Лаборатория *N-3*

"Сравнение непараметрических оценок ф.р. в модели случайного цензурирования справа".

1) Дана выборка объема n =97:
(777;1), (781;0), (843;0), (866;0), (869;1), (872;1), (876;1), (893;1), (894;1), (895;0), (898;1), (906;0), (907;1), (909;1), (911;1), (911;0), (914;0), (927;1), (932;1), (936;0), (940;0), (942,5;0), (943;0), (945;1), (945;0), (948;1), (951;0), (953;0), (956;0), (957;1), (957;0), (959;0), (960;0), (966;1), (966;0), (969;1), (970;0), (971;1), (972;0), (973;0), (977;0), (983;1), (984;0), (985;1), (989;1), (992,5;1), (993;1), (996;1), (998;1), (1001;0), (1002;0), (1005;0), (1006;0), (1009;1), (1011,5;1), (1012;1), (1012;0), (1013;0), (1015;0), (1016;0), (1018;0), (1022;1), (1023;0), (1025;1), (1027;0), (1029;1), (1031;1), (1031;0), (1031,5;0), (1033;1), (1036;1), (1043;1), (1043;0), (1044;1), (1044;0), (1045;0), (1047;0), (1053;1), (1055;1), (1058;0), (1059;1), (1060;1), (1060;0), (1064;0), (1070;0), (1073;0), (1080;1), (1085;1), (1093;0), (1093,5;1), (1094;1), (1106;0), (1107;0), (1118;0), (1128;1), (1139;1), (1153;0).

Здесь данные представлены в месяцах, причем число "1" в парах означает нецензурирование (т.е. смерть), а "0"-цензурирование. При этом 46 человек умерли с начала открытия центра в 1964 году по 1 июля 1975 года ко дню сбора данных. Это нецензурированные данные. Из остальных 51 человек 5 были выписаны из центра, а 46 ещё были живы к 1 июля 1975 года. Это цензурировананные данные.

Построить следующие оценки для ф.р. $F(x)$ по выборке объема n =97:

$$
\begin{cases}
\mathrm{F}_n^{\mathrm{AB}}(x) = 1 - \exp(-\Lambda_{1n}(x)) = \exp\left(-\sum\limits_{u \le x} \dfrac{\mathrm{H}_{1n}(u) - \mathrm{H}_{1n}(u-)}{1 - \mathrm{H}_n(u-)}\right) \\[2ex]
\mathrm{F}_n^{\mathrm{KM}}(x) = 1 - \prod\limits_{u \le x} (1 - \Delta\,\Lambda_{1n}(u)) = 1 - \prod\limits_{u \le x} \left[1 - \dfrac{(\mathrm{H}_{1n}(u) - \mathrm{H}_{1n}(u-))}{1 - \mathrm{H}_n(u-)}\right] \\[2ex]
\mathrm{F}_n^{\mathrm{RR}}(x) = 1 - (1 - \mathrm{H}_n(x))^{\frac{\Lambda_{1n}(x)}{\Lambda_n(x)}} = \begin{cases} 0, & x < z_{(1)}, \\ 1 - \left(1 - \dfrac{k}{n}\right)^{\frac{\Lambda_{1n}(x)}{\Lambda_n(x)}}, & z_{(k)} \le x < z_{(k+1)},\ k = \overline{1, n}, \\ 1, & x \ge z_{(n)}. \end{cases}
\end{cases}
$$

где $1 - \mathrm{H}_n(u-) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \mathrm{I}(z_{(j)} \ge u)$, $1 - \mathrm{H}_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \mathrm{I}(z_{(j)} > x)$,

$$
\mathrm{H}_{1n}(u) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \delta_{(j)} \mathrm{I}(z_{(j)} \le u),\ \mathrm{H}_{1n}(u) - \mathrm{H}_{1n}(u-) = \frac{\delta_{(j)} \mathrm{I}(z_{(j)} = u)}{n},
$$

$$
\Lambda_{1n}(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{d\mathrm{H}_{1n}(u)}{1 - \mathrm{H}_{1n}(u-)} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{\delta_{(j)} \mathrm{I}(z_{(j)} \le x)}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathrm{I}(z_{(i)} \ge z_{(j)})} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\delta_{(j)} \mathrm{I}(z_{(j)} \le x)}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{I}(z_{(i)} \ge z_{(j)})},
$$

$$
\Lambda_n(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{d\mathrm{H}_n(u)}{1 - \mathrm{H}_n(u-)} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\mathrm{I}(z_{(j)} \le x)}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{I}(z_{(i)} \ge z_{(j)})}.
$$

2) Для 1- $F(x)$ посроить доверительную полосу $\{[M_n^-(x), M_n^+(x)],\ 0 \le x \le T = 1128\}$, где в качестве $F_n^*(x)$ использовать оценку $F_n^{AB}, F_n^{KM}, F_n^{RR}$ при $\lambda_{\alpha} = 1{,}37$ и $\alpha = 0{,}05$:

$$M_n^-(x) = F_n^*(x) - n^{-1/2}(1 - F_n^*(x))\left(d_n^{1/2}(T) + 1{,}37 \cdot \frac{d_n(x)}{\sqrt{d_n(T)}}\right),$$

$$M_n^+(x) = \frac{F_n^*(x) + n^{-1/2}\left(d_n^{1/2}(T) + 1{,}37 \cdot \frac{d_n(x)}{\sqrt{d_n(T)}}\right)}{1 + n^{-1/2}\left(d_n^{1/2}(T) + 1{,}37 \cdot \frac{d_n(x)}{\sqrt{d_n(T)}}\right)},$$

где $d_n(x) = n \sum_{j=1}^{n} \frac{\delta_{(j)} I(z_{(j)} \le x)}{\left[\sum_{i=1}^{n} I(z_{(i)} \ge z_{(j)})\right]^2}.$