Rappel de Math. financière

Annuitées

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1-v^t}{i}$$

$$a_{\overline{\infty}|} = \frac{1}{i}$$

$$\bar{a}_{\overline{n}|} = \int_0^n v^t dt = \frac{1-v^t}{\delta}$$

1 Avant l'Examen 1

À ajouter plus tard (prendre ce que Nich avait déjà fait avant l'intra)

Loi de Moivre

$$X \sim Uni(0,\omega)$$

$$S_x(x) = 1 - \frac{x}{\omega},\ 0 < x < \omega$$

$$T_x \sim Uni(0, \omega - x)$$

$$S_{T_x}(t) = 1 - \frac{t}{\omega - x},\ 0 < t < \omega - x$$

Loi Exponentielle

$$x \sim Exp(\mu)$$

$$S_x(x) = e^{-\mu x},\ x \geq 0$$

$$T_x \sim Exp(\mu)$$

$$S_{T_x}(t) = e^{-\mu t},\ t \geq 0$$

2 Contrats d'assurance-vie

Le paiement est soit en continu, soit à la fin de l'année ou à la fin de la $\frac{1}{m}$ d'année.

Assurance-vie entière On verse le capital au décès de l'assuré

$$\bar{A}_x = \int_0^{\omega-x} v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$A_x = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} v^{k+1}\,{}_{k|}q_x$$

$$= \sum_{k=0}^{\omega-x-1} v^{k+1}\,{}_kp_x q_{x+k}$$

Assurance-vie temporaire On verse le capital au décès de l'assuré, s'il survient dans les n prochaines années.

$$\bar{A}^1_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\,{}_{k|}q_x$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\,{}_kp_x q_{x+k}$$

Assurance-vie dotation pure On verse le capital à l'assuré si celui-ci est toujours en vie après n années.

$$A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1} = {}_np_x v^n$$

Assurance mixte On verse le capital à l'assuré si il décède dans les n prochaines années, ou si il est toujours en vie après cette période.

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt + v^n\,{}_np_x$$

$$= \bar{A}^1_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1}$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\,{}_{k|}q_x + v^n\,{}_np_x$$

Assurance différée On verse le capital à l'assuré lors de son décès seulement si le décès survient dans plus de m années[1]

$${}_{m|}\bar{A}_x = \int_m^{\omega-x} v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$= v^m\,{}_mp_x \int_0^{\omega-x-m} v^t\,{}_tp_{x+m} \mu_{(x+m)+t} dt$$

$$= {}_mE_x\,\bar{A}_{x+m}$$

$${}_{m|}A_x = \sum_{k=m}^{\omega-x-1} v^{k+1}\,{}_{k|}q_x$$

$$= \sum_{k=0}^{\omega-x-m-1} v^{k+1+m}\,{}_{(k+m)|}q_x$$

$$= v^m\,{}_mp_x \sum_{k=0}^{\omega-(x+m)-1} v^{k+1}\,{}_kp_{x+m} q_{x+m+k}$$

$$= {}_mE_x\,A_{x+m}$$

où ${}_mE_x$ est un facteur d'actualisation actuarielle.

Lien entre assurance différée, assurance vie entière et assurance-vie temporaire

$${}_{m|}\bar{A}_x = \bar{A}_x - \bar{A}^1_{x:\overline{n}|}$$

Assurance Vie entière croissante On verse le capital au décès de l'assuré. Ce capital augmente chaque années.

$$(\bar{I}\bar{A})_x = \int_0^{\omega-x} t v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$(I\bar{A})_x = \int_0^{\omega-x} (1+\lfloor t \rfloor) v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$= \bar{A}_x + {}_{1|}\bar{A}_x + {}_{2|}\bar{A}_x + \ldots$$

Assurance Vie temporaire croissante On verse le capital au décès de l'assuré, s'il survient dans les n prochaines années. Ce capital croit chaque années.

$$(\bar{I}\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \int_0^n t v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$(I\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \int_0^n (1+\lfloor t \rfloor) v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$= \bar{A}^1_{x:\overline{n}|} + {}_{1|}\bar{A}^1_{x:\overline{n-1}|} + \ldots + {}_{n-1|}\bar{A}^1_{x:\overline{1}|}$$

Assurance vie entière croissante temporairement On verse le capital au décès de l'assuré. Ce capital croit pendent n années

$$(I_{\overline{n}|}\bar{A})_x = \int_0^n (1+\lfloor t \rfloor) v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt + \int_n^{\omega-x} n v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$= \bar{A}_x + {}_{1|}\bar{A}_x + \ldots + {}_{n-1|}\bar{A}_x$$

Assurance Vie temporaire décroissante On verse le capital au décès de l'assuré, s'il survient dans les n prochaines années. Ce capital décroit chaque années.

$$(\bar{D}\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \int_0^{\omega-x} (n-t) v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$(D\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \int_0^{\omega-x} (n-\lfloor t \rfloor) v^t\,{}_tp_x \mu_{x+t} dt$$

$$= \bar{A}^1_{x:\overline{1}|} + \bar{A}^1_{x:\overline{2}|} + \ldots + \bar{A}^1_{x:\overline{n}|}$$

1. Interprétation : Une assurance-vie entière qui débute dans m années.