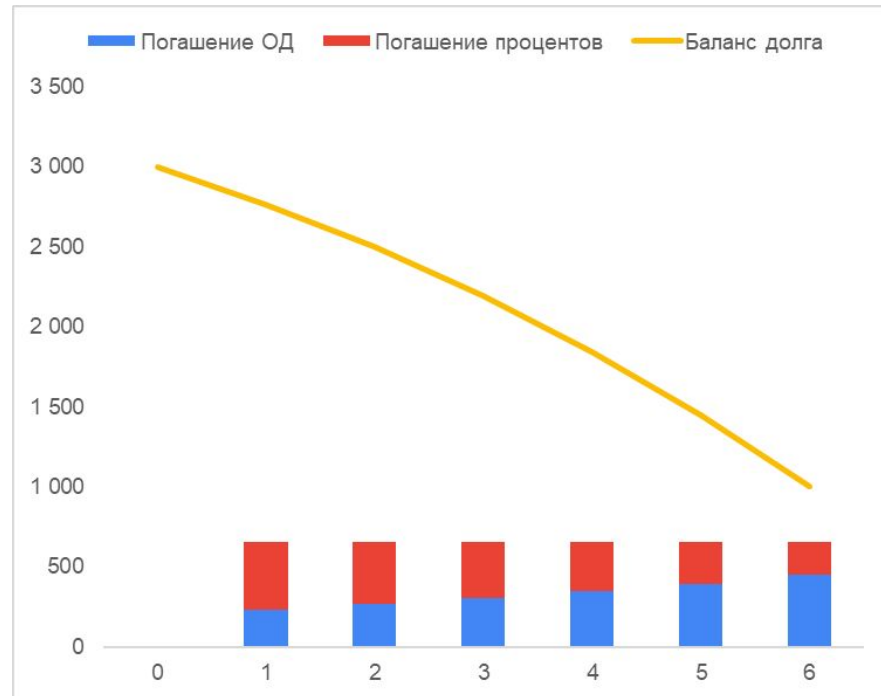
**Финансовый лизинг** — договор, согласно которому лизинговая компания предоставляет имущество в пользование заёмщику на длительный срок (сравнимый со сроком жизни этого имущества) и предоставляет заёмщику право (либо обязательство) выкупить имущество в конце срока договора.



## Расчет графика погашения по лизингу







По своей экономической сути лизинг аналогичен кредиту, за одним исключением: в конце срока лизинга долг не погашается полностью, а остается в виде **выкупной суммы**. Соответственно, заёмщик либо выплачивает её и становится собственником имущества, либо не платит, но отдаёт имущество обратно.

Разберём на примере. Лизинговая компания заключает договор финансового лизинга на имущество стоимостью 3 млн.руб. на 6 лет под 14% годовых. Выкупная стоимость имущества в конце срока лизинга составляет 1 млн.руб. Сделаем график платежей по лизингу с выделением процентов и основной суммы долга, если график платежей аннуитетный.





## На уроке мы

-  Познакомились с понятием денежного потока.
-  Разобрали основные формулы расчёта аннуитетов.
-  Познакомились с практическими примерами использования аннуитетов.
-  Изучили, что такое облигации, и как определить их стоимость.
-  Научились строить график погашения кредита и определять суммы процентов и основной суммы долга.
-  Изучили отличия кредита от лизинга и особенности моделирования лизинговых платежей.



**Спасибо за внимание!**