

Integración: Simpson

$$f(x) = x^2 \cos x, \quad x \in [1, 3]$$

Adrián R. Mendióroz Morales
Roberto C. Palenzuela Criado

Universidad de La Laguna

13 de mayo de 2013

Facultad de Matemáticas
Universidad de La Laguna

1 Motivación y Objetivos

1 Motivación y Objetivos

2 Fundamentos Teóricos

1 Motivación y Objetivos

2 Fundamentos Teóricos

3 Procedimiento experimental

- Descripción de los experimentos
- Descripción del material
- Resultados obtenidos
- Análisis de los resultados

- 1 Motivación y Objetivos
- 2 Fundamentos Teóricos
- 3 Procedimiento experimental
 - Descripción de los experimentos
 - Descripción del material
 - Resultados obtenidos
 - Análisis de los resultados
- 4 Conclusiones

Aprender a aplicar conocimientos matemáticos de forma profesional en la elaboración y defensa de argumentos y en la resolución de problemas.

- Investigar el método numérico de la Regla de Simpson.
- Aplicar la Regla de Simpson a la función $f(x) = x^2 \cos x$, en el intervalo $[1, 3]$.

La necesidad de aproximar numéricamente el valor de una integral surge fundamentalmente por dos motivos:

- La dificultad o imposibilidad en el cálculo de una primitiva.
- La función a integrar sólo se conoce por una tabla de valores.

El problema básico considerado por la integración numérica es calcular una solución aproximada a la integral definida:

$$\int_a^b f(x) \, dx$$

Los métodos más comunes de integración numérica son:

- La regla del Trapecio.
- La regla de Simpson.

Regla de Simpson

Se desea aproximar la integral:

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

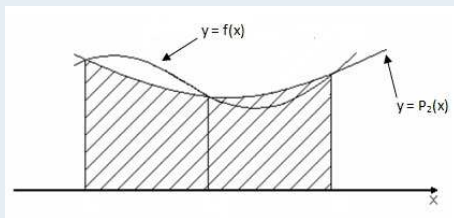


Figura: Descripción gráfica de la regla de Simpson

Regla de Simpson

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

Error asociado:

$$-\frac{1}{90}(b-a)^5 f^{(4)}(\xi), \quad \xi \in (a, b)$$

Regla de Simpson Compuesta

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} \left[f(x_0) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2j-1}) + f(x_n) \right]$$

Error asociado:

$$-\frac{1}{180}(b-a)h^4 f^{(4)}(\xi), \quad \xi \in (a, b)$$

$$\int_1^3 x^2 \cos x \, dx$$

- Representación gráfica de la función.

- Representación gráfica de la función.
- Cálculo del valor exacto de la integral definida.

- Representación gráfica de la función.
- Cálculo del valor exacto de la integral definida.
- Comparación grafica.

- Representación gráfica de la función.
- Cálculo del valor exacto de la integral definida.
- Comparación grafica.
- Aproximación por la Regla de Simpson.

- Representación gráfica de la función.
- Cálculo del valor exacto de la integral definida.
- Comparación grafica.
- Aproximación por la Regla de Simpson.
- Aproximación por la Regla de Simpson compuesta.

Representación gráfica de la función

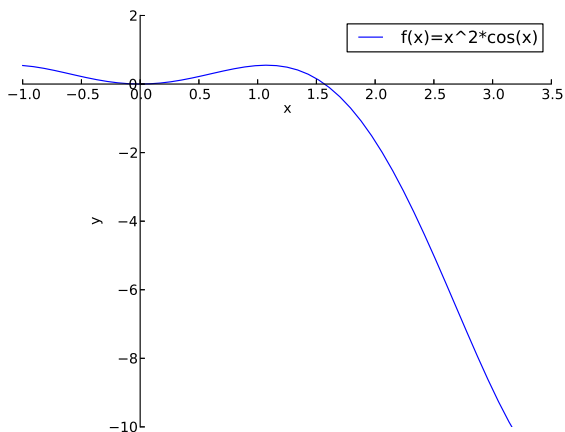


Figura: Representación gráfica de la función a integrar.

Cálculo del valor exacto de la integral definida

$$\begin{aligned} & \int_1^3 x^2 \cos x \, dx \\ & \int x^2 \cos x \, dx = x^2 \operatorname{sen} x - \int 2x \operatorname{sen} x \, dx = \\ & = x^2 \operatorname{sen} x - \left[-2x \cos x + 2 \int \cos x \, dx \right] = x^2 \operatorname{sen} x + 2x \cos x - 2 \operatorname{sen} x = \\ & \quad 2x \cos x + (x^2 - 2) \operatorname{sen} x \end{aligned}$$

Comparación Gráfica

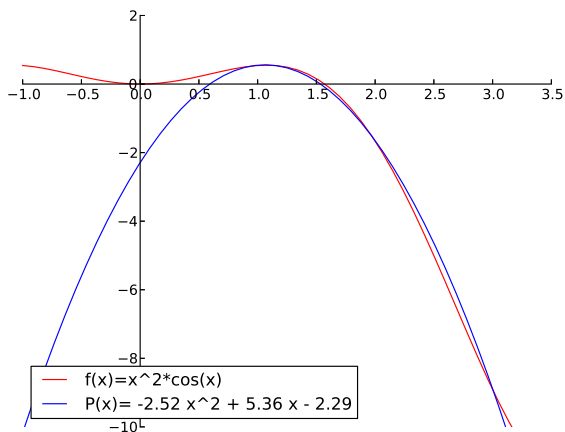


Figura: Funcion vs. Polinomio interpolador

Ejemplo

- 1 *Descripción del hardware*

Ejemplo

- 1 *Descripción del hardware*
- 2 *Descripción del software*

Medidas de tiempo y Velocidad

Tiempo (± 0.001 s)	Velocidad (± 0.1 m/s)
1.234	67.8
2.345	78.9
3.456	89.1
4.567	91.2

Cuadro: Resultados experimentales de tiempo (s) y velocidad (m/s)

Diagrama del tiempo y la velocidad

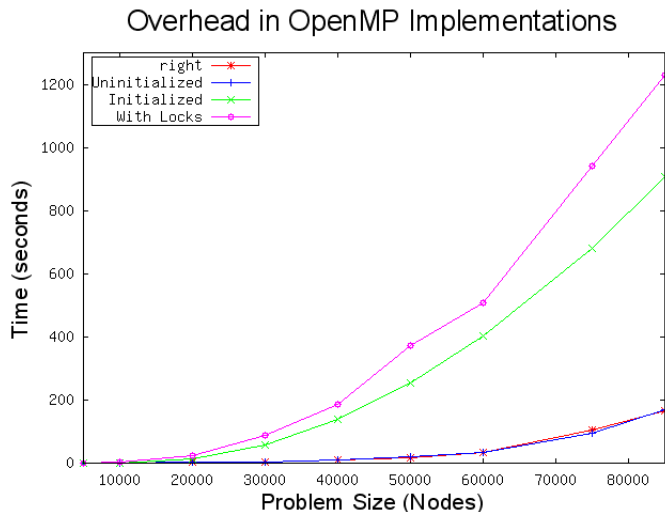


Figura: Ejemplo de figura

Ejemplo

❶ *Conclusión 1*

Ejemplo


- 1 *Conclusión 1*
- 2 *Conclusión 2*

 Documento de verificación del grado. (2011)

 Guía docente. (2013)

[http : //eguia.ull.es/matematicas/query.php?codigo = 299341201](http://eguia.ull.es/matematicas/query.php?codigo=299341201)

 CTAN. [http : //www.ctan.org/](http://www.ctan.org/)

 Tantau, Till. *User's Guide to the BEAMER Class, Version 3.06, 2005*
[http : //ctang.tug.org/tex – archive/macros/latex/contrib/beamer](http://ctang.tug.org/tex-archive/macros/latex/contrib/beamer)