Elaborato Calcolo numerico 2020
Autori: Emanuele Brizzi, Massimo Hong

August 12, 2020

Contents

1 Esercizio1

Verificare che, per h sufficientemente piccolo, si ha

$$\frac{f(x-h)-2f(x)+f(x+h)}{h^2} = O(h^2)$$

Per la dimostrazione utilizziamo il polinomio di taylor di grado n centrato in x_0 :

$$P_n(x;x_0) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(x-x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0)$$
$$R_n(x;x_0) = O(x-x_0)^{(n+1)}$$

Per cui possiamo calcolare $f(x+h)$ e $f(x-h)$ sviluppando il polinomio di Taylor centrato in x:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2} f''(x) + \frac{h^3}{6} f'''(x) + O(h^4)$$
$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2} f''(x) - \frac{h^3}{6} f'''(x) + O(h^4)$$

Sostituendo all'equazione iniziale otteniamo:

$$\frac{f(x-h)-2f(x)+f(x+h)}{h^2} = \frac{(h^2)f''(x)+O(h^4)}{h^2} = f''(x) + O(h^2)$$

2 Esercizio2

Spiegare cosa calcola il seguente script Matlab: u = 1; while 1, if 1+u==1, break, end, u = u/2; end, u

Teoricamente questo script non dovrebbe mai terminare poichè dividendo per 2 il valore u, non si dovrebbe mai raggiungere lo 0, tuttavia il seguente script termina. Più precisamente, alla fine dell'esecuzione risulta che $u = 1.1102 \cdot 10^-16$, che è minore del valore $d = eps = 2.2204 \cdot 10^-16$(che rappresenta la distanza da 1.0 al valore in doppia precisione immediatamente successivo) e quando andiamo a sommare ad un numero n un valore u¡eps, non verrà effettuata alcuna modifica sul valore.

3 Esercizio3

1. a = 1e20; b = 100; a-a+b
2. a = 1e20; b = 100; a+b-a

Spiegare i risultati ottenuti.

1. a= 1e20; b = 100; a-a+b
   Questo script restituisce il valore 100, in quanto $a - a = 0$ e $0 + 100 = 100$.
2. a= 1e20; b = 100; a+b-a Matlab ha il valore $eps = 2.2204 \cdot 10^-16$, che corrisponde a circa 15-16 cifre di precisione (che 1e20 supera facilmente), per cui quando andiamo ad affettuare $a + b = c$, otterremo un valore approssimato c con le prime 15-16 cifre equivalenti ad a, e di conseguenza $c - a = 0$.

4 Esercizio 4

A quanto pare si deve usare la formula di newton (Modificandola un po').

5 Esercizio 6

Tolleranza	Bisezione	Newton	Secanti
10^{-3}	7.392578125000000e-01	7.390851333852840e-01	7.390851121274639e-01
10^{-6}	7.390851974487305e-01	7.390851332151607e-01	7.390851332150012e-01
10^{-9}	7.390851331874728e-01	7.390851332151607e-01	7.390851332151607e-01
10^{-12}	7.390851332156672e-01	7.390851332151607e-01	7.390851332151607e-01

Tolleranza	Corde
10^{-3}	7.395672022122561e-01
10^{-6}	7.390845495752126e-01
10^{-9}	7.390851327392538e-01
10^{-12}	7.390851332157368e-01