

# 自动控制理论

---

## 自动控制系统的一般概念

1. 自动控制：在没有人直接参与的情况下，利用控制装置使被控对象的某一物理量自动按照预定的规律运行的控制称为自动控制
2. 自动控制的基本方式：
  1. 开环控制
  2. 闭环控制
  3. 复合控制
3. 比较：
  1. 开环结构简单、成本低、工作稳定、不能主动修正、抗干扰能力差、精度不高
  2. 闭环有自动修正能力、有较高的精确度和抗干扰能力
4. 反馈：通常将被控量经反馈装置引导输入端并与输入信号惊醒比较，这个过程称为反馈
5. 控制系统基本组成：
  1. 给定元件
  2. 测量元件
  3. 比较元件
  4. 执行元件
  5. 控制对象
6. 对控制系统的基本要求
  1. 稳定性
  2. 快速性
  3. 准确性
7. 自动控制系统分类（书）
  1. 按输入信号特征分类：恒值控制系统（又称自动调节系统）、随动控制系统（又称伺服系统）、程序控制系统
  2. 按系统中传递信号的变化特征分类：连续控制系统、离散控制系统
  3. 按系统特性分类：线性控制系统、非线性控制系统
  4. 按系统参数是否随时间变化分类：定常系统、时变系统

## 自动控制系统的数学模型

1. 微分方程的建立
  1. 数学模型：是描述系统动态特性及各变量之间关系的数学表达式。控制系统定量分析的基础
  2. 数学模型的特点：
    1. 相似性
    2. 简化性和准确性
    3. 动态模型
    4. 静态模型
  3. 数学模型的类型：
    1. 微分方程：时域
    2. 传递函数：复频域
    3. 频率特性：频域
  4. 数学模型的建立方法

1. 分析法
2. 实验法
5. 获取微分方程的步骤
  1. 了解系统的工作原理，列出输入量、输出量
  2. 列写原始方程
  3. 消去中间变量
  4. 写出描述输入-输出关系微分方程
2. 拉普拉斯变换
  1. 定义
  2. 线性定理
  3. 微分定理
  4. 积分定理
  5. 初值定理
  6. 中值定理
  7. 单位阶跃函数
  8. 单位脉冲函数
  9. 单位斜坡函数
  10. 单位抛物线函数
  11. 正弦函数
  12. 幂函数
  13. 拉氏反变换定义
  14. 拉氏反变换求解
3. 传递函数
  1. 定义：线性定常系统在零初始条件下输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比
  2. 传递函数的数学表达式
  3. 典型环节的传递函数
    1. 比例环节
    2. 惯性环节
    3. 积分环节，具有记忆功能
    4. 微分环节：理想、实际RC
    5. 振荡环节
    6. 滞后环节（延迟环节）
4. 系统动态结构图（方块图）
  1. 定义
  2. 绘制
  3. 等效变换
5. 信号流图（书）
  1. 梅逊公式：计算输入节点到输出节点之间总增益的梅逊增益公式
6. 状态空间模型

## 自动控制系统的时域分析

1. 自动控制系统的时域指标
  1. 时域分析法：在给定输入条件下，利用系统输出随时间变化情况对系统分析的方法。通常用暂态性能指标衡量。特点：直观、准确，适用于低阶系统
  2. 控制系统的基本要求：
    1. 系统应该是稳定的

2. 系统达到稳定时应满足给定的稳态误差要求
3. 系统在暂态过程中应满足暂态品质的要求
3. 典型输入信号
  1. 脉冲信号 $\delta(t)$ , 拉氏变换=1
  2. 阶跃信号, 单位阶跃信号拉氏变换=1/s
  3. 斜坡信号, 单位斜坡信号拉氏变换=1/s<sup>2</sup>
  4. 加速度信号 (抛物线信号) 1/s<sup>3</sup>
  5. 正弦信号  $\omega/(s^2+\omega^2)$
4. 典型时间响应: 单位脉冲响应、单位斜坡响应、单位斜坡响应、单位加速度响应
5. 典型时间响应基本性质
  1. 线性定常系统对输入信号导数 (积分) 的响应, 等于系统对输入信号相应的导数 (积分)
  2. 单位脉冲响应的拉氏变换即系统传递函数
  3. 利用系统的单位脉冲传函 $g(t)$ , 可求出任意输入信号下的输出相应
6. 性能指标 (书): 暂态性能指标和稳态性能指标
2. 一二阶系统的阶跃响应及改善措施
  1. 一阶系统的数学模型
  2. 一阶系统的单位阶跃响应
  3. 一阶系统的性能指标
    1. 一阶系统的瞬态性能指标
      1. 延时时间 $t_d$ , 输出响应第一次达到稳定值的50%所需的时间 = 0.693T
      2. 上升时间 $t_r$ , 一阶系统输出响应从10%稳定值到90%稳定值的时间 = 2.197T
      3. 调整时间 $t_s$ , 误差达到规定允许值 $\Delta$ 所需时间 $t_s = 4T(\Delta=0.02), 3T(\Delta=0.05)$
      4. 峰值时间 $t_p$ 和超调量 $\delta\%$ , 一阶系统没有震荡,  $t_p$ 和超调量都没有
    2. 减小一阶系统时间常数的措施(书)
      1. 通过负反馈来减小时间常数
      2. 在系统的前向通道上串联一个比例环节 $\alpha$
  4. 特点: 曲线从零开始, 按指数规律上升, 最终趋于1, 无超调, 稳态误差 $\varepsilon(\infty)=0$
  5. 二阶系统的数学模型
  6. 欠阻尼二阶系统 ( $0<\zeta<1$ ) 有超调、有震荡
  7. 临界阻尼二阶系统 ( $\zeta=1$ ) 无超调、无震荡
  8. 过阻尼二阶系统 ( $\zeta>1$ ) 无震荡、无超调
  9. 无阻尼系统 ( $\zeta=0$ ) 等值震荡
  10. 欠阻尼二阶系统主要动态性能指标
    1. 超调量
    2. 调节时间
  11. 比例微分控制PD, 响应速度加快, 超调量和调整时间减小
  12. 速度反馈控制, 使系统的阻尼增大, 无阻尼振荡频率不变, 从而引起系统的超调量和调整时间下降
  13. 最佳阻尼系数 $\zeta=0.707$ , 小了超调严重, 大了响应太慢, 超调量 $<0.05$
3. 稳定性判据
  1. 稳定性定义
    1. 稳定 (绝对稳定) 充要条件是传递函数的全部极点均在s左半平面
    2. 临界稳定
    3. 相对稳定
    4. 不稳定
  2. 稳定性判据

1. 劳斯判据：劳斯阵列第一列元素无符号变化则系统稳定，符号变化次数为特征方程的根在s右半平面的个数
  2. 赫尔维茨稳定判据
  3. 林纳德-奇帕特判据
  4. 根轨迹法
  5. 奈奎斯特判据
  6. 李雅普诺夫第二方法
4. 稳态误差
1. 定义：稳态条件下输出量的期望值与稳态值之间存在的误差，系统的稳态误差与系统结构有关，还与输入信号的大小及形式有关。而系统的稳定性只取决于系统的结构
  2. 稳态误差
    1. 干扰误差
    2. 输入误差
    3. 总误差
  3. 输入误差决定因素：系统开环传递函数的型次、输入信号
  4. 系统开环传递函数型次
  5. 典型输入情况下的输入稳态误差

## 自动控制系统的根轨迹法

1. 根轨迹法定义：根据开环零极点分布，是系统某参数由零变到无穷大，绘制出闭环极点在s平面上相应的变化轨迹，由此分析系统性能及对系统进行综合校正
2. 根轨迹法的基本任务：由已知开环零极点分布及根轨迹增益，通过图解的方法找出闭环极点
3. 研究根轨迹的目的：分析系统的各种性能（稳定与、稳定性能、动态性能）及参数对系统性能的影响
4. 根轨迹相关概念
  1. 开环零点：指系统开环传递函数中分子多项式方程的根
  2. 开环极点：指系统开环传递函数中分母多项式方程的根
  3. 闭环零点：指系统闭环传递函数中分子多项式方程的根
  4. 开环增益：开环放大系数K
5. 根轨迹方程
6. 根轨迹法则
  1. 根轨迹起始于开环极点，终止与开环零点，如果开环零点数m小于开环极点数n，则由(n-m)条根轨迹终止与无穷远处
  2. 根轨迹是对称于实轴的连续曲线，其分支等于系统开环零点和极点数目中的大者
  3. 若实轴上某点右边开环零极点数目之和为奇数，则该点是根轨迹上的点
  4. 根轨迹的渐近线，实轴交点、倾角（与实轴夹角）
  5. 根轨迹的分离（会合）点，实质就是闭环特征方程的重根，分离角和会合角
  6. 根轨迹的出射入射角
  7. 根轨迹与虚轴焦点
  8. 系统的闭环极点之和与积
7. 主导极点：就是动态过程影响站主导位置的极点，一般是离虚轴最近的极点
8. 偶极子：一对零极点彼此相距很近，又靠近原点，且极点位于零点右侧，这样的零极点称为偶极点对或偶极子。偶极子对系统的影响忽略不计。

## 线性系统的频域分析

1. 基本概念

1. 频率特性：稳定性系统的频率特性等于输出傅里叶变换比上输入傅里叶变换
2. 幅相频特性
  1. 幅频特性：稳态响应幅值与输入信号的幅值之比，他随频率变化。他描述系统对不同频率输入信号在稳态时的放大特性
  2. 相频特性：稳态响应与正弦输入信号的相位差，他描述系统的稳态响应对不同频率输入信号的相位移特性
3. 常用的频率特性曲线
  1. 极坐标图，奈奎斯特图。以频率特性的实部为直角坐标系的横坐标，以虚部为纵坐标，以 $\omega$ 为参变量的幅值与相位的图解表示法
  2. 对数坐标图，伯德图。由对数幅频特性和对数相频特性两张图组成
  3. 对数幅相频率特性图，尼科尔斯图
4. 幅相频率特性
5. 对数频率特性
2. 典型环节的频率特性
  1. 比例环节
  2. 积分环节
  3. 微分环节
  4. 惯性环节
  5. 一阶微分环节
  6. 震荡环节
  7. 二阶微分环节（书）
  8. 延迟环节
  9. 最小相位环节：在s右半平面上既无极点也无零点，同时无纯滞后（延迟）环节的系统
3. 系统开环频率特性及稳定性判断
  1. 系统开环频率特性的绘制步骤
  2. 开环系统对数相频特性的特点
    1. 在低频区，对数相频特性由 $-N \times 90^\circ$ 开始（N是积分环节与微分环节的个数差）
    2. 在高频段 $\omega$ 趋近 $\infty$ ，相频特性趋近 $-(n-m) \times 90^\circ$
  3. 系统类型与开环对数频率特性
    1. 0型系统
    2. I型系统
    3. II型系统
  4. 频域法稳定判据
  5. 耐式判据
  6. 对数稳定判据
  7. 系统稳定余量
  8. 开环频率特性与系统阶跃响应的关系

## 线性控制系统的设计

1. 矫正设计：在系统中加入一些参数可以根据需要改变的结构或装置，是系统的整个特性发生变化，从而满足给定革新昂性能指标。根据连接方式的不同，分为：串联矫正、反馈（并联）矫正、前馈矫正、复合矫正
2. 矫正方法
  1. 根轨迹法：通过引入矫正装置改变系统的开环零极点的分布，进而改变系统的闭环根轨迹，及闭环特征根的位置，实现了闭环极点按期望位置的配置。

2. 频率特性法：通过校正装置来改变系统开环频率特性形状，进而达到改善系统的动态品质的目的。目前常用频率法校正

3. 等效结构与等效传递函数法

### 3. PID校正设计

#### 1. 比例控制器

1. 调整系统开环增益，提高系统的稳态精度，加快响应速度
2. 过大的开环增益会使系统的超调增加，稳定裕度变小

#### 2. 积分控制器

1. 提高系统型别，消除或减少系统的稳态误差，使系统的稳态性能得到改善
2. 影响系统的稳定性，使系统的反应速度变慢

#### 3. 比例积分（PI）控制，是一种滞后校正转发至

1. 增加位于原点的开环极点，有利于改善稳态性能
- 2.

#### 4. 比例微分（PD）控制，是超前校正装置的一种简化形式

1. 增加阻尼，改善稳定性
2. 增加一负实开环零点，相位裕度提高，有助于改善动态性能

#### 5. 比例积分微分（PID）控制，是一种滞后-超前校正装置

1. 在低频区主要是PI控制器起作用，可以提高系统型别，消除或减少稳态误差
2. 在中高频，主要是PD控制器起作用，可以增大系统幅值穿越频率和相位裕度，提高系统的响应速度

### 4. 串联校正

#### 1. 串联超前校正

1. 公式
2. 作用：提高系统稳定性，提高快速性，增加带宽

#### 2. 串联滞后校正

1. 公式
2. 作用：提高系统稳定性，降低快速性，减少带宽

#### 3. 串联滞后-超前校正

1. 公式
2. 作用：利用校正装置的滞后装置改善系统的稳态性能，利用校正装置的超前装置增加系统的稳定余量

### 5. 反馈校正方式

1. 比例反馈
2. 正反馈
3. 微分负反馈

### 6. 反馈校正的功能

1. 减小系统时间常数，加快系统响应速度
2. 降低系统对参数变化的敏感性
3. 消除非线性特性的影响
4. 抑制系统噪声

### 7. 前馈校正

1. 按扰动补偿
2. 按给定补偿

## 离散控制系统分析

1. 模拟信号：在时间和幅值上都连续的信号

2. 离散模拟信号：在时间上离散，幅值上连续的信号
3. 采样：对连续时间函数在时间轴上进行“离散化”
4. 量化：把采样所得某一时刻的函数值经过一定的编码方式用有限位的数字量来表示
5. 连续系统：控制系统中所有信号都是时间变量的连续函数
6. 离散系统：控制系统中有一处或几处信号是脉冲或数码
7. A/D转换器：把连续的模拟信号转换成离散的数字信号的装置
8. D/A转换器：把离散信号转换成连续模拟信号的装置
9. 香农采样定理： $\omega_s > 2\omega_{\max}$
10. 零阶保持器：信号复现元件，使采样信号每一个采样瞬间的采样值一直保持到下一个采样瞬间，从而使采样吸纳后变成阶梯信号。
  1. 数学表达式
  2. 滞后时间 $T/2$
  3. 零阶保持器的输出信号是阶梯型的，它包含着高次谐波，与理想复现的连续信号还是有区别的
  4. 零阶保持器相对其他保持器具有容易实现、滞后时间小的优点

## 线性控制系统基础（现代控制理论部分）

1. 线性系统定义：如果一个系统的输入、输出满足叠加原理，该系统称为线性系统，否则为非线性系统。  
叠加原理包括叠加性及齐次性。
2. 线性系统分类：
  1. 时变系统：如果系统的动态特性与控制系统的初始时刻及终止时刻有关，则该系统称为时变系统，也称非定常系统。
  2. 时不变系统：如果系统的动态特性只与控制过程的时间间隔有关，而与具体的初始时刻和终止时刻无关，则该系统称为时不变系统，又称定常系统
3. 状态向量
  1. 如果完全描述一个给定系统的动态行为需要 $n$ 个状态变量，那么状态向量定义为 $X(t)$
4. 状态空间
  1. 由 $X(t)$ 张成的 $n$ 维向量空间。对于确定的某个时刻，状态表示为状态空间的一个点，状态随时间的变化过程，构成了状态空间的一条轨迹。
5. 系统的状态空间表达式