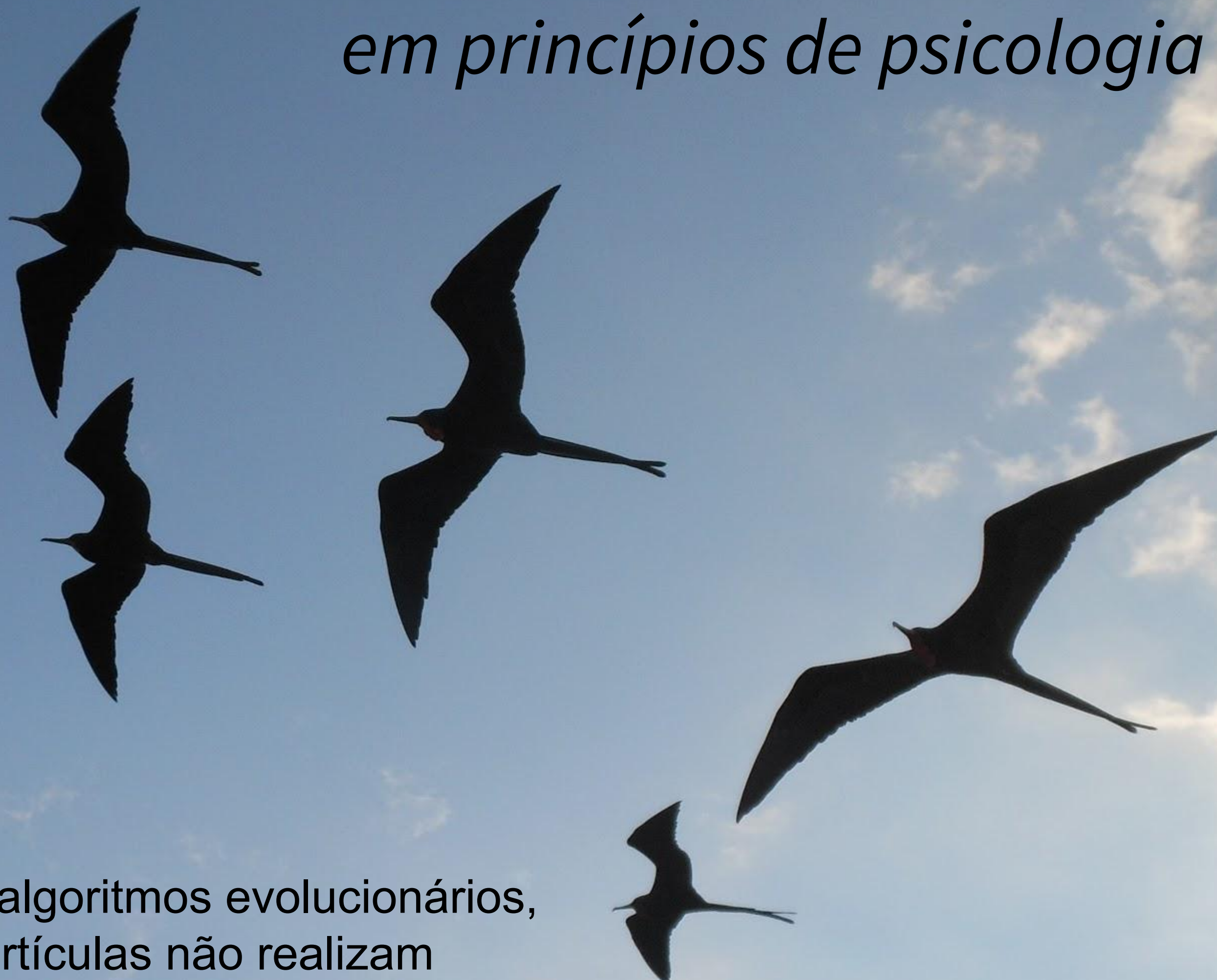
METAHEURÍSTICAS
ALTINO DANTAS

PSO
Particle Swarm Optimization

INSTITUTO DE INFORMÁTICA UFG

UFG UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

Algoritmo de otimização estocástico baseado em população que é inspirado em princípios de psicologia social.



Diferente dos algoritmos evolucionários, enxame de partículas não realizam seleção; Geralmente, todos os indivíduos sobrevivem do início até o fim.

Caracterização

- Uma população de partículas onde cada uma representando uma solução;
- Cada partícula possui uma posição no espaço de dimensões do problema;
- Em cada iteração, cada partícula se movimenta seguindo uma dada velocidade;
- A velocidade do movimento é ajustada de acordo com a melhor posição da partícula corrente, a melhor posição do enxame;
- As principais operações do algoritmo são vetoriais.

Caracterização

Cada partícula é constituída por um vetor x_i com as D dimensões do problema:

$$\boxed{\mathbf{x}_i = [x_{i1} x_{i2} x_{i3} \ldots x_{iD}]}$$

O enxame **X** é composto por N partículas:

$$\boxed{\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_N\}.}$$

Pseudocódigo

1. Initialization. For each of the N particles:
   a. Initialize the position $\mathbf{x}_i(0)\ \forall i \in 1{:}N$
   b. Initialize the particle's best position to its initial position $\mathbf{p}_i(0)=\mathbf{x}_i(0)$
   c. Calculate the fitness of each particle and if $f(\mathbf{x}_j(0)) \geq f(\mathbf{x}_i(0))\ \forall i \neq j$ initialize the global best as $\mathbf{g}=\mathbf{x}_j(0)$
2. Until a stopping criterion is met, repeat the following steps:
   a. Update the particle velocity according to equation (5):
   $$\mathbf{v}_i(t+1)=\mathbf{v}_i(t)+c_1\left(\mathbf{p}_i-\mathbf{x}_i(t)\right)\mathbf{R}_1+c_2\left(\mathbf{g}-\mathbf{x}_i(t)\right)\mathbf{R}_2$$
   b. Update the particle position according to equation (4):
   $$\mathbf{x}_i(t+1)=\mathbf{x}_i(t)+\mathbf{v}_i(t+1)$$
   c. Evaluate the fitness of the particle $f(\mathbf{x}_i(t+1))$.
   d. If $f(\mathbf{x}_i(t+1)) \geq f(\mathbf{p}_i)$, update personal best: $\mathbf{p}_i=\mathbf{x}_i(t+1)$
   e. If $f(\mathbf{x}_i(t+1)) \geq f(\mathbf{g})$, update global best: $\mathbf{g}=\mathbf{x}_i(t+1)$
3. At the end of the iterative process, the best solution is represented by $\mathbf{g}$.

Inicializações

- **Posições das partículas:**
  - O mais uniformemente distribuído sobre o espaço de busca possível;

$$x_{ij}(0) \sim U\left(x_{j,\min}, x_{j,\max}\right)$$

- **Velocidades**
  - Pode seguir o mesmo princípio das posições, mas há risco de rápida "explosão" dos limites das dimensões;
  - Alternativamente, inicializadas com zero ou valores aleatórios próximos a zero.

Atualização da velocidade

$$\boxed{\mathbf{v}_i(t+1) = \mathbf{v}_i(t) + c_1(\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i(t))\mathbf{R}_1 + c_2(\mathbf{g} - \mathbf{x}_i(t))\mathbf{R}_2}$$

- Onde, $\mathbf{C_1}$, $\mathbf{C_2}$ são constantes (coeficientes social e cognitivos) e $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$ são aleatórios;
- Composto por três componentes:
  - Componente de enércia;
  - Componente cognitivo;
  - Componente social.

Ajuste da velocidade (Evitando “explosão”)

1. Dado o caráter estocástico da atualização da velocidade, a partícula pode traçar uma trajetória fora dos limites das dimensões do problema;
2. Duas forma de tratar:
    a. Limitar a velocidade estabelecendo um teto;
    b. Introduzir um peso de inércia;

Ajuste da velocidade (Evitando “explosão”)

$$\mathbf{v}_i(t+1) = \boxed{\omega(t+1)\mathbf{v}_i(t)} + c_1(\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i(t))\mathbf{R}_1 + c_2(\mathbf{g} - \mathbf{x}_i(t))\mathbf{R}_2$$

Strategy	Definition of inertia weight	Reference
Constant inertia weight	$\omega(t) = \omega = const$	[37]
Random inertia weight	$\omega(t) = 0.5 + \frac{r}{2} \quad r \sim U(0,1)$	[39]
Linearly decreasing inertia weight	$\omega(t) = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{t_{\max}} t$	[40]
Global–local best inertia weight	$\omega_{ij}(t) = 1.1 - \frac{p_{ij}(t)}{g_j(t)}$	[41]
Chaotic descending inertia weight	$\omega(t) = (\omega(0) - \omega(t_{\max}))(\frac{t_{\max} - t}{t_{\max}}) + \omega(t_{\max})z$ $z = 4r(1-r)$ with $r \sim U(0,1)$	[42]
Chaotic random inertia weight	$\omega(t) = 0.5r_1 + 0.5z$ $z = 4r_2(1-r_2)$ with $r_1, r_2 \sim U(0,1)$	[42]

Atualização da posição

Para operação vetorial com valores reais:

$$\boxed{\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t+1)}$$

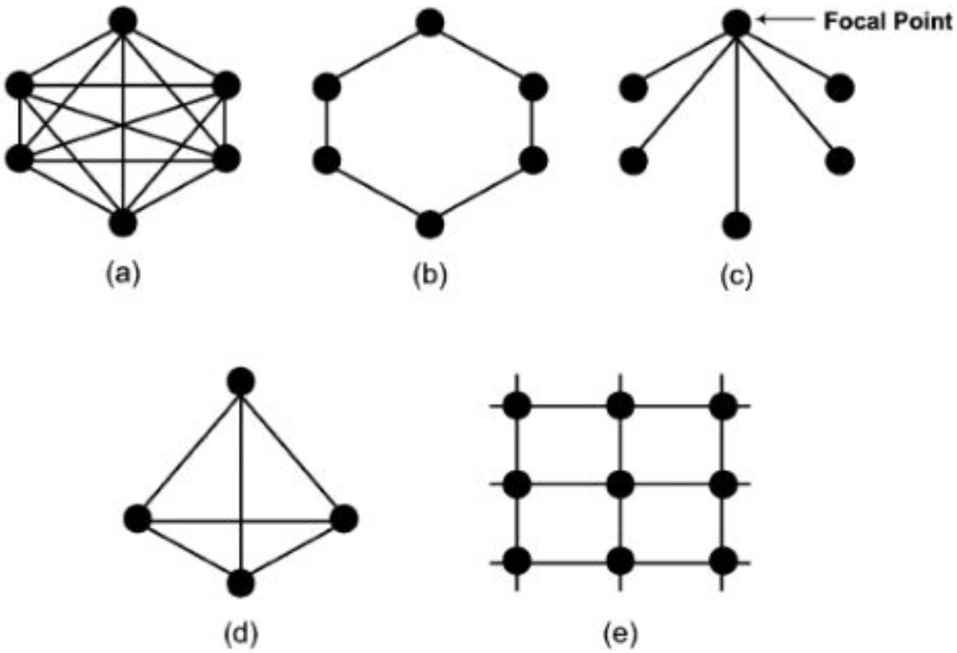
Para vetores binários a velocidade representa uma probabilidade de mudança nas nos valores de cada dimensão:

$$\boxed{v'_{ij} = \frac{1}{1+e^{-v_{ij}}}}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} x_{ij}(t+1) = |x_{ij}(t) - 1| & \text{if } v'_{ij}(t+1) > s \\ x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) & \text{if } v'_{ij}(t+1) < s \end{array} \quad s \sim U(0,1)}$$

Topologia da rede

Estabelece a forma de relação entre as partículas ao indicar a vizinhança elegível para troca de informações:



(a) Melhor Global. **(b)** Topologia em Anel. **(c)** Topologia Circular. **(d)** Topologia em Pirâmide. **(e)** Topologia Von Neumann.

Referência bibliográfica

- Kennedy, James. "Particle swarm optimization." *Encyclopedia of machine learning*. Springer US, 2011. 760-766.
- Kennedy, James, and Russell C. Eberhart. "A discrete binary version of the particle swarm algorithm." *Systems, Man, and Cybernetics, 1997. Computational Cybernetics and Simulation., 1997 IEEE International Conference on*. Vol. 5. IEEE, 1997.
- Federico Marini, Beata Walczak, Particle swarm optimization (PSO). A tutorial, In Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, Volume 149, Part B, 2015, Pages 153-165, ISSN 0169-7439,

Obrigado!

Perguntas?

altinoneto@inf.ufg.br

I4Soft
Intelligence for Software