

$$W_1 (3 \times 3) = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & 0,5 & 0,6 \\ 0,7 & 0,8 & 0,9 \end{bmatrix} \quad b_1 = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \end{bmatrix} \quad W_2 = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}$$

$$b_2 = [0,5]$$

1. Forward Propagation

① $Z_1 = W_1 \cdot X + b_1$.

$$Z_1 = W_1 \cdot X + b_1 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & 0,5 & 0,6 \\ 0,7 & 0,8 & 0,9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,0 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \end{bmatrix}$$

$$W_1 \cdot X = \begin{bmatrix} 0,1 \cdot 2,0 + 0,2 \cdot 3 + 0,3 \cdot 4 \\ 0,4 \cdot 2,0 + 0,5 \cdot 3 + 0,6 \cdot 4 \\ 0,7 \cdot 2,0 + 0,8 \cdot 3 + 0,9 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + 0,6 + 1,2 \\ 8 + 1,5 + 2,4 \\ 14 + 2,4 + 3,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,8 \\ 11,9 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 4,8 \\ 11,9 \\ 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,9 \\ 12,1 \\ 20,3 \end{bmatrix}$$

② $A_1 = \text{ReLU}(Z_1)$ where $\text{ReLU}(x) = \max(0, x)$

$$A_1 = \text{ReLU}(Z_1)$$

$$\text{ReLU}(x) = \max(0, x)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \max(0, 4, 9) \\ \max(0, 12, 1) \\ \max(0, 20, 3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,9 \\ 12,1 \\ 20,3 \end{bmatrix}$$

③ $Z_2 = W_2 \cdot A_1 + b_2$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4,9 \\ 12,1 \\ 20,3 \end{bmatrix} \neq 9,5$$

$$W_2 \cdot A_1 = 0,2 \cdot 4,9 + 0,4 \cdot 12,1 + 0,6 \cdot 20,3 + 9,5 = \underline{\underline{18,5}}$$

$$4) A_2 = \text{sigmoid}(z_2) \quad \text{where } \delta(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

$$A_2 = \frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{1}{1+e^{-18,5}} = \frac{1}{1+2,7^{-18,5}} \approx 1.$$

$$\textcircled{5} \quad \text{Loss} = (A_2 - Y)^2 \quad Y = 18$$

$$\text{Loss} = (1 - 18)^2 = (-17)^2 = 289$$

Backward Propagation

$$\textcircled{1} \quad \frac{dL}{dA_2} = 2(A_2 - Y) = (2(1 - 18)) = 2 \cdot -17 = -34$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{dL}{dz_2} = \frac{dL}{dA_2} \cdot \text{sigmoid}(z_2) = \text{sigmoid}'(z) = \delta'(z)(1 - \delta(z))$$

$$\delta'(z) = 1 \cdot (1 - 1) = 0$$

$$\frac{dL}{dz_2} = -34 \cdot 0 = 0.$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{dL}{dw_2} = \frac{dL}{dz_2} \cdot A_1^T \quad \frac{dL}{dw_2} = 0 [0, 9 \ 12, 1 \ 20, 3]^T \approx 0$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{dL}{db_2} = \frac{dL}{dz_2} \geq 0 \quad \textcircled{5} \quad \frac{dL}{dA_1} = w_2^T \cdot \frac{dL}{dz_2} = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,9 \\ 0,6 \end{bmatrix}^T \cdot 0 \approx 0$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{dL}{dz_1} = \frac{dL}{dA_1} \cdot \text{ReLU}'(z_1) \quad \text{ReLU}'(x) = 1 \text{ if } x > 0 \text{ else } 0$$

$$\text{ReLU}'(z_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{dL}{dz_1} = 0 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{dL}{dw_1} = \frac{dL}{dA_1} \cdot X^T = 0$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{dL}{dh} = \frac{dL}{dz_1} = 0$$