

Neural Network Basic Assignment 1

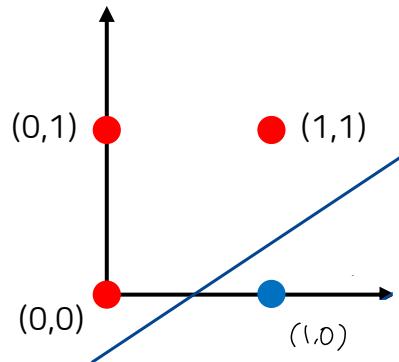
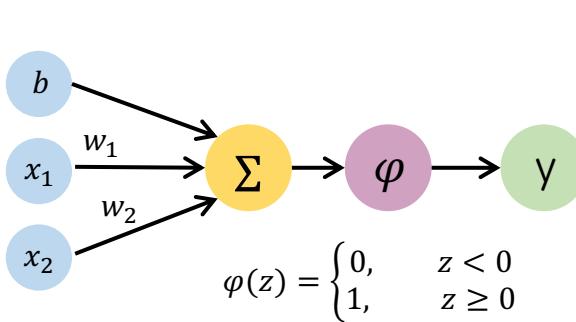
이름: 황민정

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\sigma'(z) = \frac{0 \cdot (1 + e^{-z}) - 1 \cdot e^{-z} \cdot (-1)}{(1 + e^{-z})^2} = \frac{e^{-z}}{(1 + e^{-z})^2}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 $\bullet (=1)$, $\circ (=0)$ 을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. \bullet , \circ 를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$$w_1 = 0.3, w_2 = 0.2, b = 0.6$$

$$(0,1) : 0 \times 0.3 + 1 \times 0.2 + 0.6 = 0.8$$

$$(1,1) : 1 \times 0.3 + 1 \times 0.2 + 0.6 = 1.1$$

$$(1,0) : 1 \times 0.3 + 0 \times 0.2 + 0.6 = 0.9$$

$$(0,0) : 0 \times 0.3 + 0 \times 0.2 + 0.6 = 0.6$$

class 1을 둘 뿐

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

(1,0)에서 실제 ($=0$)과 예측 ($=1$)의 차이가 발생함

학습률 = 0.3으로 설정

$$b = 0.6 + 0.3 \times (0-1) \times 1 = 0.3$$

$$w_1 = 0.3 + 0.3(0-1) \times 1 = 0 \Rightarrow$$

$$w_2 = 0.2 + 0.3(0-1) \times 0 = 0.2$$

$$(0,1) : 0 \times 0 + 0.2 \times 1 + 0.3 = 0.5$$

$$(1,1) : 0 \times 1 + 0.2 \times 1 + 0.3 = 0.5$$

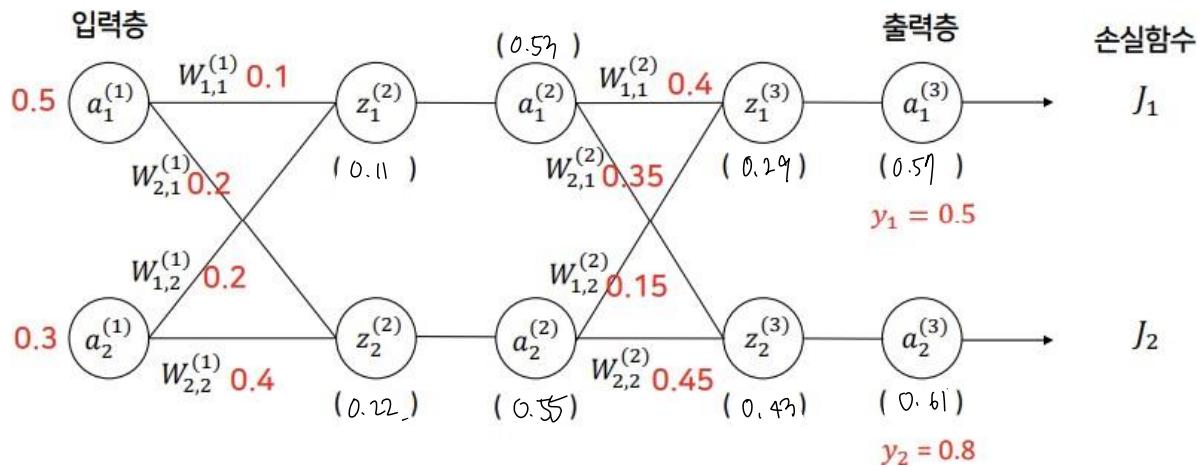
$$(1,0) : 0 \times 1 + 0.2 \times 0 + 0.3 = 0.3$$

$$(0,0) : 0 \times 0 + 0.2 \times 0 + 0.3 = 0.3$$

class 1의 예측

업데이트 필요

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\text{Sigmoid : } \frac{1}{1+e^{-x}} \quad z_1^{(1)} = 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.11 \quad \Rightarrow \quad a_1^{(1)} = \frac{1}{1+e^{-0.11}} = 0.51 \\ z_2^{(1)} = 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.22 \quad a_2^{(1)} = \frac{1}{1+e^{-0.22}} = 0.55$$

$$z_1^{(2)} = 0.51 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 = 0.29$$

$$z_2^{(2)} = 0.51 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 = 0.43$$

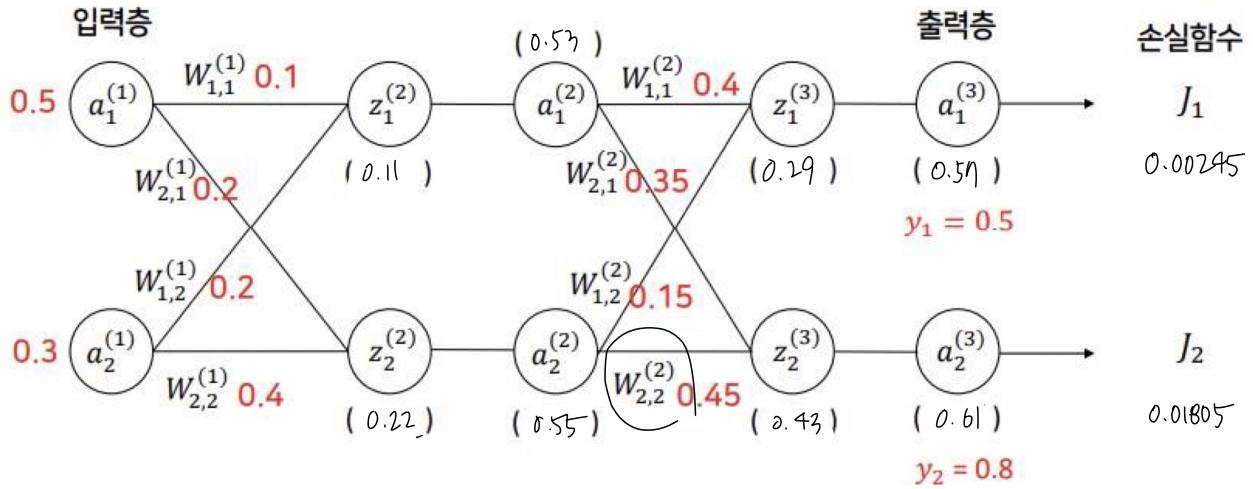
$$a_1^{(2)} = \frac{1}{1+e^{-0.29}} = 0.51$$

$$a_2^{(2)} = \frac{1}{1+e^{-0.43}} = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.51 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,2}^{(2)}$ 과 $W_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$w_j = w_j - \eta \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_j}$$

$$W_{2,2}^{(2)} = W_{2,2}^{(2)} - 0.1 \times \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,2}^{(2)}}$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = (0.61 - 0.8) \times 0.61 \times (1 - 0.61) \times 0.55 = -0.025$$

$$\therefore 0.45 - 0.1 \times (-0.025) = 0.4525$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} &= \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} \\ &= \delta_1^{(1)} w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(1)} w_{2,2}^{(2)} \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)}) \times a_1^{(1)} \end{aligned}$$

$$\delta_1^{(1)} = \frac{\partial J_1}{\partial z_1^{(2)}} = (a_1^{(1)} - y_1) \times a_1^{(1)} (1 - a_1^{(1)}) = (0.57 - 0.5) \times 0.57 (1 - 0.57) = 0.011$$

$$\delta_2^{(1)} = \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(2)}} = (a_2^{(1)} - y_2) \times a_2^{(1)} (1 - a_2^{(1)}) = (0.61 - 0.8) \times 0.61 \times (1 - 0.61) = -0.045$$

$$\therefore (0.011 \times 0.15 + (-0.045) \times 0.45) \times 0.55 \times (1 - 0.55) \times 0.5 = -0.002$$

$$\therefore W_{2,1}^{(1)} = 0.2 - 0.1 \times (-0.002) = 0.2002$$