

# Integración: Simpson

$$f(x) = x^2 \cos x, \quad x \in [1, 3]$$

Adrián R. Mendióroz Morales  
Roberto C. Palenzuela Criado

Universidad de La Laguna

13 de mayo de 2013

Facultad de Matemáticas  
Universidad de La Laguna

## 1 Motivación y Objetivos

1 Motivación y Objetivos

2 Fundamentos Teóricos

## 1 Motivación y Objetivos

## 2 Fundamentos Teóricos

## 3 Procedimiento experimental

- Descripción de los experimentos
- Descripción del material
- Resultados obtenidos
- Análisis de los resultados

- 1 Motivación y Objetivos
- 2 Fundamentos Teóricos
- 3 Procedimiento experimental
  - Descripción de los experimentos
  - Descripción del material
  - Resultados obtenidos
  - Análisis de los resultados
- 4 Conclusiones

Aprender a aplicar conocimientos matemáticos de forma profesional en la elaboración y defensa de argumentos y en la resolución de problemas.

- Investigar el método numérico de la Regla de Simpson.
- Aplicar la Regla de Simpson a la función  $f(x) = x^2 \cos x$ , en el intervalo  $[1, 3]$ .

La necesidad de aproximar numéricamente el valor de una integral surge fundamentalmente por dos motivos:

- La dificultad o imposibilidad en el cálculo de una primitiva.
- La función a integrar sólo se conoce por una tabla de valores.

El problema básico considerado por la integración numérica es calcular una solución aproximada a la integral definida:

$$\int_a^b f(x) \, dx$$

Los métodos más comunes de integración numérica son:

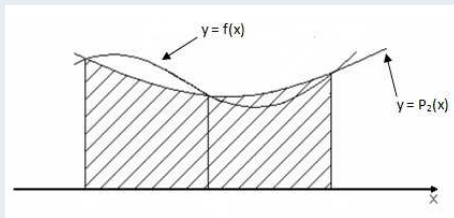
- La regla del Trapecio.
- La regla de Simpson.



## Regla de Simpson

Se desea aproximar la integral:

$$I = \int_a^b f(x) dx$$



## Regla de Simpson

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} \left[ f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

$$\text{Error asociado: } -\frac{1}{90}(b-a)^5 f^{(4)}(\xi), \quad \xi \in (a, b)$$

## Regla de Simpson Compuesta

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} \left[ f(x_0) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2j-1}) + f(x_n) \right]$$

$$\text{Error asociado: } -\frac{1}{180}(b-a)h^4 f^{(4)}(\xi), \quad \xi \in (a, b)$$

## Descripción de los experimentos

- Representación gráfica de la función.

## Descripción de los experimentos

- Representación gráfica de la función.
- Cálculo del valor exacto de la integral definida.

## Descripción de los experimentos

- Representación gráfica de la función.
- Cálculo del valor exacto de la integral definida.
- Comparación gráfica.

## Descripción de los experimentos

- Representación gráfica de la función.
- Cálculo del valor exacto de la integral definida.
- Comparación gráfica.
- Aproximación por la Regla de Simpson.

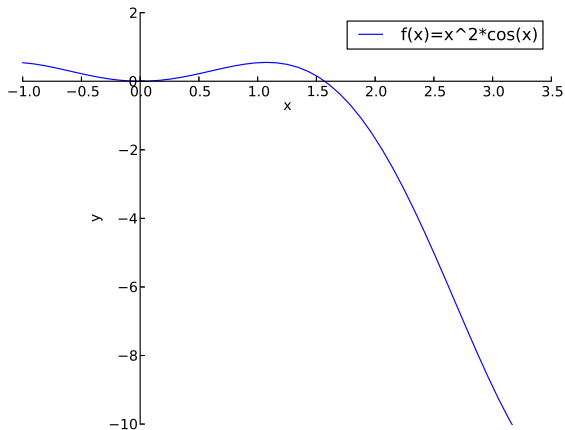
## Descripción de los experimentos

- Representación gráfica de la función.
- Cálculo del valor exacto de la integral definida.
- Comparación gráfica.
- Aproximación por la Regla de Simpson.
- Aproximación por la Regla de Simpson compuesta.




# Descripción de los experimentos

## Representación gráfica de la función



## Cálculo del valor exacto de la integral definida


$$\int_1^3 x^2 \cos x \, dx$$

## Cálculo del valor exacto de la integral definida

- $$\int_1^3 x^2 \cos x \, dx$$

- $$\int x^2 \cos x \, dx = 2x \cos x + (x^2 - 2) \sin x + C = F(x) + C$$

## Cálculo del valor exacto de la integral definida

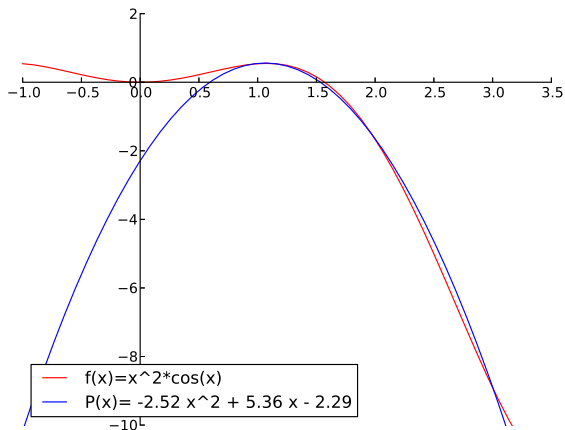
- $$\int_1^3 x^2 \cos x \, dx$$

- $$\int x^2 \cos x \, dx = 2x \cos x + (x^2 - 2) \sin x + C = F(x) + C$$

- $$\int_1^3 x^2 \cos x \, dx = F(3) - F(1)$$

# Descripción de los experimentos

## Comparación Gráfica



## Aproximación por la regla de Simpson

Función:

```
def regla_simpson(f,a,b):  
    return (b-a)/6.0*(f(a)+4*f((a+b)/2.0)+f(b))
```

Programa Principal:

```
from simpson import regla_simpson  
from math import *  
F=(2*3*cos(3)+(3**2-2)*sin(3))-(2*1*cos(1)+(1**2-2)*sin(1))  
print '\nValor real= ',F  
aprox=regla_simpson(lambda x:(x**2*cos(x)),1,3)  
print '\nAproximacion por la regla de Simpson: ',aprox
```

## Aproximación por la regla de Simpson compuesta

Función:

```
def regla_simpson_compuesta(f,a,b,n):  
    h=(b-a)/float(n)  
    aprox=0  
    for l in range(0,n):  
        aprox+=regla_simpson(lambda x:(x**2*cos(x)),  
            a+l*h,a+(l+1)*h)  
    return aprox
```

## Aproximación por la regla de Simpson compuesta

### Programa Principal:

```
from simpson import regla_simpson_compuesta
from math import *
F=(2*3*cos(3)+(3**2-2)*sin(3))-(2*1*cos(1)+(1**2-2)*sin(1))
print 'Valor real= ',F
print 'Aproximacion por la regla de Simpson compuesta: '
print '%25s %15s %15s %15s' % ('Numero de subintervalos',
'Aproximacion','Error absoluto','Error relativo')
n=[2,6,10,50,100]
aprox=0
i=0
for l in n:
    aprox=regla_simpson_compuesta(lambda x:(x**2*cos(x)),1,3,1)
    print '%16d %24.10f %15.10f %15.10f' %(n[i],aprox,abs(F-aprox),
abs(F-aprox)/abs(F))
    i=i+1
```



## Hardware

- CPU type: Intel(R) Atom(TM) CPU N270 @ 1.60GHz
- CPU speed: 800.000Hz
- Cache size: 512 KB

## Software

En cuanto al sistema operativo, se ha utilizado “Linux-3.2.0-39-generic-i686-with-Ubuntu-12.04-precise”. Los ficheros en lenguaje Python fueron realizados con el editor de textos avanzado para KDE “Kate”.

Valor exacto	Aproximación
-5.19124855011	-5.0093265161

**Cuadro:** Aproximación de la regla de Simpson

Número de subintervalos	Aproximación
2	-5.1817934049
6	-5.1911377092
10	-5.1912342437
50	-5.1912485273
100	-5.1912485487

**Cuadro:** Aproximación de la regla de Simpson compuesta

# Análisis de los resultados

Valor exacto	Aproximación	Error absoluto	Error relativo
-5.19124855011	-5.0093265161	0.181922034015	0.0350439845558

Cuadro: Aproximación y error de la regla de Simpson

N. subinterv.	Aproximación	Error absoluto	Error relativo
2	-5.1817934049	0.0094551452	0.0018213625
6	-5.1911377092	0.0001108409	0.0000213515
10	-5.1912342437	0.0000143064	0.0000027559
50	-5.1912485273	0.0000000228	0.0000000044
100	-5.1912485487	0.0000000014	0.0000000003

Cuadro: Aproximación y error de la regla de Simpson compuesta

- 1 La integración numérica reduce el cálculo del valor de la integral definida en el caso de funciones muy complejas, a simples operaciones aritméticas.

- 1 La integración numérica reduce el cálculo del valor de la integral definida en el caso de funciones muy complejas, a simples operaciones aritméticas.
- 2 La Regla de Simpson simplifica el cálculo de una integral definida compleja, aproximando su valor al de la integral de un polinomio de segundo grado.

- 1 La integración numérica reduce el cálculo del valor de la integral definida en el caso de funciones muy complejas, a simples operaciones aritméticas.
- 2 La Regla de Simpson simplifica el cálculo de una integral definida compleja, aproximando su valor al de la integral de un polinomio de segundo grado.
- 3 La Regla de Simpson es más precisa que otros métodos como la Regla del Trapecio a la hora de aproximar la integral.

- 1 La integración numérica reduce el cálculo del valor de la integral definida en el caso de funciones muy complejas, a simples operaciones aritméticas.
- 2 La Regla de Simpson simplifica el cálculo de una integral definida compleja, aproximando su valor al de la integral de un polinomio de segundo grado.
- 3 La Regla de Simpson es más precisa que otros métodos como la Regla del Trapecio a la hora de aproximar la integral.
- 4 La Regla de Simpson proporciona aproximaciones exactas para polinomios de grado menor o igual a tres.

- 1 La Regla de Simpson Compuesta proporciona aproximaciones más precisas que la Regla de Simpson.



- 1 La Regla de Simpson Compuesta proporciona aproximaciones más precisas que la Regla de Simpson.
- 2 En la Regla de Simpson Compuesta, el error es inversamente proporcional al número de subintervalos.

- 1 La Regla de Simpson Compuesta proporciona aproximaciones más precisas que la Regla de Simpson.
- 2 En la Regla de Simpson Compuesta, el error es inversamente proporcional al número de subintervalos.
- 3 En la Regla de Simpson Compuesta, el error es directamente proporcional a la amplitud del intervalo.



David Kincaid and Ward Cheney.

*Análisis Numérico. Las matemáticas del cálculo científico.*

Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.



Leslie Lamport.

*L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X: A Document Preparation System.*

Addison-Wesley Pub. Co., Reading, MA, 1986.



ACM LaTeX Style.

[http://www.acm.org/publications/latex\\_style/](http://www.acm.org/publications/latex_style/).



Till Tantau.

*User's guide to the beamer class.*

2010.



Eric W. Weisstein.

<http://mathworld.wolfram.com/SimpsonsRule.html>.