

Analysis and design of CIC compensation filter

Guo Xuan, Du Wei-tao
Communication University of China
Digital Engineering Center
Beijing, China

Abstract—The traditional CIC filter has a simple structure, small resources usage, fast speed, but doesn't perform well in the pass band and stop band, limiting its flexibility in the use of Software Defined Radio. This paper presents theory and methods for designing CIC compensating filters, the simulation analyzes the advantages and disadvantages of each method, and suggestions on how to choose compensation filter are given.

Keywords—CIC ; ISOP ; Compensation filter; Sharpened filter

I. 引言

自 1981 年 Eugene Hogenauer 提出级联积分梳状滤波器 (CIC filter) 以来[1], 由于其高效, 简单的特点而被广泛运用于软件无线电中实现插值, 抽取。CIC 滤波器在结构上高度对称, 由相等阶数的积分器和梳状滤波器级联而成, 是一种线性相位 FIR 滤波器。CIC 滤波器的最大的特点是不需要使用乘法器, 速度快, 易于硬件实现。

本质上而言, CIC 滤波器相当于数个矩形窗滤波器级联的递归形式, 因此在性能上有较明显的局限性, 主要表现在通带平坦度与阻带衰减呈现矛盾关系: 级数低时阻带衰减太低难以抑制频谱镜像, 级数高时通带的衰减会使滤波器要处理的基带的频谱发生较明显的畸变, 这一矛盾使得 CIC 滤波器系统带宽不可能设计的较宽, 无法适应要求较高的场合。为了解决这个矛盾, 同时保留 CIC 滤波器结构简单, 高速的特点, 需要对 CIC 滤波器的结构进行改进或者级联补偿滤波器。本文讨论并分析了几种常用的 CIC 补偿滤波器, 对关键算法进行了仿真及性能测试, 比较了其优劣, 并给出了实验结果。

II. 滤波器的锐化

文献[2]中提出滤波器的锐化技术可以用于改善 CIC 滤波器的频率特性, 并称之为 Sharpened CIC 也即 SCIC。这种技术通过数次复用 CIC 滤波器来达到同时改进滤波器的通带和阻带特性。

经典的 CIC 滤波器的系统函数为:

$$H_c(z) = \left(\frac{1 - z^{-RM}}{1 - z^{-1}} \right)^N \quad (1)$$

其中 R 为插值/抽取因子, M 为差分延时, N 为级联级数。

那么经过锐化后的 SCIC 的系统函数可表示为:

$$H_s(z) = H_c^2(z)[3 - 2H_c(z)] \quad (2)$$

其频率响应函数为:

$$|H_s(f)| = 3 \left| \frac{\sin \pi M f}{\sin \frac{\pi f}{R}} \right|^{2N} - 2 \left| \frac{\sin \pi M f}{\sin \frac{\pi f}{R}} \right|^{3N} \quad (3)$$

因此 SCIC 相当于三个 CIC 滤波器的组合, 图 1 给出了 SCIC 的幅频特性曲线, 可以看出结构调整后滤波器的频谱特性得到了明显的改善, 阻带衰减增大, 同时过渡带更加陡峭, 能更好的抑制镜像混叠。

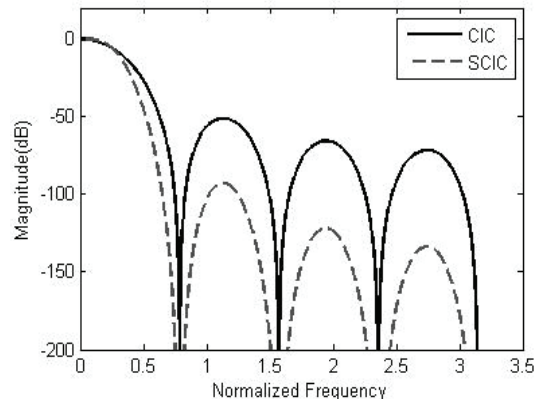


图 1 CIC 及 SCIC 频率响应曲线 R=8 N=4 M=1

III. 插值二阶多项式 ISOP

Interpolated second-order polynomials 即插值二阶多项式简称 ISOP 可以用于补偿 CIC 滤波器的通带衰减[3]。

ISOP 滤波器的系统函数为:

$$P(z) = \frac{1}{c+2} (1 + cz^{-I} + z^{-2I}) \quad (4)$$

其中 I 为内插因子, c 为一实数, 那么可以得到其幅频响应为:

$$|P(w)| = \frac{1}{|c+2|} |c + 2 \cos Iw| \quad (5)$$

其周期为 $2\pi/I$, 当 $c < -2$ 时, 其最小值出现在 $w = 2\pi k/I (k=0,1,2,...)$ 处, 而在 $w = (2\pi k + \pi)/I$ 处取得最大值。这种规律与 CIC 的幅频特性具有一致性, 令 $I = R$ 。此时 ISOP 的幅频响应变为:

$$|P(w)| = \frac{1}{|c+2|} |c + 2 \cos Rw| \quad (6)$$

ISOP 滤波器总是工作在 CIC 滤波器采样率低的一端，即对于插值器，ISOP 在 CIC 之前，而对于抽取器，ISOP 在 CIC 之后。不同的 c 值会得到不同程度的补偿效果，从前面分析可知 c 必须小于 -2，一般取 $c \in [-6, -8]$ 。图 2 给出了 ISOP 的补偿效果。

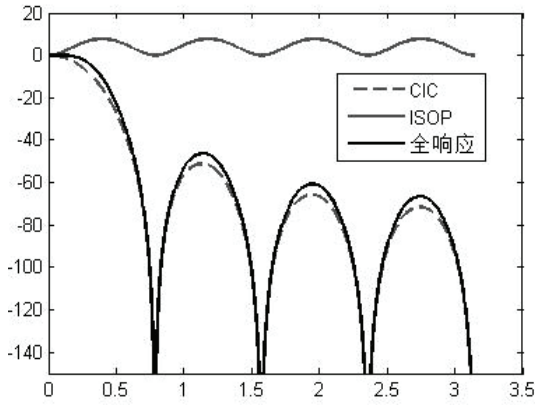


图 2 ISOP 补偿滤波器频率响应曲线 $c=-7$

虽然 ISOP 比较好的补偿了 CIC 滤波器的通带特性，但是阻带衰减却有所减小，会导致抗混叠性能的降低，因此在实际使用中常常使用 SCIC+ISOP 的方案，图 3 给出了该方案下的补偿效果。

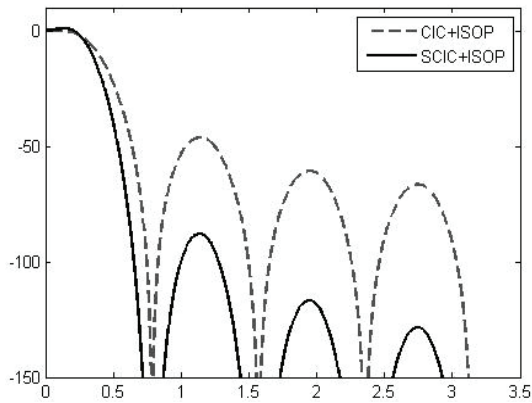


图 3 SCIC+ISOP 的频率响应曲线 $c=-7$

IV. FIR 补偿滤波器

我们知道 N 级 CIC 滤波器的冲激响应与 N 级滑动平均滤波器级联是一致的，即 N 个矩形窗的卷积，其幅频响应函数为：

$$|H(f)| = \left[\frac{\sin \pi M f}{\sin(\pi f / R)} \right]^N \quad (7)$$

为了得到平坦的通带特性，首先考虑式 (7) 的倒数：

$$|G(f)| = \left[\frac{\sin(\pi f / R)}{\sin \pi M f} \right]^N \quad (8)$$

当 R 足够大时，(8) 式又可表示为：

$$|G(f)| = \left| \frac{\pi M f}{R M \sin(\pi M f)} \right|^N = \frac{1}{R M} |\sin c^{-1}(\pi M f)|^N \quad (9)$$

将 $\frac{1}{R M}$ 作为增益去掉，得到补偿滤波器的幅频响应函数为：

$$|G(f)| = |\sin c^{-1}(\pi M f)|^N \quad (10)$$

因此 CIC 的 FIR 补偿滤波器又称为反 $\sin c$ 补偿滤波器。

FIR 补偿滤波器总是在低采样率的一边，这样的好处是使得补偿滤波器有着充足的时钟周期来完成补偿工作。

借助于 MATLAB，将式 (10) 作为滤波器的幅频曲线，可以很方便的设计 FIR 补偿滤波器，得到 FIR 滤波器的系数。

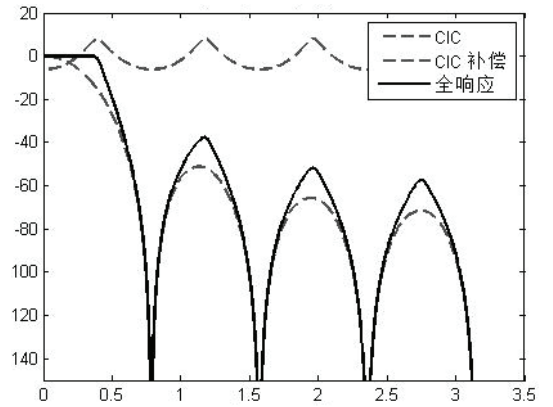


图 4 FIR 补偿滤波器频率响应曲线 1 $L=32$

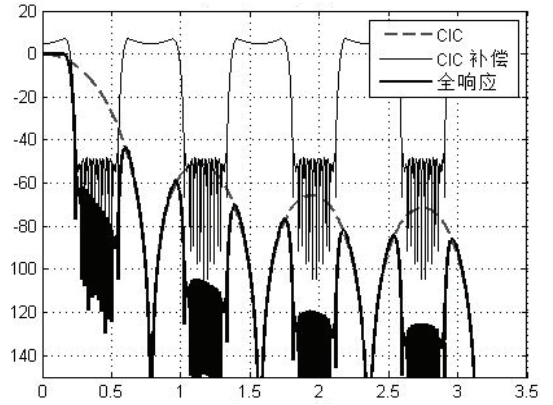


图 5 FIR 补偿滤波器频率响应曲线 2 $L=32$

当反 $\sin c$ 函数贯穿整个奈奎斯特带宽（相对低的采样率 f_s ），也即截止频率 f_c 刚好为 $f_s/2$ ，得到图 4 所示的响应曲线，经过补偿后的通带变得非常的平坦，但是同时阻带衰减却变小了，显然这并样的补偿效果还不够，我们可以让反 $\sin c$ 函数的范围更小一些，比如令 $f_c = f_s/4$ ，可以改善这个问题，如图 5 所示。此时无论通带平坦度还是阻带衰减都能达到比较好的水平，过渡带也能变得很陡峭，缺点是会使通带有效带宽变窄。

V. 补偿滤波器性能比较

性能，速度和资源占用是我们需要考虑的几个重要因素。表 1，表 2，给出了各补偿方案的性能参数，结合各补偿方法的结构我们可以分析他们的优劣，表中 CIC 滤波器的参数， $R=8$ $N=6$ $M=1$ 。

由于工作在采样率较低的一端，根据 nobel 准则，FIR 补偿滤波器可以在比较小的阶数下达到比较好的补偿效果，同时其灵活性允许在实际中根据要求在通带带宽和阻带衰减特性中找到平衡点。

表 1 FIR 补偿滤波器性能参数

阶数	截止频率 fc/fs	通带波 纹 dB	最大阻带衰 减 dB
16	0.4	0.49	-66
32	0.4	0.24	-66
128	0.4	0.048	-64
16	0.25	0.12	-89
32	0.25	0.09	-87
128	0.25	0.043	-84

表 2 ISOP SCIC 性能参数

c	频率 f/fs	在 f 处的通带 衰减 dB	最大阻带 衰减 dB
ISOP			
-6	0.4/ 0.25	-8.9/ -0.79	-71
-6.5	0.4/ 0.25	-8.9/ -0.92	-71
-7	0.4/ 0.25	-9.2/ -1.22	-72
-7.5	0.4/ 0.25	-9.8/ -1.45	-72
SCIC+ISOP			
-6	0.4/ 0.25	-10.1/ -0.21	-133
-6.5	0.4/ 0.25	-10.9/ -0.33	-133
-7	0.4/ 0.25	-11.5/ -0.47	-134

ISOP 补偿滤波器的结构简单，在分解系数 c 后可以不用乘法器就能实现，但是单独的 ISOP 补偿效果有限，阻带衰减和通带的性能都有待提高，而且可控性较 FIR 补偿滤波器差，为了得到比较好的补偿效果，可以使用 SCIC+ISOP 的方案，但是带来性能提升的同时也增加了设计的复杂程度。另外还应注意，虽然相比 SCIC 要占用

更多一点资源，增加 CIC 滤波器的级联级数同样也是改善过渡带及阻带性能的一种简单方法。

因此，在一般的情况下，我们可得到如下的比较结果：

通带带宽：FIR > ISOP > SCIC+ISOP。

阻带衰减：SCIC+ISOP > FIR > ISOP。

计算复杂度：FIR > SCIC+ISOP > ISOP。L 阶的 FIR 滤波器需要 L 次乘法，SCIC 需要两次乘法，而 ISOP 仅需要一次乘法。

资源占用：从电路结构可以看出，ISOP 占用资源量很小，SCIC，及 FIR 的资源占用则相对较大，具体需视实际情况而定。

VI. 结论

从分析结果可以看出，CIC 补偿滤波器的几个方案都有比较好的补偿效果。ISOP 和级联级数较高的 CIC 滤波器级联可以适应要求不高的场合，相比 SCIC+ISOP 而言这种方案在结构上更加简单，易于实现。FIR 补偿滤波器则有着非常好的灵活性，工作在采样率低的一端使得在实现上具有比较低的成本，同时可以得到比较理想的效果。

CIC 的通带阻带特性决定了其在多数情况下无法单独的完成插值或者抽取工作，除了级联补偿滤波器外，另一个工作是在 CIC 插值前使用 FIR 上采样，在 CIC 进行抽取之后再使用 FIR 进行二次抽取，使得信号在归一化带宽内的相对有效带宽足够的小。因此，进行数字变频器设计时还需要考虑实际中的其他因素，权衡利弊来选择合适的补偿方案。

REFERENCES

- [1] E. B. Hogenauer. An economical class of digital filters for decimation and interpolation. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1981.
- [2] Alan Y. Kwentus, Zhongnong Jiang, and Alan N. Wilson, Jr. Application of filter sharpening to cascaded integrator-comb decimation filters. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997.
- [3] On the Use of Interpolated Second-Order Polynomials for Efficient Filter Design in Programmable Downconversion Hyuk J. Oh, Sunbin Kim, Ginkyu Choi, Member, IEEE, and Yong H. Lee, Senior Member, IEEE, 1999.
- [4] Altera Understanding CIC Compensation Filters V1.0.