

Simulated Annealing

Algoritmo Têmpera simulada



“

Simulação do processo de tratamento térmico de têmpera de um sólido.

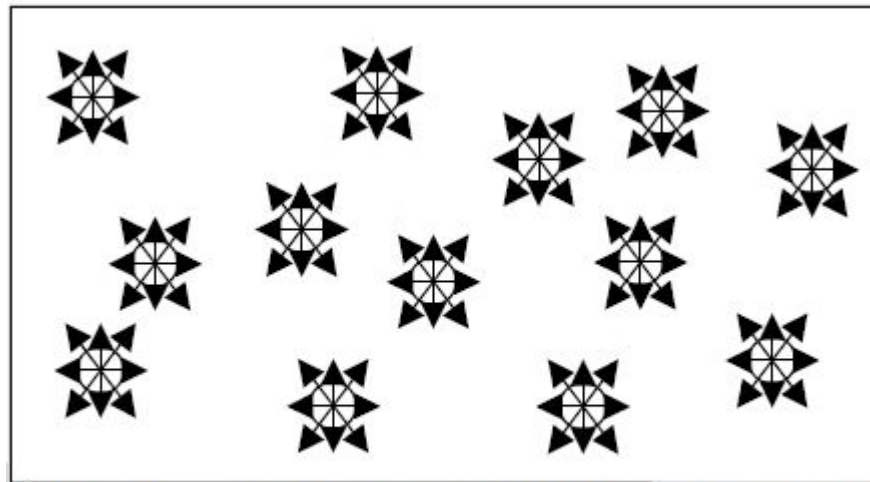
Aplicação a problemas de otimização, em que a pesquisa pelo mínimo de uma função objetivo corresponderá a procurar o valor mínimo de energia na matéria solidificada após tratamento térmico de têmpera.

Têmpera real vs simulada

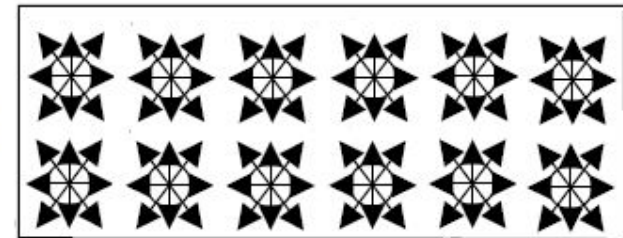
Microestados	Soluções viáveis
Energia de um microestado	Qualidade de uma solução
Perturbação de um microestado	Transição para solução vizinha
Temperatura	Parâmetro de controle
Tempo de arrefecimento	Número de iterações
Microestado de energia mínima	Solução ótima global



Acomodação de moléculas



Estado desordenado das moléculas (início do processo)
(temperatura inicial = T_0)



Estado ordenado das moléculas
(fim do processo)
 $T_f \approx 0$

$$T_i = \alpha T_{i-1} \quad 0.1 < \alpha < 1$$

$$T_\eta = \alpha^\eta T_0 \quad \eta \rightarrow \infty \quad T_\eta \rightarrow 0$$

Variação da temperatura

$$T_m = \alpha^m \cdot T_0$$

$$m = \log_{\alpha} (T_m / T_0)$$

T_0	$\alpha = 0.8$	$\alpha = 0.30$	$\alpha = 0.60$	$\alpha = 0.80$	$\alpha = 0.90$	$\alpha = 0.95$	$\alpha = 0.99$
0.5	3	6	13	28	59	122	619
1	3	6	14	31	66	135	688
5	4	8	17	39	81	167	848
10	4	8	19	42	88	180	917
50	5	9	22	49	103	211	1077
100	5	10	23	52	110	225	1146
1000	6	12	28	62	132	270	1375

Número de iterações para que $T_m = 0,001$

Variação do coeficiente de redução α

Faixa ideal

T_0	$\alpha = 0.8$	$\alpha = 0.30$	$\alpha = 0.60$	$\alpha = 0.80$	$\alpha = 0.90$	$\alpha = 0.95$	$\alpha = 0.99$
0.5	3	6	13	28	59	122	619
1	3	6	14	31	66	135	688
5	4	8	17	39	81	167	848
10	4	8	19	42	88	180	917
50	5	9	22	49	103	211	1077
100	5	10	23	52	110	225	1146
1000	6	12	28	62	132	270	1375

Número de iterações para que $T_m = 0,001$

Pseudo-código

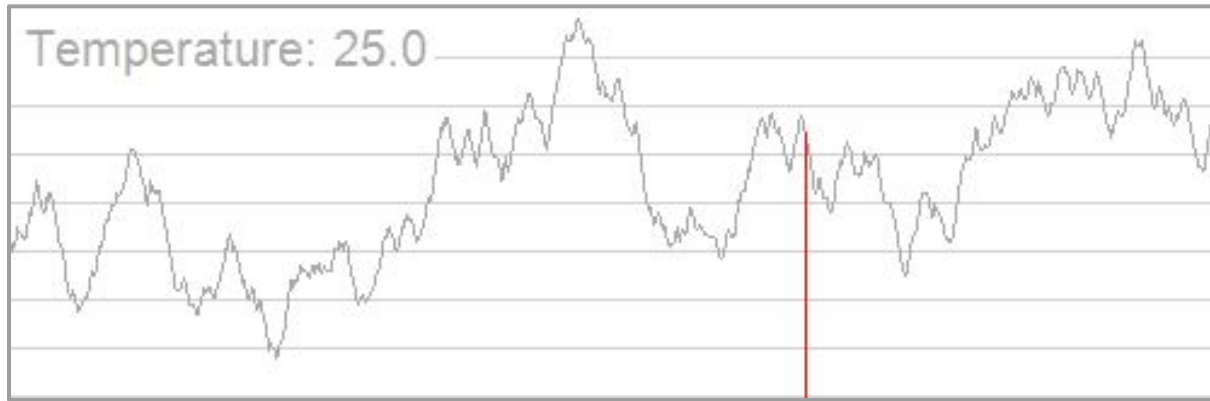
```
procedimento TEMPERA_SIMULADA()  
   $s \leftarrow \text{GerarSoluçãoInicial}()$   
   $T \leftarrow T_0$   
  enquanto condições de parada não for atingida faça  
     $s' \leftarrow \text{EscolherRandomicamente}(N(s))$   
    se  $(f(s') < f(s))$  então  
       $s \leftarrow s'$   
    senão  
      Aceita  $s'$  com probabilidade  $e^{-(f(s') - f(s))/T}$   
    fim se  
    Atualiza( $T$ )  
  fim enquanto  
fim TEMPERA_SIMULADA
```

Problema de minimização

Critério de Metrópolis

Pseudocódigo
da Têmpera
Simulada

Ilustração



- ⦿ Diminuição da temperatura;
- ⦿ Problema de maximização.

Cálculo da Temperatura Inicial

i) $T_0 = -\overline{\Delta E}^+ / \text{Ln}(\chi_0)$ proposta por Johnson (1987)

onde $\overline{\Delta E}^+$ é a média aritmética, para um número randômico de perturbações, dos incrementos da função objetivo e χ_0 é um valor empírico, em torno de 0.8.

Ex. $T_0 = -\overline{\Delta E}^+ / \text{Ln}(0.8)$ ou $T_0 = (4.48) \cdot \overline{\Delta E}^+$,

sendo $\overline{\Delta E}^+ = (\Delta E_1 + \Delta E_2 + \dots + \Delta E_k) / k$,

onde “k” é o número de termos em que $\Delta E > 0$ (positivos)
e $1 \leq k \leq 100$.

Cálculo da Temperatura Inicial

ii) $T_0 = -\overline{\Delta E}^+ / \text{Ln}(\beta)$ proposta por Aarts & Korst (1989)

$$\beta = k_2 / [k_2 \cdot \chi_0 - (1 - \chi_0) \cdot k_1]$$

onde $\overline{\Delta E}^+$ e χ_0 são os mesmos parâmetros da fórmula acima;
 k_1 é o número de perturbações em que $\Delta E < 0$ e k_2 , em que $\Delta E \geq 0$.

iii) $T_0 = -3\delta / \text{Ln}(\chi_0)$ proposta por Aarts & Korst [AAR89],

semelhante à fórmula “i”, substituindo a média aritmética pelo desvio padrão de uma quantidade aleatória de termos em que a função objetivo sofre alteração (redução ou aumento).

Análise do Critério de Metropolis (probabilidade de aceitação)

ΔE	T = 0.1	T=0.5	T=1	T=10
0.001	99,00 %	99,80 %	99,90 %	99,99 %
0.1	36,79 %	81,87 %	90,48 %	99,00 %
1	0 %	13,53 %	36,79 %	90,48 %
10	0 %	0 %	0 %	36,79 %
50	0 %	0 %	0 %	0,67 %

Valores da Função: $\exp(-\Delta E / T)$

- ⦿ Quanto maior $f(s') - f(s)$, menor a probabilidade de aceitação;
- ⦿ Quanto maior T, maior a probabilidade de aceitação.

Critérios de parada

- ◎ Estagnação (Número de iterações sem melhora);
- ◎ Número de iterações (soluções visitadas);
- ◎ Qualidade da Solução;
- ◎ Tempo.

Referência/Créditos

- © Kirkpatrick, Scott, C. Daniel Gelatt, and Mario P. Vecchi.
"Optimization by simulated annealing." *science* 220.4598 (1983): 671-680.
- © Valdísio Viana. **"Minicurso de metaheurísticas"** - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2014.
- © Jerffeson Souza. **"Curso de otimização em engenharia de software"** - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2015.

Obrigado!

Perguntas?

altinoneto@inf.ufg.br

I4Soft

Intelligence for Software