

Rappel de Math. financière

Annuités

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i}$$

$$a_{\infty|i} = \frac{1}{i}$$

$$\bar{a}_{\overline{n}|i} = \int_0^n v^t dt = \frac{1-v^n}{\delta}$$

1 Avant l'Examen 1

À ajouter plus tard (prendre ce que Nich avait déjà fait avant l'intra)

Loi de Moivre

$$X \sim \text{Uni}(0, \omega)$$

$$S_x(x) = 1 - \frac{x}{\omega}, 0 < x < \omega$$

$$T_x \sim \text{Uni}(0, \omega - x)$$

$$S_{T_x}(t) = 1 - \frac{t}{\omega - x}, 0 < t < \omega - x$$

Loi Exponentielle

$$x \sim \text{Exp}(\mu)$$

$$S_x(x) = e^{-\mu x}, x \geq 0$$

$$T_x \sim \text{Exp}(\mu)$$

$$S_{T_x}(t) = e^{-\mu t}, t \geq 0$$

2 Contrats d'assurance-vie

Le paiement est soit en continu, soit à la fin de l'année ou à la fin de la $\frac{1}{m}$ d'année.

Assurance-vie entière On verse le capital au décès de l'assuré

$$\bar{A}_x = \int_0^{\omega-x} v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$A_x = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} v^{k+1} {}_k q_x$$

$$= \sum_{k=0}^{\omega-x-1} v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k}$$

Assurance-vie temporaire On verse le capital au décès de l'assuré, s'il survient dans les n prochaines années.

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k q_x$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k}$$

Assurance-vie dotation pure On verse le capital à l'assuré si celui-ci est toujours en vie après n années.

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = {}_n p_x v^n$$

Assurance mixte On verse le capital à l'assuré si il décède dans les n prochaines années, ou si il est toujours en vie après cette période.

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt + v^n {}_n p_x$$

$$= \bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 + A_{x:\overline{n}|}^1$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k q_x + v^n {}_n p_x$$

Assurance différée On verse le capital à l'assuré lors de son décès seulement si le décès survient dans plus de m années¹

$${}_m | \bar{A}_x = \int_m^{\omega-x} v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$= v^m {}_m p_x \int_0^{\omega-x-m} v^t {}_t p_{x+m} \mu_{(x+m)+t} dt$$

$$= {}_m E_x \bar{A}_{x+m}$$

$${}_m | A_x = \sum_{k=m}^{\omega-x-1} v^{k+1} {}_k q_x$$

$$= \sum_{k=0}^{\omega-x-m-1} v^{k+1+m} {}_{(k+m)} q_x$$

$$= v^m {}_m p_x \sum_{k=0}^{\omega-(x+m)-1} v^{k+1} {}_k p_{x+m} q_{x+m+k}$$

$$= {}_m E_x A_{x+m}$$

où ${}_m E_x$ est un facteur d'actualisation actuarielle.

Assurance Vie entière croissante On verse le capital au décès de l'assuré. Ce capital augmente chaque années.

$$(\bar{I}\bar{A})_x = \int_0^{\omega-x} t v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$(I\bar{A})_x = \int_0^{\omega-x} (1 + \lfloor t \rfloor) v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$= \bar{A}_x + {}_1 | \bar{A}_x + {}_2 | \bar{A}_x + \dots$$

Assurance Vie temporaire croissante On verse le capital au décès de l'assuré, s'il survient dans les n prochaines années. Ce capital croît chaque années.

$$(\bar{I}\bar{A})_{x:\overline{n}|}^1 = \int_0^n t v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$(I\bar{A})_{x:\overline{n}|}^1 = \int_0^n (1 + \lfloor t \rfloor) v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$= \bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 + {}_1 | \bar{A}_{x:\overline{n-1}|}^1 + \dots + {}_{n-1} | \bar{A}_{x:\overline{1}|}^1$$

Assurance Vie temporaire décroissante On verse le capital au décès de l'assuré, s'il survient dans les n prochaines années. Ce capital décroît chaque années.

$$(\bar{D}\bar{A})_{x:\overline{n}|}^1 = \int_0^{\omega-x} (n-t) v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$(D\bar{A})_{x:\overline{n}|}^1 = \int_0^{\omega-x} (n - \lfloor t \rfloor) v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt$$

$$= \bar{A}_{x:\overline{1}|}^1 + \bar{A}_{x:\overline{2}|}^1 + \dots + \bar{A}_{x:\overline{n}|}^1$$

1. Interprétation : Une assurance-vie entière qui débute dans m années.