Alessio Barletta 5686474

Compito 4.2. Valore di un gioco

Compito 4.2: La matrice dei pagamenti di un gioco tra Roberta e Carlo è

$$\mathbf{M} = \begin{array}{c} \\ a \\ b \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} a & b \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

Dimostra che $V_R < V_C$, determina le strategie miste ottimali di Roberta e Carlo e il valore del gioco.

$$V_R = \max\{-1, -2\} = -1$$

$$V_C = \min\{4, 3\} = 3 \qquad \Longrightarrow V_R < V_C$$

$$p = (p \quad 1-p)^T \qquad q = (q \quad 1-q)^T$$

$$p^T M q = (p \quad 1-p) \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ 1-q \end{pmatrix}$$

$$= (4p-2+2p \quad -p+3-3p) \begin{pmatrix} q \\ 1-q \end{pmatrix}$$

$$= (6p-2 \quad -4p+3) \begin{pmatrix} q \\ 1-q \end{pmatrix}$$

$$= 6pq-2q-4p+4pq+3-3q$$

$$\frac{20}{100} = \frac{2}{10}$$

$$= 10pq-5q-4p+3 = 10\left(pq - \frac{5}{10}q - \frac{4}{10}p + \frac{3}{10}\right)$$

$$= 10\left(pq - \frac{5}{10}q - \frac{4}{10}p + \frac{2}{10} + \frac{1}{10}\right) = 10\left(p - \frac{5}{10}\right)\left(q - \frac{4}{10}\right) + 1$$

se $p = \left(\frac{5}{10} \quad \frac{5}{10}\right)$ $\quad q = \left(\frac{4}{10} \quad \frac{6}{10}\right)$ allora $V_R = V_C = V = 1$

Possiamo notare come il valore del gioco sia intermedio ai payoff ottimali

$$-1 < 1 < 3$$

La strategia mista ottimale per Roberta è p, quella per Carlo q. Se Roberta adotta la stratega p allora V_r = 1, stessa cosa per Carlo, pertanto il valore del gioco è di 1.