Polinomio de Taylor

Jennifer Cabrera Mesa
Claudio García Vargas
Lorena Díaz Morales

Universidad de La Laguna

17 de Mayo 2013

Indice

1. Motivación y objetivos
    - Justificación del trabajo
    - Objetivos

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones
5. Algoritmos
   - Interpolador de Taylor

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones
5. Algoritmos
   - Interpolador de Taylor

Justificación del trabajo

- Objetivo principal : Implementación en python del desarrollo de Taylor.
- Objetivo especifico : Como se comporta la interpolación de una función logaritmica.

Las ventajas que tiene este metodo de aproximacion:

- La derivacion del polinomio se puede realizar termino a termino lo que hace que resulten operaciones triviales.
- Se puede utilizar para calcular valores aproximados de la funcion.
- Si es posible transformar una funcion mediante el polinomio de Taylor se comprueba que seria la aproximacion optima posible.

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones
5. Algoritmos
   - Interpolador de Taylor

Objetivos

- Implementación en python para calcular el desarrollo en serie de Taylor para la función f(x)=ln(6x), $x \in [1,7]$
- Adquirir práctica a la hora de redactar documentos científicos con latex.
- Realizar presentaciones con beamer para la exposición en público.

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones
5. Algoritmos
   - Interpolador de Taylor

Fundamentos teóricos

- Zenón de Elea
- Demócrito y Arquímedes
- Madhava de Sangamagrama
- James Gregory
- Brook Taylor

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones
5. Algoritmos
   - Interpolador de Taylor

Fórmula de Taylor

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f^{(2)}(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

Expresado como sumatorio, queda de la siguiente forma

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

Añadiendo el resto a la expresión:

$$f(x) = P_n(x;a) + R_n(x;a)$$

Siendo $R_n(x;a)$

$$R_n(x;a) = \frac{1}{n!}\int_a^x (x-t)^n f^{n+1}(t)dt$$

Indice

1 Motivación y objetivos
- Justificación del trabajo
- Objetivos

2 Fundamentos teóricos
- Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
- Fórmula de Taylor

3 Procedimiento experimental
- Resultados obtenidos 1
- Resultados obtenidos 2
- Resultados obtenidos 3
- Resultados obtenidos 4

4 Conclusiones
- Conclusiones

5 Algoritmos
- Interpolador de Taylor

Tabla para x=3

Grado	Centro	Aproximación	Valor de f(x)	Diferencia
3	2.75	2.88341439325	2.8903717579	0.00695736464395
3	2.9	2.88926032968	2.8903717579	0.00111142821889
3	3.1	2.88926034615	2.8903717579	0.00111141174491
3	3.25	2.88341600878	2.8903717579	0.00695574911659
5	2.75	2.88340314068	2.8903717579	0.00696861721597
5	2.9	2.88926002927	2.8903717579	0.00111172863041
5	3.1	2.88926002928	2.8903717579	0.00111172861734
5	3.25	2.8834031487	2.8903717579	0.00696860919889
10	2.75	2.88340308858	2.8903717579	0.00696866931621
10	2.9	2.88926002904	2.8903717579	0.00111172885269
10	3.1	2.88926002904	2.8903717579	0.00111172885269
10	3.25	2.88340308858	2.8903717579	0.00696866931596
15	2.75	2.88340308858	2.8903717579	0.00696866931609
15	2.9	2.88926002904	2.8903717579	0.00111172885269
15	3.1	2.88926002904	2.8903717579	0.00111172885269
15	3.25	2.88340308858	2.8903717579	0.00696866931609

Indice

1 Motivación y objetivos
- Justificación del trabajo
- Objetivos

2 Fundamentos teóricos
- Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
- Fórmula de Taylor

3 Procedimiento experimental
- Resultados obtenidos 1
- Resultados obtenidos 2
- Resultados obtenidos 3
- Resultados obtenidos 4

4 Conclusiones
- Conclusiones

5 Algoritmos
- Interpolador de Taylor

Tabla para x=6

Grado	Centro	Aproximación	Valor de f(x)	Diferencia
10	5	3.55534806127	3.58351893846	0.028170877184
10	5.1	3.56076195126	3.58351893846	0.0227569871918
10	5.2	3.56558123775	3.58351893846	0.0179377007058
10	5.3	3.56981434695	3.58351893846	0.0137045915056
10	5.4	3.5734686026	3.58351893846	0.0100503358543
10	5.5	3.57655026914	3.58351893846	0.00696866931621
10	5.6	3.57906458811	3.58351893846	0.00445435034939
10	5.7	3.58101580824	3.58351893846	0.00250313021812
10	5.8	3.5824072096	3.58351893846	0.00111172885269
10	5.9	3.58324112209	3.58351893846	0.000277816365171

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones
5. Algoritmos
   - Interpolador de Taylor

Gráfica 1

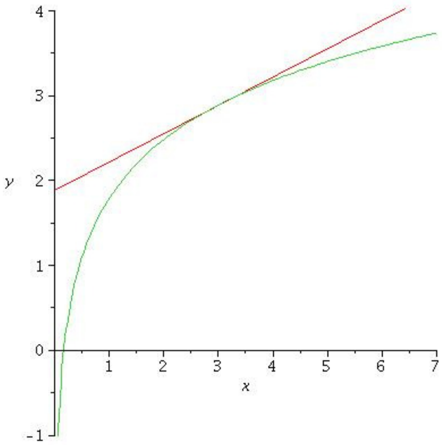

Figura: Centrado en 6, de grado 2

Indice

1 Motivación y objetivos
- Justificación del trabajo
- Objetivos

2 Fundamentos teóricos
- Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
- Fórmula de Taylor

3 Procedimiento experimental
- Resultados obtenidos 1
- Resultados obtenidos 2
- Resultados obtenidos 3
- Resultados obtenidos 4

4 Conclusiones
- Conclusiones

5 Algoritmos
- Interpolador de Taylor

Gráfica 2

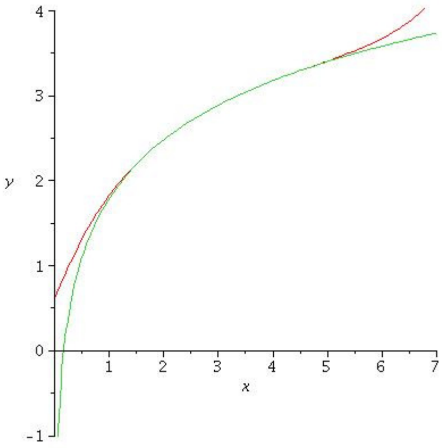

Figura: Centrado en 6, de grado 6

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones
5. Algoritmos
   - Interpolador de Taylor

Conclusiones

- Las series de Taylor, dependiendo de la naturaleza de la función, pueden llevar asociados un error, que tenderá a cero si tomamos una función lo suficientemente buena como pueden ser: $\text{sen}(x)$, $\cos(x)$, $ln(x)$, ...
- La aproximación de Taylor se aproxima tanto como queramos, poniendo una mayor cantidad de términos en el polinomio.
- Es una herramienta matemática que facilita mucho los cálculos de aproximación de funciones.
- Se puede programar rápidamente, ya que no es de gran complejidad. Sólo necesitamos un punto, un lugar donde centrar el polinomio y el grado que queremos. Ofrece resultados de manera muy precisa.

Indice

1. Motivación y objetivos
   - Justificación del trabajo
   - Objetivos
2. Fundamentos teóricos
   - Notas históricas sobre el polinomio de Taylor
   - Fórmula de Taylor
3. Procedimiento experimental
   - Resultados obtenidos 1
   - Resultados obtenidos 2
   - Resultados obtenidos 3
   - Resultados obtenidos 4
4. Conclusiones
   - Conclusiones
5. Algoritmos
   - Interpolador de Taylor

```
#!/usr/bin/python
#Autores: Lorena Díaz Morales, Jennifer Cabrera Mesa, Claudio García Vargas
import sys
from math import *
def taylor(x,n,d):
  subtotal=0
  tot=0
  i=1
  while i<=n :
   ti = ((((-1)**(i+1))*factorial(i-1))/((x**i)*(factorial(i))))*((x-d)**i)
   subtotal = float(subtotal)+float(ti)
   i+=1
  valor = float(log(6*d))
  tot = float(valor) + float(subtotal)
  return tot
if __name__=='__main__':
  x = float(sys.argv[1])
  n = int(sys.argv[2])
  d = float(sys.argv[3])
  print 'La aproximacion de Taylor es',taylor(x,n,d)
  diferencia=float(float(log(6*x))-float((taylor(x,n,d))))
  l=float(log(6*x))
  print 'La diferencia entre el valor real  interpolacion es',diferencia
  print 'Valor de la funcion orignial en el punto:',l
```

Fin de la presentación